

3. Шваб В. А.— В кн.: Исследование процессов горения натурального топлива.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1948.
4. Зельдович Я. Б. ЖТФ, 1949, 19, 10.
5. Кузнецов В. Р., Лебедев А. Б., Секундов А. Н. и др. Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, 1, 30.
6. Мещеряков Е. А., Сабельников В. А. ФГВ, 1981, 17, 2, 55.
7. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н. Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтономности.— М.: Машиностроение, 1975.
8. Громов В. Г., Ларин О. Б. Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, 3, 189.
9. Громов В. Г., Ларин О. Б., Левин В. А. Хим. физика, 1984, 3, 8, 1190.
10. Sperng D. L., Tao C. C. Acta Astron., 1980, 7, 4—5, 619.
11. Khalil E. E., Spalding D. B., Whitelaw J. H. J. Heat and Mass Transfer, 1975, 18, 6, 775.
12. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей.— М.: Физматгиз, 1963.
13. Голубев И. Ф. Вязкость газов и газовых смесей.— М., 1959.
14. Лапин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа.— М.: Наука, 1970.
15. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика.— М.: Наука, 1976.
16. Хинце И. О. Турбулентность.— М.: Физматгиз, 1963.
17. Ueda T., Mizomoto M., Kobayashi T. e. a. Combust. Sci. Technol, 1982, 27, 133.
18. Wooldridge C. E., Muzzy R. J. AIAA J., 1960, 4, 11, 2009.
19. Jones W. J., Isaacson L. K., Vreeke S. A. AIAA, J., 1971, 9, 4, 1762.
20. Ueda T., Mizomoto M., Matsubayashi e. a. AIAA J., 1984, 22, 5, 664.
21. Артюх Л. Ю., Кашкаров В. П., Локтионова И. В.— В кн.: Методы и средства математического моделирования нелинейных процессов в физике и технике.— Алма-Ата, 1983.

*Поступила в редакцию 27/VI 1986,
после доработки — 4/XI 1986*

ДИФфуЗИОННО-ТЕПЛОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НОРМАЛЬНОГО ГОРЕНИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ ГАЗОВ

А. М. Гришин, Е. Е. Зеленский

(Томск)

Задача о диффузионно-тепловой неустойчивости (ДТН) ламинарного пламени в приближении бинарной диффузии рассматривалась в работах [1—8]. В [1] сделан вывод о неустойчивости фронта пламени по отношению к пространственным возмущениям при числе Льюиса $Le > 1$ ($Le = D/\kappa$; D , κ — эффективные коэффициенты диффузии и температуропроводности). Впервые наличие зоны неустойчивости при $Le < 1$ (ДТН-1) как для одномерных, так и для пространственных возмущений в рамках постановки задачи [1] аналитически и численно обнаружено в [2]. Эта неустойчивость носит колебательный характер и связана с выполнением условий $t_x \ll t_r < t_d$, где t_r , t_d , t_x — времена тепловой и диффузионной релаксации и характерное время химической реакции соответственно. В [3, 4] показано, что при $Le > 1$ существует область монотонной неустойчивости по отношению к искривлениям фронта пламени (ДТН-2).

Таким образом, как отмечается в [4, 5], взаимоисключающие, на первый взгляд, выводы работ [1] и [6] получили логическое объяснение. В более поздних работах [7, 8], не использующих предположение о квазистационарности скорости возмущенного фронта пламени [1—5], получено хорошее согласование по границам устойчивости (расхождение не более 8%) с результатами [2—5]. В [9], обобщающей результаты [1—8] на случай горения двухреагентного пламени (горючее + окислитель) в приближении независимой диффузии компонентов, показано, что введение эффективного числа Le для смеси при некоторых допущениях позволяет свести задачу к исследованию устойчивости одореагентного пламени.

В настоящей работе дана постановка и проведено исследование задачи об устойчивости горения трехкомпонентной смеси газов (горю-

чее, окислитель, продукт реакции) при точном учете взаимной диффузии компонентов. Построены границы областей ДТН-1 и ДТН-2 для двух смесей с сильно различающимися диффузионными свойствами. Проведено сравнение с бинарной теорией.

Постановка задачи

Пусть в смеси газов протекает необратимая химическая реакция окисления



где ν_i — стехиометрические коэффициенты; A_1, A_2, A_3 — символы горючего, окислителя и продукта реакции соответственно. Считаем для определенности, что окислитель находится в избытке. Зону реакции аналогично [1—5] полагаем бесконечно тонкой, что справедливо для химической реакции с сильной зависимостью скорости реакции от температуры и существенно более слабой от концентраций компонентов смеси. Концентрация горючего в зоне реакции $c_{1r} = 0$. Учет конечности толщины зоны реакции, согласно [7, 8], незначительно сужает область ДТН-2. Зону реакции рассматриваем как поверхность слабого разрыва температуры и концентраций компонентов [1—5]. С целью упрощения задачи пренебрегаем диффузионным переносом энергии по сравнению с кондуктивным, что заведомо выполняется для смеси с близкими значениями теплоемкостей компонентов. В то же время это допущение позволяет оценить влияние взаимной диффузии компонентов в «чистом» виде. Коэффициенты бинарной диффузии D_{ik} и температуропроводности κ полагаем постоянными величинами [1—5], соответствующими $T = T_r$.

Поверхность возмущенной зоны реакции задается в виде [1]

$$x = \xi(y, t) = \varepsilon \exp(iKy + \Omega t),$$

где ε — малая амплитуда искривления фронта; i — мнимая единица; K — вещественное волновое число; Ω — частота возмущения; t — время; $\xi(y, t)$ — малое отклонение зоны реакции от своего невозмущенного положения; x, y — декартовы координаты.

Массовую скорость горения m [1—5] считаем известной из теории нормального горения газов [10]

$$m \sim \exp(-E/2RT_\phi). \quad (2)$$

Здесь E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; T_ϕ — температура возмущенной зоны реакции. Из записи (2) видно, что задача рассматривается в квазистационарной постановке и пренебрегается зависимостью m от концентраций компонентов [1—5]. Кроме того, предполагается, что функциональная зависимость (2) величины m от T_ϕ , справедливая для бинарной смеси, сохраняется и для многокомпонентной смеси газов.

В системе координат, связанной с возмущенной зоной реакции, процесс квазистационарного распространения волны горения описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - u \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial c_1}{\partial t} + u \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) = - \left(\frac{\partial I_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial I_{1y}}{\partial y} \right), \quad (4)$$

$$\rho \left(\frac{\partial c_2}{\partial t} + u \frac{\partial c_2}{\partial x} \right) = - \left(\frac{\partial I_{2x}}{\partial x} + \frac{\partial I_{2y}}{\partial y} \right), \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^3 c_i = 1, \quad (6)$$

где c_i — массовая концентрация i -го компонента; I_{ix}, I_{iy} — проекции диффузионного потока i -го компонента на оси координат; ρ — плотность

смеси; u — стационарная скорость пламени; индексы 1, 2, 3 соответствуют горючему, окислителю и продукту реакции.

Диффузионные потоки, входящие в уравнения (4), (5), связаны с градиентами концентраций компонентов соотношениями Стефана — Максвелла [10]

$$\sum_{h=1}^3 \frac{X_i X_h}{\rho D_{ih}} \left(\frac{I_{hx}}{c_{hi}} - \frac{I_{ix}}{c_i} \right) = \frac{\partial X_i}{\partial x}, \quad (7)$$

$$\sum_{h=1}^3 \frac{X_i X_h}{\rho D_{ih}} \left(\frac{I_{hy}}{c_{hi}} - \frac{I_{iy}}{c_i} \right) = \frac{\partial X_i}{\partial y}, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^3 X_i = 1, \quad \sum_{i=1}^3 I_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^3 I_{iy} = 0 \quad (9)$$

(X_i — относительная молярная концентрация i -го компонента).

Используя связь между молярными и массовыми концентрациями [10], из уравнений (7) — (9) находим

$$I_{1x} = - \left(a_1 \frac{\partial c_1}{\partial x} + a_2 \frac{\partial c_2}{\partial x} \right), \quad I_{1y} = - \left(a_1 \frac{\partial c_1}{\partial y} + a_2 \frac{\partial c_2}{\partial y} \right), \quad (10)$$

$$I_{2x} = - \left(a_3 \frac{\partial c_2}{\partial x} + a_4 \frac{\partial c_1}{\partial x} \right), \quad I_{2y} = - \left(a_3 \frac{\partial c_2}{\partial y} + a_4 \frac{\partial c_1}{\partial y} \right);$$

$$a_1 = \rho D_{12} \frac{b_1 b_5 - b_2 b_3}{b_1 b_4 - b_2 b_3}, \quad a_2 = \rho D_{12} \frac{b_4 b_6 - b_2 b_7}{b_1 b_4 - b_2 b_3},$$

$$a_3 = \rho D_{12} \frac{b_1 b_7 - b_3 b_5}{b_1 b_4 - b_2 b_3}, \quad a_4 = \rho D_{12} \frac{b_1 b_8 - b_3 b_5}{b_1 b_4 - b_2 b_3}.$$

Коэффициенты b_i определяются формулами

$$b_1 = \pi_1 + c_2(\pi_2 - \pi_1), \quad b_2 = c_1(\pi_1 - \pi_2), \quad b_3 = c_2(\pi_3 - \pi_4),$$

$$b_4 = \pi_3 + c_1(\pi_4 - \pi_3), \quad b_5 = 1 + c_2(\pi_2 - 1), \quad b_6 = c_1(1 - \pi_2),$$

$$b_7 = 1 + c_1(\pi_4 - 1), \quad b_8 = c_2(1 - \pi_4),$$

$$\pi_1 = D_{12}/D_{13}, \quad \pi_2 = M_3/M_2, \quad \pi_3 = D_{12}/D_{23}, \quad \pi_4 = M_3/M_1,$$

M_i есть молекулярный вес i -го компонента.

С учетом (10) уравнения (4), (5) примут вид

$$\rho \left(\frac{\partial c_1}{\partial t} + u \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) = a_1 \left(\frac{\partial^2 c_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_1}{\partial y^2} \right) + a_2 \left(\frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_2}{\partial y^2} \right), \quad (11)$$

$$\rho \left(\frac{\partial c_2}{\partial t} + u \frac{\partial c_2}{\partial x} \right) = a_3 \left(\frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_2}{\partial y^2} \right) + a_4 \left(\frac{\partial^2 c_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_1}{\partial y^2} \right). \quad (12)$$

При записи (11), (12) для получения линейных уравнений a_i считались постоянными величинами. Это допущение полностью сохраняет принципиальную сторону многокомпонентной диффузии — перекрестный характер диффузии компонентов смеси и по своей сути аналогично предположению [1—5] о постоянстве эффективного коэффициента диффузии.

Граничные условия для уравнений (3), (11), (12) запишутся следующим образом:

$$T|_{x=-\infty} = T_0, \quad T|_{x=+\infty} = T_r, \quad (13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=-\infty} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=+\infty} = 0, \quad (14)$$

$$c_1|_{x=-\infty} = c_{10}, \quad c_1|_{x=+\infty} = 0, \quad (15)$$

$$c_2|_{x=-\infty} = c_{20}, \quad c_2|_{x=+\infty} = c_{2r}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial x} \Big|_{x=-\infty} = 0, \quad \frac{\partial c_i}{\partial x} \Big|_{x=+\infty} = 0, \quad (17)$$

где c_{i0} , c_{ir} — начальная и равновесная концентрация i -го компонента; T_0 — начальная температура; T_r — адиабатическая температура горения.

Величина c_{2r} находится из соотношения

$$c_{20} - c_{2r} = \frac{v_2 M_2}{v_1 M_1} c_{10}, \quad (18)$$

которое получается при интегрировании по x в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ одномерных стационарных нелинейных уравнений диффузии с последующим исключением источников членов на основании стехиометрического соотношения (1) и учета граничных условий (15)–(17).

Выражение для адиабатической температуры горения находится обычным способом:

$$T_r = T_0 + q/c_p \cdot c_{10}$$

(q — тепловой эффект реакции, c_p — удельная теплоемкость смеси при постоянном давлении).

Граничные условия на возмущенной зоне реакции в общем случае имеют вид

$$c_i|_{\xi-0} = c_i|_{\xi+0} = c_{ir}, \quad T|_{\xi-0} = T|_{\xi+0}, \quad (19)$$

$$I_{1x}|_{\xi-0} - I_{1x}|_{\xi+0} = mc_{10}, \quad (20)$$

$$I_{2x}|_{\xi-0} - I_{2x}|_{\xi+0} = \frac{v_2 M_2}{v_1 M_1} mc_{10}, \quad (21)$$

$$\kappa c_p \left(\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{\xi-0} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{\xi+0} \right) = qmc_{10}. \quad (22)$$

Условия (20)–(22) получены интегрированием уравнений диффузии и энергии с источниками по координате x в пределах от $\xi - \delta/2$ до $\xi + \delta/2$ при последующем стремлении толщины зоны реакции δ к нулю. Следуя [1], положим $I_{1x}|_{\xi+0} = 0$, тогда из (10)–(12) следует

$$I_{2x}|_{\xi+0} = 0. \quad (23)$$

Отметим здесь характерную сторону взаимной диффузии компонентов: из физического условия $\frac{\partial c_i}{\partial x} \Big|_{\xi+0} = 0$, принятого в [1], непосредственно следует равенство $\frac{\partial c_2}{\partial x} \Big|_{\xi+0} = 0$. Используя (23), из уравнений (20), (21) находим

$$I_{2x}|_{\xi-0} = \frac{v_2 M_2}{v_1 M_1} I_{1x}|_{\xi-0}. \quad (24)$$

Таким образом, вследствие выполнения (24) в дальнейшем будем использовать одно граничное условие

$$I_{1x}|_{\xi-0} = mc_{10}. \quad (25)$$

Заметим, что соотношения вида (24) можно получить при произвольном числе компонентов смеси.

Исследование устойчивости горения

Стационарное решение уравнения (3) с граничными условиями (13), (14) получено в [1]:

$$\begin{aligned} T(x) &= T_0 + (T_r - T_0) \exp(ux/\kappa), & x < 0, \\ T(x) &= T_r, & x > 0. \end{aligned}$$

¹ Производная по нормали к возмущенному фронту отличается от производной по x на величину $O(\varepsilon^2)$, которой в линейном анализе пренебрегается.

Система одномерных уравнений диффузии (11), (12) при граничных условиях (15)–(17) допускает следующее стационарное решение:

$$c_1(x) = c_{10} + A\lambda_1 \exp(\lambda_1 x) + B\lambda_2 \exp(\lambda_2 x), \quad x < 0, \quad (26)$$

$$c_2(x) = c_{20} + A \frac{m - a_1 \lambda_1}{a_2} e^{\lambda_1 x} + B \frac{m - a_1 \lambda_2}{a_2} e^{\lambda_2 x}, \quad x < 0, \quad (27)$$

$$c_1(x) = c_{1r} = 0, \quad c_2(x) = c_{2r}, \quad x > 0; \quad (28)$$

$$A = \frac{a_2 \lambda_2 (c_{2r} - c_{20}) + (m - a_1 \lambda_2) c_{10}}{m(\lambda_2 - \lambda_1)}, \quad B = -\frac{c_{10} (m - a_1 \lambda_2) + a_2 \lambda_2 (c_{2r} - c_{20})}{m(\lambda_2 - \lambda_1)},$$

$$\lambda_{1,2} = m \frac{(a_1 + a_3) \pm \sqrt{(a_1 + a_3)^2 - 4(a_1 a_3 - a_2 a_4)}}{2(a_1 a_3 - a_2 a_4)}.$$

Характеристическое уравнение системы одномерных стационарных уравнений диффузии при условиях

$$\begin{aligned} a_1 a_3 - a_2 a_4 &> 0, \\ (a_1 + a_3)^2 - 4(a_1 a_3 - a_2 a_4) &> 0 \end{aligned} \quad (29)$$

кроме положительных действительных корней λ_1 и λ_2 имеет двукратный нулевой корень, которому соответствует частное решение вида $E_1 + xE_2$ (E_1, E_2 — постоянные), причем $E_2 = 0$ вследствие граничных условий (15)–(17). Полагая в (26) $a_2 = 0$, получим стационарное решение работы [1].

В соответствии с методом малых возмущений решение нестационарных уравнений (3), (11), (12) ищем в виде

$$\begin{aligned} T &= T(x) + T_1, \quad c_1 = c_1(x) + c'_1, \quad c_2 = c_2(x) + c'_2, \quad x < 0, \\ T &= T_r + T_2, \quad c_1 = c_{1r} = 0, \quad c_2 = c_{2r}, \quad x > 0. \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} T_1 &= g(x) \exp(iKy + \Omega t), \quad T_2 = h(x) \exp(iKy + \Omega t), \\ c'_1 &= A_1(x) \exp(iKy + \Omega t), \quad c'_2 = A_2(x) \exp(iKy + \Omega t). \end{aligned}$$

Функции $g(x)$ и $h(x)$ найдены в [1]:

$$\begin{aligned} g(x) &= D_1 (T_r - T_0) \exp(\alpha_1 x), \quad h(x) = D_2 (T_r - T_0) \exp(\alpha_2 x), \\ \alpha_1 &= \frac{u}{2\kappa} + \sqrt{\frac{u^2}{4\kappa^2} + K^2 + \frac{\Omega}{\kappa}}, \quad \alpha_2 = \frac{u}{2\kappa} - \sqrt{\frac{u^2}{4\kappa^2} + K^2 + \frac{\Omega}{\kappa}} \end{aligned}$$

(D_1, D_2 — произвольные постоянные).

Характеристическое уравнение для концентрационных возмущений при условии (29) имеет четыре действительных корня

$$\beta_{1,3} = \frac{\lambda_1}{2} \pm \sqrt{\frac{\lambda_1^2}{4} + K^2 + \frac{\Omega}{u} \lambda_1}, \quad \beta_{2,4} = \frac{\lambda_2}{2} \pm \sqrt{\frac{\lambda_2^2}{4} + K^2 + \frac{\Omega}{u} \lambda_2}. \quad (31)$$

Окончательные выражения для амплитуд $A_1(x)$ и $A_2(x)$ запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} A_1(x) &= D_3 a_2 (K^2 - \beta_1^2) e^{\beta_1 x} + D_4 a_2 (K^2 - \beta_2^2) e^{\beta_2 x}, \\ A_2(x) &= D_3 [a_1 (\beta_1^2 - K^2) - \rho \Omega - m \beta_1] e^{\beta_1 x} + \\ &+ D_4 [a_1 (\beta_2^2 - K^2) - \rho \Omega - m \beta_2] e^{\beta_2 x}. \end{aligned} \quad (32)$$

Подстановка решений (30)–(32) в граничные условия «спивки» (19), (22), (25) приводит к системе пяти линейных однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных констант $\varepsilon, D_1 - D_4$, процедура получения которой в принципе не отличается от описанной в [1]. Из условия нетривиальной разрешимости этой системы получаем дисперсионное уравнение для определения безразмерной частоты воз-

мущений

$$(Z - a\sqrt{1 + \omega}) (B_1\gamma_1\sqrt{1 + d_1\omega} - B_2\gamma_2\sqrt{1 + d_2\omega} + \gamma_2 - \gamma_1) + Z \text{Le} \gamma_3 (1 - a\sqrt{1 + \omega}) = 0, \quad (33)$$

где

$$\omega = 4\Omega\kappa/a^2u^2; \quad a = \sqrt{1 + k^2}; \quad k = 2\kappa K/u; \quad \text{Le} = a_1/\rho\kappa;$$

$$Z = \frac{E(T_r - T_0)}{2RT_r^2}; \quad B_1 = \sqrt{1 + \frac{k^2 \text{Le}^2}{\mu_2^2}}; \quad B_2 = \sqrt{1 + \frac{k^2 \text{Le}^2}{\mu_1^2}};$$

$$\mu_{1,2} = \frac{\left(1 + \frac{a_3}{a_1}\right) \pm \sqrt{\left(1 + \frac{a_3}{a_1}\right)^2 - 4\left(\frac{a_3}{a_1} - \frac{a_2 a_4}{a_1 a_1}\right)}}{2\left(\frac{a_3}{a_1} - \frac{a_2 a_4}{a_1 a_1}\right)};$$

$$d_1 = \frac{a^2 \text{Le}}{\mu_2 \left(1 + \frac{k^2 \text{Le}^2}{\mu_2^2}\right)}; \quad d_2 = \frac{a^2 \text{Le}}{\mu_1 \left(1 + \frac{k^2 \text{Le}^2}{\mu_1^2}\right)};$$

$$\gamma_1 = 1 - \mu_2 \left(\frac{a_3}{a_1} - \frac{v_2 M_2 a_2}{v_1 M_1 a_1}\right); \quad \gamma_2 = 1 - \mu_1 \left(\frac{a_3}{a_1} - \frac{v_2 M_2 a_2}{v_1 M_1 a_1}\right);$$

$$\gamma_3 = (\mu_1 - \mu_2) \left(\frac{a_3}{a_1} - \frac{a_2 a_4}{a_1 a_1}\right).$$

Если $a_2 = 0$, уравнение (33) совпадает с дисперсионным уравнением работ [1–5]. Как известно (см., например, [5]), при фиксированном k в плоскости параметров Le , Z границам зон ДТН-1 и ДТН-2 отвечают точки, для которых (33) имеет корень $\omega = i\psi$ ($\psi^2 > 0$) и $\omega = 0$ соответственно. Исследуем отдельно эти случаи.

Монотонная неустойчивость

При $\omega = 0$ и $k = 0$ уравнение (33) удовлетворяется тождественно, что соответствует инвариантности плоского фронта пламени относительно сдвига системы координат [5, 7]. В случае длинноволновых возмущений ($k \ll 1$) имеет место асимптотическое решение

$$\text{Le} = \frac{Z}{(Z-1) \left(1 + \frac{v_2 M_2 a_2}{v_1 M_1 a_1}\right)}, \quad (34)$$

которое при $a_2 = 0$ совпадает с асимптотикой, полученной в [1–5, 7]. Кривая, определяемая (34), имеет вертикальную асимптоту $Z = 1$, что совпадает с результатами [1–5, 7], и горизонтальную асимптоту

$$\text{Le} = \text{Le}_* = \left(1 + \frac{v_2 M_2 a_2}{v_1 M_1 a_1}\right)^{-1}. \quad (35)$$

В отличие от [1–5, 7] значение Le_* в зависимости от знака коэффициента a_2 (величина a_1 всегда положительна) может быть как больше, так и меньше единицы.

В случае произвольных значений k для нейтральной кривой $Z = Z(\text{Le}, k)$ запишем следующее уравнение:

$$Z = \frac{B_1\gamma_1 - B_2\gamma_2 + \gamma_2 - \gamma_1}{\text{Le} (1 - a) \gamma_3 + B_1\gamma_1 - B_2\gamma_2 + \gamma_2 - \gamma_1} a. \quad (36)$$

Кривая $\text{Le} = \text{Le}(Z, k)$, определяемая уравнением (36), имеет вертикальную асимптоту

$$Z = Z_* = \frac{k \sqrt{1 + k^2}}{1 + k - \sqrt{1 + k^2}}, \quad (37)$$

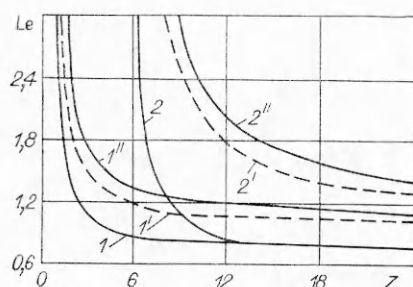


Рис. 1. Нейтральные кривые (1, 1', 2, 2') для монотонной неустойчивости при горении водорода и окиси углерода (1', 1'', 2', 2'').

1 — $k = 0,1$; 2 — $k = 2$; 1, 2 — $c_{10} = 0,111$; $c_2 = 0,889$ (стехиометрический состав $c_{10} = 0,1111$, $c_{20} = 0,8889$); 1', 2' — $c_{10} = 0,63$, $c_2 = 0,37$ (стехиометрический состав $c_{10} = 0,6363$, $c_{20} = 0,3637$).

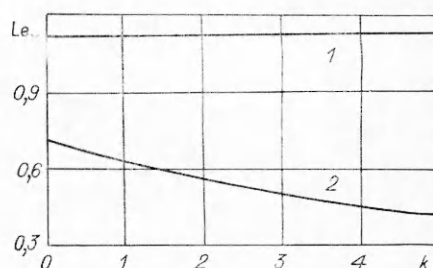


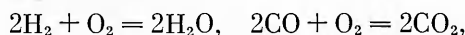
Рис. 2. Влияние k на Le_* при горении окиси углерода (1) и водорода (2).

совпадающую с полученной в [3—5], и горизонтальную асимптоту $Le = Le_*$, где Le_* — положительный действительный корень уравнения

$$Le(1-a)\gamma_3 + B_1\gamma_1 - B_2\gamma_2 + \gamma_2 - \gamma_1 = 0. \quad (38)$$

При $a_2 = 0$ (38) имеет корень $Le_* = 1$.

Для определенности вычислим коэффициенты переноса a_i , исходя из значений D_{ik} и M_i реакций



для которых соответственно имеем $\pi_1 = 0,8097$, $\pi_2 = 0,5625$, $\pi_3 = 3,6764$, $\pi_4 = 9$ и $\pi_1 = 1,3555$, $\pi_2 = 1,375$, $\pi_3 = 1,3292$, $\pi_4 = 1,571$. Значения D_{ik} взяты из [9]. Соответствующие нейтральные кривые (сплошные линии) приведены на рис. 1 для смесей, близких к стехиометрическим (штриховые линии из работ [3—5]). Видно, что в качественном отношении поведение границ области ДТН-2 не меняется по сравнению с результатами [3—5], за исключением Le_* , о которой уже говорилось выше. Однако количественное различие довольно существенно, особенно для первой реакции. Учет многокомпонентной диффузии для этой смеси приводит к заметному расширению зоны ДТН-2 и появлению возрастающих возмущений при $Le_* < Le < 1$. С ростом волнового числа величина Le_* , как следует из рис. 2, уменьшается, и нейтральная кривая², сдвигаясь вправо вниз, при $k > 4$ покидает область реальных значений Z . Для второй смеси учет взаимной диффузии стабилизирует фронт пламени по отношению к искривлениям и с увеличением k , согласно (37) и рис. 2, происходит сдвиг нейтральной кривой вправо вверх в соответствии с [3—5]. Полученные результаты согласуются с выводами [9] о том, что искривления фронта пламени, конечным итогом которых является, по-видимому, образование в двухреагентных смесях ячеистой структуры, реализуются при больших числах Льюиса $Le_i = D_i/\kappa$. При этом следует иметь в виду, что в [9] для Le_i использовалась обратная величина. В соответствии с [9] наиболее сильное отличие от однореагентного пламени наблюдается для смесей, близких к стехиометрическим. По сравнению с работой [9] точный учет взаимной диффузии компонентов для реакции горения водорода приводит к искривлениям фронта пламени при более низких Le .

Для бедных смесей результаты расчетов представлены в таблице, где индексы 1, 2 соответствуют смесям $H_2 + O_2 + H_2O$ и $CO + O_2 + CO_2$ соответственно, а индекс б — бинарной постановке. Из анализа табличных данных следует, что имеет место хорошее совпадение (особенно для горения CO) точных нейтральных кривых с кривой, получаемой при

² Обычно при горении газов значения q , E и T_0 таковы, что $2 \leq Z \leq 15$.

Le	Границы зоны ДТН-2			Le	Границы зоны ДТН-1		
	Z ₁	Z ₂	Z _δ		Z ₁	Z ₂	Z _δ
1,1	7,59	11,40	11,40	0	4,22	4,22	4,22
1,2	4,92	6,14	6,06	0,1	4,83	4,79	4,80
1,3	3,79	4,41	4,37	0,2	5,64	5,56	5,56
1,4	3,17	3,55	3,53	0,3	6,72	6,54	6,55
1,5	2,77	3,04	3,03	0,4	8,18	7,86	7,87
2,0	1,93	2,03	2,02	0,6	13,67	12,42	12,46
5,0	1,25	1,27	1,27	0,8	34,02	25,89	26,13

Примечание. $c_{10} = 0,01$, $c_{20} = 0,99$, $k = 0,1$.

допущении о бинарности смеси газов. Отметим, что при вычислении стационарной скорости горения СО с учетом многокомпонентной диффузии получен аналогичный результат [11].

Колебательная неустойчивость

Полагая в (33) $\omega = i\psi$ ($\psi^2 > 0$) и приравнявая к нулю действительную и мнимую части, получим параметрическое представление нейтральной кривой

$$Z = \frac{\frac{\psi^2}{4n_1} \left(B_2 \gamma_2 \frac{d_2}{n_3} - B_1 \gamma_1 \frac{d_1}{n_2} \right) - n_1 (n_3 B_2 \gamma_2 - n_2 B_1 \gamma_1 + \gamma_1 - \gamma_2)}{Le \gamma_3 (1 - an_1) - (n_3 B_2 \gamma_2 - n_2 B_1 \gamma_1 + \gamma_1 - \gamma_2)} a, \quad (39)$$

$$Z = \frac{n_1 \left(B_2 \gamma_2 \frac{d_2}{n_3} - B_1 \gamma_1 \frac{d_1}{n_2} \right) + \frac{1}{n_1} (n_3 B_2 \gamma_2 - n_2 B_1 \gamma_1 + \gamma_1 - \gamma_2)}{Le \gamma_3 \frac{a}{n_1} + B_2 \gamma_2 \frac{d_2}{n_3} - B_1 \gamma_1 \frac{d_1}{n_2}} a, \quad (40)$$

где $n_1 = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + \psi^2}}{2}}$; $n_2 = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + d_1^2 \psi^2}}{2}}$; $n_3 = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + d_2^2 \psi^2}}{2}}$.

При вычислении n_i перед квадратными корнями выбирался знак плюс, так как просчет по формулам (39), (40) тестового варианта $a_2 = 0$ дает нейтральную кривую, совпадающую с нижней кривой рис. 1 из работы [2]. При выборе знака минус получается верхняя кривая того же рисунка, не имеющая физического смысла.

Результаты расчетов представлены на рис. 3, где сплошными линиями показаны кривые, полученные по формулам (39), (40) для смесей с указанными выше составами, а штриховыми — графики из работ [2, 5]. Точный учет взаимной диффузии компонентов для реакции окисления водорода приводит к заметному сужению зоны ДТН-1. С ростом k нейтральная кривая сдвигается вправо в согласии с результатами [2, 5]. Для реакции горения окиси углерода, напротив, учет многокомпонентной диф-

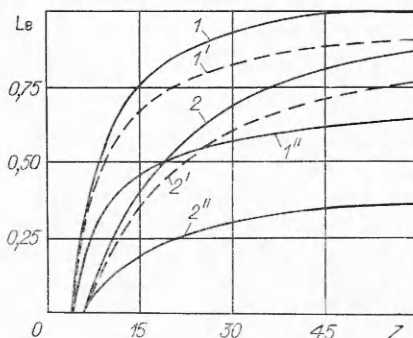


Рис. 3. Граница области колебательной неустойчивости (ДТН-1) для горения водорода (1', 1'', 2', 2'') и окиси углерода (1, 2, 2').
1 - $k = 0,1$; 2 - $k = 4$.

фузии дестабилизирует фронт пламени в отношении возникновения релаксационных колебаний скорости горения. Эти выводы также согласуются с заключением [9], где отмечается, что колебательная неустойчивость в двухреагентных пламенах реализуется при малых $Le_i - D_i/\kappa$. Учет многокомпонентной диффузии для реакции окисления водорода значительно сужает зону ДТН-1, особенно для стехиометрических смесей. В связи с этим для данной смеси наиболее вероятно появление монотонной неустойчивости, отмечаемое в эксперименте в виде ячеистого пламени. Из анализа таблицы следует, что и для границ области ДТН-1 наблюдается удовлетворительное согласование с бинарной теорией.

Таким образом, результаты проведенных исследований говорят о том, что для смесей, близких к стехиометрическим, учет взаимной диффузии может существенно изменить картину ДТН в случае сильного различия молекулярных весов компонентов. Для бедных смесей различие в подвижности компонентов компенсируется недостатком горючего компонента.

ЛИТЕРАТУРА

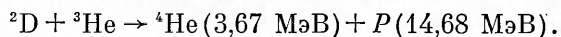
1. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б., Истратов А. Г. ПМТФ, 1962, 4.
2. Гришин А. М., Зеленский Е. Е.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 5, № 4.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1974.
3. Гришин А. М., Берцун В. Н., Агранат В. М. Докл. АН СССР, 1977, 235, 3.
4. Агранат В. М., Берцун В. Н., Гришин А. М.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 8, № 4.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1977.
5. Гришин А. М., Фомин В. М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред.— Новосибирск: Наука, 1984.
6. Levis V., Von Elbe G. Combustion flames and explosions of gases.— N. Y.: Academic Press, 1938.
7. Алдушин А. П., Каспарян С. Г. Препринт ОИХФ АН СССР.— Черногловка, 1978.
8. Алдушин А. П., Каспарян С. Г. Докл. АН СССР, 1979, 244, 1.
9. Joulin G., Mitahi T. Comb. Flame, 1981, 40, 3.
10. Щетинков Е. С. Физика горения газов.— М.: Наука, 1965.
11. Гришин А. М., Зеленский Е. Е. ФГВ, 1974, 10, 2.

Поступила в редакцию 27/II 1986,
после доработки — 20/IV 1986

ЛАМИНАРНОЕ ПЛАМЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТРАЕКТОРИЙ БЫСТРЫХ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ

М. М. Баско, А. Б. Будько
(Москва)

Существуют реакции горения, быстрые продукты которых движутся по практически прямолинейным траекториям и имеют макроскопические пробеги. К реакциям такого типа в широком диапазоне параметров можно отнести реакции термоядерного синтеза [1]; в качестве характерного примера укажем реакцию



Основная доля энергии этой реакции выделяется в виде быстрых протонов, которые при температуре электронов $T_e \ll 40$ кэВ тормозятся за счет кулоновских столкновений с легкими электронами и, следовательно, подавляющую часть пробега проходят, двигаясь по прямой.

При своем торможении быстрые продукты прогревают холодные слои топлива, непосредственно примыкающие к зоне горения, в результате чего формируется волна горения или детонации. Такой механизм распространения пламени (или детонации) качественно отличается от