

как показывают приведенные выше примеры, 60%, что в свою очередь может привести к существенной погрешности в определении энергии активации и предэкспонентов.

Поступила в редакцию  
12/V 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К. Г. Шкадинский. 2-й Всесоюзный симпозиум по горению и взрыву. Автореф. докл. Черноголовка, 1969.
2. А. Г. Мержанов, Б. И. Хайкин, К. Г. Шкадинский. ПМТФ, 1969, 5.
3. А. М. Гришин. Математическое моделирование некоторых нестационарных аэротермических явлений. Томск, Изд. ТГУ, 1973.
4. Г. А. Тирский. ПММ, 1969, 33, 1.
5. Е. С. Шетинков. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.
6. Д. Гиршфельдер, К. Кертис, Р. Берд. Молекулярная теория жидкостей и газов. М., ИЛ, 1961.
7. Б. В. Алексеев, А. М. Гришин. Курс лекций по аэротермохимии, ч. 2. Томск, изд. ТГУ, 1971.
8. Краткий справочник физико-химических величин. Под ред. К. П. Мищенко и А. А. Равделя. Л., «Химия», 1967.
9. И. С. Березин, Н. П. Жидков. Методы вычислений, т. 1. М., «Наука», 1966.
10. С. К. Годунов. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1971.
11. Р. В. Хемминг. Численные методы. М., «Наука», 1968.
12. Э. А. Герштейн. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, 1.
13. Н. А. Анфимов. Изв. АН СССР, механика и машиностроение, 1962, 1.

УДК 536.46

### О ХАРАКТЕРЕ ВЛИЯНИЯ ПОДЪЕМНЫХ СИЛ НА ДЛИНУ ДИФФУЗИОННЫХ ПЛАМЕН

В. К. Баев, В. А. Ясаков

(Новосибирск)

В [1] из анализа уравнений сохранения для квазиодномерной струи с учетом подъемных сил, действующих на объем, занимаемый пламенем, было показано, что длина пламени, определяемая из выражения

$$\bar{L} = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{(1 + \alpha L_0) \left(1 + \alpha L_0 \frac{i_1^*}{i_0^*} + \frac{H_u \psi}{i_0^*} \sigma \frac{\mu_0 C_{p0}}{\mu C_p} \frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2}\right)}{1 + \frac{1}{\kappa M_0^2} \frac{\sigma - 1}{\sigma} + m \alpha L_0 + \frac{\rho_1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\right) \frac{C^2 \bar{L}^{-3}}{3 \cdot Fr}}}, \quad (1)$$

достаточно хорошо согласуется с многочисленными экспериментальными данными для разных газов (метан, пропан, водород, коксовый и генераторный газы) в широком диапазоне скоростей истечения ( $u_0 = 0 \div \div 2600$  м/с), коэффициентов нерасчетности ( $\sigma = 0,7 \div 1,8$ ) и чисел Маха ( $M = 0,25 \div 3,08$ ).

Формула (1) получена из уравнения

$$1 + \frac{\sigma - 1}{\kappa} \frac{1}{\kappa M_0^2} + m \alpha L_0 + \frac{\rho_1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\right) \frac{C^2 \bar{x}^3}{Fr} =$$

$$= \sigma \frac{\mu_0 C_{p_0}}{\mu \cdot C_p} \cdot \frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M} \frac{(1 + \alpha L_0)}{C^2 \cdot x^2} \left( 1 + \alpha L_0 \frac{i_1^*}{i_0^*} + \frac{H_u \psi}{i_0^*} \right) \quad (2)$$

при  $\bar{x} = \bar{L}$ .

В (1) и (2)  $d$  — диаметр сопла,  $u$  — скорость,  $\rho$  — плотность,  $\mu$  — молекулярный вес,  $H_u$  — теплотворная способность топлива,  $i^*$  — энтальпия торможения,  $C_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $\kappa$  — показатель адиабаты,  $\alpha$  — коэффициент избытка воздуха,  $L_0$  — стехиометрический коэффициент,  $\psi$  — коэффициент полноты сгорания,  $\sigma$  — коэффициент нерасчетности истечения,  $M$  — число Маха,  $m = u_1/u_0$  — отношение скоростей топлива и окислителя,  $C$  — коэффициент, связанный с расширением струи,  $\bar{L} = L/d$  — относительная длина пламени,  $Fr = u_0^2/dg$  число Фруда,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\bar{\rho}$  — средняя плотность по объему  $V$ , занимаемому пламенем. Индексами 0 и 1 обозначены величины, относящиеся к топливу и окислителю соответственно.

В работе [1] рассматривались пламена водорода, горящие вертикально вверх, поэтому при определении (1) из (2), как это сделано в [1], принимался знак  $+$  перед радикалом. В то же время уравнение (2) — это алгебраическое уравнение пятой степени относительно  $\bar{L}$ , которое при  $m=0$  можно записать в общем виде

$$\pm \frac{AC^2 \bar{L}^3}{Fr} = \frac{B}{C^2 \cdot \bar{L}^2} - 1. \quad (3)$$

Здесь  $A$  и  $B$  — коэффициенты, зависящие от вида газа струи. Знаки  $+$  и  $-$  соответствуют горению струи горизонтально вверх и вниз.

**Пламена, горящие вертикально вверх.** В отсутствие подъемных сил ( $Fr \rightarrow \infty$ ) из (3) получается формула В. Хауторна [2]

$$\bar{L} = \frac{\sqrt{B}}{C}. \quad (4)$$

В отличие от [2] коэффициент  $C$  в (4), как и в (3), предполагается переменным. Поэтому, чтобы найти  $\bar{L}$  из (4) (или из (3)), необходимо знать зависимость величины  $C$  от параметров, ее определяющих, т. е.  $C = C(Re_0, Fr, \kappa, \rho/\rho_1)$ . Эта зависимость может быть найдена для двух предельных случаев: ламинарное и турбулентное пламя.

Используем для коэффициента  $C$  в случае ламинарного течения связь с числом  $Re_x$  [3]:

$$C = \frac{C_0}{\sqrt{Re_x}}, \quad (5)$$

где  $Re_x = \frac{\rho_0 u x}{\mu_1}$ , а  $C_0 = 5,7$ . Запишем уравнение расхода

$$\rho_0 u_0 (1 + \alpha L_0) = c^2 \bar{L}^2 \rho u. \quad (6)$$

Подставив в него  $C$ , согласно (5), найдем

$$\bar{L} = Re_0 \left( \frac{1 + \alpha L_0}{C_0^2} \right) \frac{\mu_0}{\mu}, \quad (7)$$

откуда следует, что  $\bar{L} \sim Re_0$ .

Таким образом, длина ламинарного пламени без учета подъемных сил пропорциональна числу Рейнольдса вытекающей струи. Это подтверждается многочисленными экспериментальными данными разных авторов.

Рассмотрим далее вопрос о переходе ламинарного пламени в турбулентное. Из совместного решения уравнения расхода (6) и уравнения сохранения количества движения

$$\rho_0 u_0 d^2 = c^2 \bar{L}^2 \rho u^2 \quad (8)$$

с учетом (5) получаем предельную длину пламени, при которой еще сохраняется ламинарный режим течения<sup>1</sup>

$$\bar{L}^* = \sqrt{3000} \frac{1}{C_0} (1 + \alpha L_0) \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$$

или

$$\bar{L}^* \cong 9,7 (1 + \alpha L_0) \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}. \quad (9)$$

А для предельного числа Рейнольдса по параметрам истечения получаем

$$Re_0^* = \sqrt{3000} C_0 \left( \frac{\mu}{\mu_0} \right) \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$$

или

$$Re_0^* \cong 310 \left( \frac{\mu}{\mu_0} \right) \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}. \quad (10)$$

Сравнение вычисленных значений  $Re_0^*$  по формуле (10) с экспериментальными данными [2] приведено в таблице.

Перейдем к рассмотрению турбулентного пламени. При развитом турбулентном течении коэффициент  $C$  зависит только от отношения плотностей  $\rho/\rho_1$ . Если принять за характерное значение плотность продуктов сгорания  $\rho_b$ , то для выбранного топлива и окислителя отношение  $\rho_b/\rho_1$  будет постоянной величиной. В этом случае коэффициент  $C$  также будет постоянной величиной, равной его турбулентному значению  $C_t$ , а формула для длины пламени приобретет вид

$$\bar{L}_t = \frac{\sqrt{B}}{C_t}. \quad (11)$$

Характерно, что, как это и следует из (11), длина турбулентного пламени — функция только вида газа и для каждого выбранного газа является постоянной величиной.

Возникает вопрос: каково отношение  $\bar{L}^*$  и  $\bar{L}_t$ ? Если  $B = (1 + L_0)^2 \frac{\rho_0}{\rho}$ , то

$$\frac{\bar{L}^*}{\bar{L}_t} = \sqrt{3000} \cdot \frac{C_t}{C_0} = 1,74. \quad (12)$$

Интересно отметить, что это отношение не зависит от вида газа и в рамках принятых предположений является универсальной константой для всех газов, приведенных в таблице.

В целом соотношения (7), (9) и (12) описывают характер изменения длины диффузионного пламени от числа Рейнольдса по параметрам истечения без учета подъемных сил. Для ламинарных пламен наблюдается линейная связь  $\bar{L}$  и  $Re_0$ , причем при  $Re_0 = Re_0^*$  пламя превышает  $\bar{L}_t$  в 1,74 раза, а затем длина пламени уменьшается с увеличением числа  $Re_0$  до своего турбулентного значения  $\bar{L}_t$ .

Ход зависимости  $\bar{L} = \bar{L}(Re_0)$  при длинах пламен, близких к  $\bar{L}_t$ , будет выяснен ниже, при рассмотрении вопроса о влиянии подъемных сил на длину пламени. Наличие подъемных сил, действующих на объем, занимаемый

Газ	$Re_0^*$	
	расчет по (10)	эксперимент [2]
H <sub>2</sub>	1800	2000
CO	4250	4900
C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	9750	9500
CH <sub>4</sub>	4050	3600 ÷ 4000
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	9400	9500
C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	11700	11000

<sup>1</sup> При выводе (9) предполагается, что ламинарное пламя разрушается при  $Re_x^* = 3000$  [4].

факелом, вносит существенные изменения в характер зависимости  $\bar{L} = \bar{L}(Re_0)$ . В области малых чисел  $Re_0$  (малые диаметры, малые скорости истечения) из (1) получаем, что

$$\bar{L} = k Fr^{1/3} Re_0^{2/3}, \quad (13)$$

где коэффициент пропорциональности  $k$  зависит от вида газа. При переходе ламинарного режима течения в турбулентное нетрудно получить, что

$$C^{*2} = \frac{1 + L_0}{\bar{L}^*} \frac{Re_0^*}{3000} \left( \frac{\mu_0}{\mu} \right). \quad (14)$$

После подстановки (14) в (3) получаем

$$\frac{A_1 \bar{L}^* d^{3/2}}{\sqrt{Fr^*}} = \frac{B}{\sqrt{Fr^*} \cdot \bar{L}^* d^{3/2}} - 1, \quad (15)$$

где  $A_1 = A \frac{1 + L_0}{3000} \frac{g^{1/2}}{\mu}$ ;  $B_1 = B \frac{3000}{1 + L_0} \cdot \frac{\mu}{g^{1/2}}$ .

Выражение (15) можно записать в виде

$$\bar{L}^* = \frac{B_1}{d^{3/2} \sqrt{Fr^*}} \left[ 1 + \frac{A_1 \bar{L}^{*2} d^{3/2}}{\sqrt{Fr^*}} \right]^{-1}. \quad (16)$$

тогда

$$\frac{\bar{L}^*}{\bar{L}_t} = \frac{B_1 C_t}{\sqrt{B} d^{3/2} \sqrt{Fr^*}} \left[ 1 + \frac{A_1 \bar{L}^{*2} d^{3/2}}{\sqrt{Fr^*}} \right]^{-1}. \quad (17)$$

Из (16) и (17) видно, что как  $\bar{L}^*$ , так и  $\frac{\bar{L}^*}{\bar{L}_t}$  уменьшаются с ростом  $d$ .

В турбулентном режиме с учетом подъемных сил уравнение (3) можно записать следующим образом:

$$\frac{A_2 \bar{L}_t^3}{Fr} = \frac{B_2}{\bar{L}_t^2} - 1, \quad (18)$$

где  $A^2 = AC_t^2$ ;  $B_2 = B/C_t^2$ . Для заданного вида топлива коэффициенты  $A_2$  и  $B_2$  известны, и решением уравнения (18) будет  $\bar{L}_t = f(Fr)$ . Решение уравнения (18) можно проиллюстрировать графически. Обозначим:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = \frac{A_2 \bar{L}_t^3}{Fr} \\ Z = \frac{B_2}{\bar{L}_t^2} - 1. \end{array} \right. \quad (19)$$

Решением уравнения (18) будут абсциссы точек пересечения парабол с параметром — числом Фруда — и гиперболы (рис. 1). Как видно из приведенных кривых, во всей рассматриваемой области чисел  $Fr(0, \infty)$  длина пламени остается меньше его турбулентного значения, причем в плоскости  $(\bar{L}, Fr)$  решение уравнения (18) описывает некоторую кривую, асимптотически приближающуюся при  $Fr \rightarrow \infty$  к значению  $\bar{L}_t$  (рис. 2, 1).

Что касается зависимости длины турбулентного пламени с учетом подъемных сил от числа  $Re_0$ , то, поскольку  $Re_0$  и  $Fr$  связаны соотношением

$$Re_0^2 = Fr \frac{d^3 g}{\nu_0^2}, \quad (20)$$

для заданных  $d$  и  $\nu_0$  и чисел  $Fr > Fr^*$  длина пламени не будет зависеть от числа  $Re_0$  и будет оставаться постоянной и равной  $\bar{L}_t$ . Для

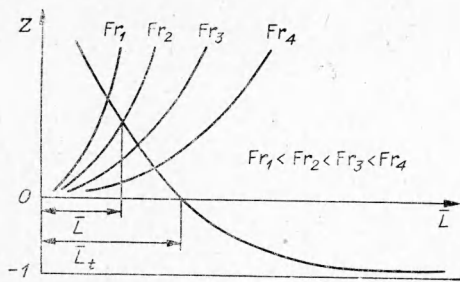


Рис. 1. Графическая интерпретация уравнения (18).

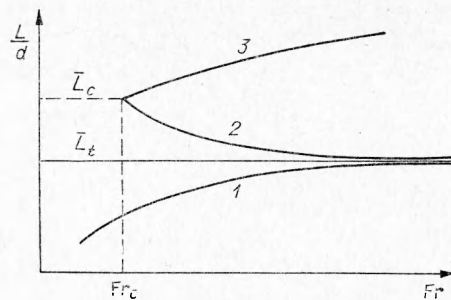


Рис. 2. Зависимость длины пламени от критерия Фруда.  
1 — решение уравнения (18); 2 — решение уравнения (21); 3 — решение уравнения (21) при  $Fr \rightarrow \infty$ .

$Fr < Fr^*$  зависимость  $\bar{L} = \bar{L}(Re_0)$  будет аналогичной рис. 2, 1, если вместо ординаты — числа Фруда — взять  $Re_0$  из (20). Причем следует отметить, что для одного и того же газа, но разных диаметров сопел, в координатах  $(\bar{L}, Re_0)$  наблюдается расслоение по  $d$  (или по  $Fr$ ).

На основании изложенного выше можно качественно представить характер изменения длины горящего вертикально вверх пламени с учетом подъемных сил от числа  $Re_0$  следующим образом (рис. 3). На начальном участке (малые  $Re_0$ ) имеет место близкая к линейной зависимость  $\bar{L}$  от  $Re_0$ . Для малых диаметров сопел длина пламени растет с ростом  $Re_0$  и превышает  $\bar{L}_t$ . При дальнейшем увеличении  $Re_0$  (переходный режим)  $\bar{L}$  падает, становясь сначала меньше  $\bar{L}_t$ , а потом асимптотически стремится к этому значению. Как следует из (16),  $\bar{L}/\bar{L}_t$  уменьшается с увеличением  $d$  и при некотором  $d^*$  (и при  $d > d^*$ ) длина пламени во всем диапазоне изменения  $Re_0$  не будет превышать  $\bar{L}_t$ , а будет асимптотически стремиться к этому значению.

Экспериментальные данные по длинам диффузионных пламен водорода и пропана, приведенные на рис. 4, подтверждают высказанное выше утверждение о ходе зависимости  $\bar{L} = \bar{L}(Re)$ . При горении водорода для диаметра сопла 1 мм имеет место превышение длины пламени в области перехода ламинарного течения в турбулентное в 1,3 раза, а затем с увеличением числа  $Re$  длина пламени уменьшается и принимает свое турбулентное значение. Отличие экспериментального отношения длин от расчетного значения, равного 1,74, связано, вероятно, с тем обстоятельством, что даже при таком малом диаметре на длину пламени оказывают влияние подъемные силы, стремящиеся уменьшить эту длину, и которые не учитывались при получении  $\bar{L}^*/\bar{L}_t = 1,74$ . Другой важной причиной может быть неточность предположений, использованных при выводе этого соотношения, в частности предположения (5), а также условия разрушения ламинарного пламени ( $Re_x = 3000$ .)

При диаметре сопла 3 мм длина пламени водорода во всем диапазоне дозвуковых скоростей истечения остается меньше своего турбулентного значения. Аналогичная зависимость наблюдается и при горении пропана, истекающего из сопла с диаметром 3,08 мм. На рис. 4, а, б приведены также расчетные зависимости  $\bar{L} = \bar{L}(Re_0)$ . При этом в области  $Re_0 < Re_0^*$  длины пламени рассчитывались по соотношению (13), в переходном режиме отсутствие данных о зависимости  $C = C(Re_0, Fr, x, \rho/\rho_1)$  не позволяет сделать этот рас-

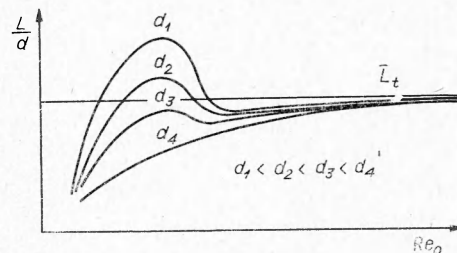


Рис. 3. Зависимость длины диффузионно-го пламени от числа Рейнольдса.

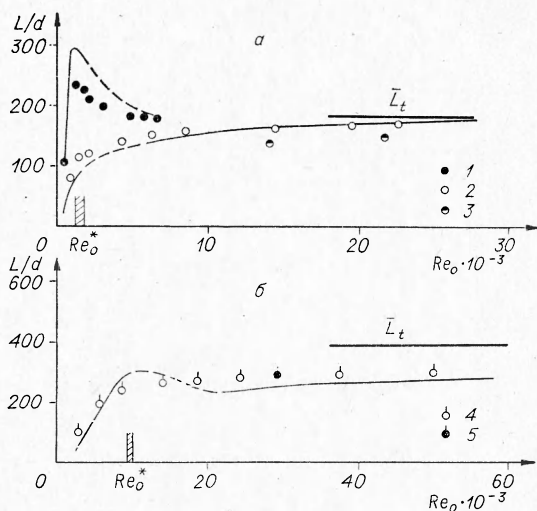


Рис. 4. Сравнение расчетных и экспериментальных значений длин диффузионных пламен водорода (а) и пропана (б) (кривые — расчет).

$d$ , мм: 1 — 1, 2 — 3, 3 — 4,05 [5], 4 — 3,08, 5 — 3,18 [2].

го класса диффузионных пламен, следует определить рамки применимости проведенного в [1] анализа при выводе соотношения (1) для определения длины диффузионного пламени, горящего вертикально вниз. Основное и главное условие применимости соотношения (1) состоит в том, что в области вершины пламени анализируемое течение не должно содержать области возвратных токов. Это условие позволяет считать справедливым применение соотношения (1) для определения длины пламени вне зависимости от того, как направлена ось диффузионного пламени: вертикально вверх или вертикально вниз.

Уравнение (3) для исследуемого случая имеет вид

$$1 - \frac{AC^2\bar{L}^3}{Fr} = \frac{B}{L^2} - 1. \quad (21)$$

Семейство парабол и гипербола для уравнения (21) изображены на рис. 5, из которого видно, что решение уравнения (21)  $\bar{L}=f(Fr)$  существует не во всей области изменения  $Fr$ , а лишь начиная с некоторого значения  $Fr=Fr_c$ , определенного условием

$$1 - \frac{AC^2\bar{L}_c^3}{Fr_c} > 0.$$

Для чисел Фруда  $Fr < Fr_c$  решение уравнения (21) не существует; при  $Fr > Fr_c$  решение имеет место, причем одному значению  $Fr$  отвечают два значения длины пламени:  $\bar{L} > \bar{L}_c$  и  $\bar{L} < \bar{L}_c$ . Первое из них отвечает зависимости  $\bar{L}=f(Fr)$ , когда при  $Fr \rightarrow \infty$  длина пламени также стремится к бесконечности (см. рис. 2, 2) и его следует отбросить как физически необоснованное решение. Второе решение имеет вид, изображенный зависимостью 3 на рис. 2, при этом длина пламени с увеличением  $Fr$  уменьшается, стремясь при  $Fr \rightarrow \infty$  к  $\bar{L}_t$ .

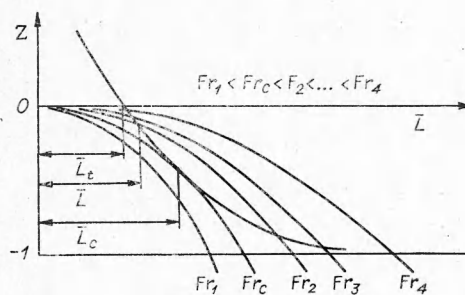


Рис. 5. Графическая интерпретация уравнения (21).

чет, а при числах Рейнольдса, превышающих  $Re_{пер}$ , расчет производился по (1) с учетом связи (20). При этом принималось:  $\alpha=1$ ;  $\psi=1$ ;  $\sigma=1$ ;  $C=0,17$ ;  $\rho/\rho_0=0,25$ .

Из сопоставления экспериментальных и расчетных результатов, приведенных на рис. 4, можно сделать вывод, что предложенные аналитические зависимости для длины пламени с учетом подъемных сил довольно точно отражают характер изменения длины вертикально горящего диффузионного пламени, наблюдаемый в экспериментах.

**Пламена, горящие вертикально вниз.** Прежде чем перейти к исследованию это-

Характерные значения  $Fr_c$  и  $\bar{L}_c$  можно определить, приравняв в (19) производные, откуда

$$-\frac{3AC^2\bar{L}^2}{Fr} = -\frac{2B}{\bar{L}^3},$$
$$Fr = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{A}{B}\right) \cdot \bar{L}^5. \quad (22)$$

Подставляя (22) в (21), получим  $\bar{L}_c = \sqrt[5]{\frac{5}{3} \cdot \frac{B}{C^2}}$ , тогда

$$Fr_c = 5,38 \cdot A \cdot B \cdot \sqrt[5]{\frac{B}{C^2}}.$$

В заключение авторы выражают признательность П. К. Третьякову за полезные обсуждения.

*Поступила в редакцию  
23/V 1974*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. К. Баев, П. П. Кузнецов и др. ФГВ, 1974, 10, 4.
2. В. Хауторн, Д. Уэдделл, Г. Хоттель. В сб. «Вопросы горения». М., ИЛ, 1953.
3. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., ИЛ, 1956.
4. К. Воль, К. У. Шипмэн. В сб. «Процессы горения». М., Физматгиз, 1963.
5. С. Н. Шорин, О. Н. Ермаолаев. Теплоэнергетика, 1959, 2.

УДК 541.128+622.612

### НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗОНА ФРОНТА УГЛЕВОДОРОДНЫХ ПЛАМЕН I. ОКИСЛЕНИЕ ПРОПАНА ВБЛИЗИ ФРОНТА ПЛАМЕНИ

*Г. И. Ксандопуло, Б. Я. Колесников, Д. С. Однорог  
(Алма-Ата)*

Вблизи фронта горячих пламен углеводородов зарождение цепей ускоряется вследствие диффузии атомов водорода в холодную смесь. Можно ожидать, что в этой области пространственно сочетаются выродженно-разветвленный и тепловой механизмы окисления. Структура такого пламени будет характеризоваться заметным превращением исходных молекул углеводородов в промежуточные продукты уже в предпламенной зоне при сравнительно низких температурах. Данная работа посвящена изучению профилей составов ряда стабильных веществ и температурного профиля в низкотемпературной части (до внутренней границы светящейся зоны) пропан-воздушного атмосферного пламени.

Пламя пропан-воздушной смеси (4,5% пропана) с начальной температурой  $T_0=302^\circ\text{K}$  создавалось на конической стеклянной горелке с внутренним диаметром отверстия 9 мм. В используемом пропане содержалось 2,1% пропилена и следы ( $<0,05\%$ ) этилена с ацетиленом. Нормальная скорость горения  $v_0$ , измеренная методом горелки, составляла 42 см/с, что согласуется со значением, предлагаемым в [1].