

ЛИТЕРАТУРА

1. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами/Л. Е. Стернин, Б. Н. Маслов, А. А. Шрайбер, А. М. Подвысоцкий. М.: Машиностроение, 1980.
2. Подвысоцкий А. М., Шрайбер А. А. Расчет неравновесного двухфазного течения с коагуляцией и дроблением частиц конденсата при произвольном распределении вторичных капель по массам и скоростям.—Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 2.
3. Шрайбер А. А., Подвысоцкий А. М., Маслов Б. Н. Влияние газового потока на закономерности дробления капель в соплах Лавалья.—Пром. теплотехника, 1982, т. 4, № 4.
4. Архипов В. А., Бушланов В. П. и др. Равновесные формы и устойчивость вращающихся капель.—Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 4.

Поступила 24/VII 1984 г.

УДК 532.529 : 533.6.011

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНЕРЦИОННОГО ОСАЖДЕНИЯ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ СФЕРЫ

Ю. М. Циркунов

(Ленинград)

Обтекание тел несжимаемым газом с частицами при больших числах Рейнольдса рассматривается во многих работах, например в [1—6], где при расчете характеристик инерционного осаждения примеси частицы считаются монодисперсными. В то же время в реальных газовзвесах размеры частиц всегда различны. Полидисперсность частиц даже в случае пренебрежения их взаимодействием друг с другом существенно усложняет картину движения примеси около тела. Частицы различных размеров отклоняются потоком газа неодинаково. В результате происходит перераспределение фракций в пространстве и первоначальная функция распределения средней плотности дисперсной фазы по размерам частиц изменяется. Составление и решение «кинетического» уравнения, описывающего эволюцию функции распределения, в этом случае затруднительно. В данной работе предлагается метод расчета плотности потока осаждающихся полидисперсных частиц в передней критической точке и функции распределения плотности потока по фракциям. При этом, как и в [1—6], концентрация частиц предполагается малой и их влияние на течение газа и взаимодействие друг с другом не учитывается.

В случае пренебрежимо малой концентрации примеси задача об обтекании тела газовзвесью сводится, как известно, к последовательности двух более простых задач: построению поля течения несущей среды около тела и расчету траекторий частиц в этом поле. Если число Рейнольдса велико, вязкость газа в задаче обтекания тела обычно не учитывается. Однако оценки [1, 3, 4] и прямой расчет [7] показывают, что существует достаточно широкий диапазон параметров потока газовзвеси, где вязкий пограничный слой на поверхности тела существенно влияет на движение примеси, и, следовательно, пренебрегать им при определении характеристик инерционного осаждения частиц в общем случае нельзя. В данной работе поле течения газа около сферы задается так же, как и в [7], на основе модели, включающей в себя внешнее потенциальное течение и вязкий пограничный слой. В [8] показано, что использование такой модели при расчете плотности потока падающих частиц отдельных фракций в критической точке дает достаточно высокую точность, если $Re \geq 10^5$.

В рассматриваемой задаче доминирующей силой, действующей на дисперсную частицу со стороны несущего газа, является сила аэродинамического сопротивления [1, 4, 7]. Для коэффициента аэродинамического сопротивления частицы часто используется закон Стокса [1—4] или «стандартная кривая» [5—7], которая получается при обтекании частицы безграничным равномерным потоком газа. В то же время известно [9], что при медленном движении частицы в вязкой среде вблизи твердой поверхности коэффициент ее аэродинамического сопротивления может в несколько раз превышать значение, полученное по формуле Стокса. В связи с этим в данной работе дается оценка влияния «эффекта стенки» на траектории частиц вблизи критической точки.

Приведенные численные результаты относятся к логарифмически-нормальному закону распределения средней плотности частиц по размерам фракций в невозмущенном течении. Исследованы характеристики инерционного осаждения дисперсной фазы в зависимости от числа Рейнольдса и параметров r_m и ε , входящих в логарифмически-нормальный закон.

1. Пусть на сферу радиуса a набегают однородный поток газовзвеси со скоростью V_∞ . Несущий газ считается вязким и несжимаемым, а частицы — сферическими. Рассматривается окрестность оси симметрии перед сферой, где течение ламинарное. Предполагается, что влияние частиц на

движение газа пренебрежимо мало и частицы не взаимодействуют друг с другом. Уравнения движения двухфазной смеси [10] в этом случае распадутся на уравнения движения чистого газа

$$(1.1) \quad \operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \quad \rho^0 \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \operatorname{div} (-p\mathbf{E} + \tau)$$

и уравнения движения отдельных частиц

$$(1.2) \quad \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_p^0 \frac{d\mathbf{V}_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho^0 \pi r^2 |\mathbf{V} - \mathbf{V}_p| (\mathbf{V} - \mathbf{V}_p).$$

Здесь \mathbf{V} и \mathbf{V}_p — скорости газа и частицы; ρ^0 и ρ_p^0 — физические плотности газа и частицы; p — давление в газе; \mathbf{E} — единичный тензор; τ — тензор вязких напряжений Навье — Стокса; r и C_D — радиус и коэффициент аэродинамического сопротивления частицы; d/dt и d_p/dt — субстанциальные производные, связанные с движением газа и частицы соответственно.

В уравнении (1.2) учтена только сила аэродинамического сопротивления частицы. Как видно из этого уравнения, для определения движения отдельных частиц необходимо знать поле скорости несущей среды \mathbf{V} . В общем случае задача определения поля \mathbf{V} требует численного интегрирования полных уравнений Навье — Стокса (1.1).

Рассмотрим режим обтекания сферы, когда $\operatorname{Re} = V_\infty a / \nu$ велико (ν — кинематический коэффициент вязкости газа). В этом случае для решения задачи обтекания лобовой поверхности сферы чистым газом может быть использован метод внешних и внутренних асимптотических разложений по малому параметру $\delta = 1/\sqrt{\operatorname{Re}}$ [11], который для главных членов разложений во внешней области приводит к уравнениям Эйлера, а во внутренней — к обычной теории пограничного слоя. Ниже ограничимся только главными членами разложений в каждой из областей.

Введем погранслойную систему координат (x, y) , где ось x направлена вдоль образующей сферы и имеет начало в передней критической точке, а ось y — по нормали к x и отсчитывается от поверхности. Перейдем к безразмерным переменным, относя все линейные размеры к радиусу сферы a , компоненты скорости газа u, v и частицы u_p, v_p к V_∞ , время t к a/V_∞ . Отношение плотностей ρ^0/ρ_p^0 обозначим ρ . Тогда уравнение (1.2) в погранслойной системе координат запишется в виде

$$(1.3) \quad \frac{d_p u_p}{dt} = -\frac{u_p v_p}{1+y} + \frac{3\rho}{8r} C_D |\mathbf{V} - \mathbf{V}_p| (u - u_p),$$

$$\frac{d_p v_p}{dt} = -\frac{u_p^2}{1+y} + \frac{3\rho}{8r} C_D |\mathbf{V} - \mathbf{V}_p| (v - v_p), \quad |\mathbf{V} - \mathbf{V}_p| = [(u - u_p)^2 + (v - v_p)^2]^{1/2}.$$

Компоненты скорости несущего газа во внешней области вычисляются по формулам потенциального обтекания [12]

$$(1.4) \quad u = [1 + (1/2)(1+y)^{-3}] \sin x, \quad v = -[1 - (1+y)^{-3}] \cos x.$$

В вязком пограничном слое на сфере имеем [13]

$$(1.5) \quad u = (3/2)f'(\eta)x + O(x^3), \quad v = -\sqrt{3}\delta f(\eta) + O(x^2), \quad \eta = \sqrt{3}y/\delta,$$

где функция $f(\eta)$ определяется в результате решения краевой задачи

$$2f''' + 2ff'' - f'^2 + 1 = 0, \quad f(0) = f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1.$$

Поля компонент u и v около сферы «в целом» получают сшивкой одноименных профилей (1.4) и (1.5) в точках их пересечения при каждом фиксированном значении x , как это сделано в [7]. Построенная таким образом аппроксимация поля u имеет равномерную погрешность порядка $O(\delta)$ во всей рассматриваемой области течения, а для поля v эта погрешность неравномерна. Она имеет порядок $O(\delta^2)$ в пограничном слое и уве-

личивается до $O(\delta)$ во внешней невязкой области. Более точная аппроксимация поля v в вязком слое, где $v \sim \delta$, позволяет лучше передать качественные особенности поведения компоненты v и имеет значительно меньшую относительную погрешность по сравнению с всюду равномерным приближением порядка $O(\delta)$. Погрешность аппроксимации полей u и v приводит к некоторой ошибке при расчете плотности потока падающих частиц отдельных фракций в передней точке сферы и определении критического радиуса частиц r_* , начиная с которого более мелкие фракции практически не осаждаются на сфере. При $Re = 10^5$ ошибка для r_* составляет 1,5%, а для плотности потока при $r > r_*$ — 1–3% (исключая фракции с размерами вблизи r_*), причем с увеличением Re эта ошибка быстро убывает [8].

Для расчета траектории отдельной частицы необходимо наряду с уравнениями (1.3) рассмотреть кинематические зависимости

$$(1.6) \quad d_p x/dt = u_p/(1+y), \quad d_p y/dt = v_p,$$

а также задать соотношения для коэффициента аэродинамического сопротивления частицы и начальные условия.

В невозмущенном течении при $y \rightarrow \infty$ скорость частиц определяется соотношениями $u_p = \sin x$, $v_p = -\cos x$. Однако при численном интегрировании системы уравнений (1.3) и (1.6) эти условия приходится задавать при некотором конечном значении y_∞ . Пусть z_∞ — расстояние частицы от оси симметрии при $y = y_\infty$. Тогда начальные условия для исходной системы уравнений можно записать в виде

$$t = 0: u_p = z_\infty/(1+y_\infty), \quad v_p = -(1-u_p^2)^{1/2}, \\ x = \arcsin u_p, \quad y = y_\infty.$$

В расчетах принято $y_\infty = 4$. При этом компоненты скорости газа u и v отличаются от невозмущенных значений менее чем на 1%.

Для интегрирования системы уравнений (1.3) и (1.6) использовался численный метод типа предиктор — корректор четвертого порядка точности. Сначала по четырехточечной разностной схеме Адамса — Башфорта вычислялись промежуточные значения искомых функций, которые далее уточнялись с использованием остаточных членов предиктора на предыдущем шаге (подробно эта процедура описана в [14]), и затем осуществлялся пересчет по четырехточечной разностной схеме Адамса — Мултона. Для увеличения точности расчетов в области вязкого пограничного слоя, где велики градиенты параметров потока, шаг интегрирования в ней уменьшался в 4–10 раз.

Критерием осаждения частицы r -фракции на поверхности сферы являлось условие пересечения центром частицы линии $y = r$. Во всех расчетах отношение плотностей фаз ρ принято равным 0,0005.

2. Зависимость для C_D , аппроксимирующая «стандартную кривую» сопротивления шара с точностью до 1–2%, предложена в [5] и имеет вид

$$(2.1) \quad C_D = A + B/Re_p + C/Re_p^2, \quad Re_p = 2|V - V_p|r/v, \\ \begin{array}{lll} Re_p \leq 0,1, & A = 0, & B = 24, \quad C = 0, \\ 0,1 < Re_p \leq 1, & A = 3,69, & B = 22,73, \quad C = 0,0903, \\ 1 < Re_p \leq 10, & A = 1,222, & B = 29,1667, \quad C = -3,8889, \\ 10 < Re_p \leq 100, & A = 0,6167, & B = 46,5, \quad C = -116,67, \\ 100 < Re_p \leq 1000, & A = 0,3644, & B = 98,33, \quad C = -2778. \end{array}$$

При принятых выше допущениях использование «стандартной кривой» для коэффициента аэродинамического сопротивления оправдано, если частица движется вдали от обтекаемой поверхности. Однако при медленном движении частицы в вязком пограничном слое на расстоянии порядка ее радиуса от поверхности тела закон сопротивления значительно отличается от «стандартного» [9]. Это связано с тем, что поле течения

несущей среды около частицы «на бесконечности» является существенно неоднородным.

В [9] дан подробный обзор работ по исследованию движения частиц вблизи твердых стенок на основе стационарных уравнений Стокса. Степень отличия силы сопротивления частицы при $Re_p \ll 1$ от закона Стокса зависит от относительного расстояния частицы до стенки, от направления ее движения и от характера течения несущей среды около стенки. Если сферическая частица движется в вязкой неподвижной среде вблизи плоской неограниченной стенки, то при $r/h \ll 1$ выражение для C_D может быть представлено в виде приближенной асимптотической формулы (члены порядка $(r/h)^3$ и выше опущены)

$$(2.2) \quad C_D = \frac{24}{Re_p} \left[1 + \beta \frac{r}{h} + \left(\beta \frac{r}{h} \right)^2 \right],$$

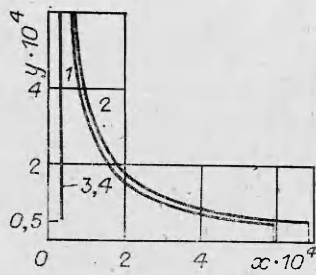
где h — расстояние от центра частицы до стенки; коэффициент β зависит от направления движения частицы. Так, при движении частицы параллельно стенке $\beta = 9/16$, а перпендикулярно стенке $\beta = 9/8$ [9]. Ввиду линейности задачи в стоксовской постановке движение частицы в произвольном направлении может быть получено как сумма движений в указанных направлениях. Сравнение формулы (2.2) для параллельного и перпендикулярного движений частицы с соответствующими точными решениями приведено в [15]. Эта формула в обоих случаях имеет очень высокую точность, когда $r/h < 0,2$. С увеличением r/h погрешность возрастает и при $r/h \approx 0,65$ составляет для параллельного движения около 5%, а для перпендикулярного — около 25%. При $r/h \rightarrow 1$ формула (2.2) в обоих случаях передает лишь качественное согласие с точным решением. В [16] показано, что если частица движется вблизи стенки в однородном сдвиговом потоке (который в определенной мере моделирует течение в пограничном слое), то линейный член в (2.2) сохраняется без изменения. Из приведенных в [9] результатов можно заключить, что в этом случае не изменяется также и квадратичный член. Однако члены более высокого порядка существенно зависят от характера течения несущей среды около стенки, поэтому уточнение формулы (2.2) в рамках модельных задач, по-видимому, теряет смысл при рассмотрении движения частицы в пограничном слое на сфере.

В данной работе для оценки влияния «эффекта стенки» на движение частиц в окрестности критической точки в первом и втором уравнениях (1.3) вместо C_D использовались соответственно величины C_{Dx} и C_{Dy} , для которых приняты соотношения

$$(2.3) \quad C_{Dx} = C_D \left[1 + \frac{9}{16} \frac{r}{y} + \left(\frac{9}{16} \frac{r}{y} \right)^2 \right], \quad C_{Dy} = C_D \left[1 + \frac{9}{8} \frac{r}{y} + \left(\frac{9}{8} \frac{r}{y} \right)^2 \right],$$

где значение C_D вычислялось по формулам (2.1). При этом рассматривались достаточно мелкие частицы, движение которых в вязком пограничном слое близко к ползущему.

На фиг. 1 показаны траектории частиц двух размеров в окрестности критической точки (1, 2 — $r = 0,5 \cdot 10^{-4}$, 3, 4 — $r = 0,54 \cdot 10^{-4}$); $Re = 10^5$, $z_\infty = 10^{-5}$. Траектории 1 и 3 соответствуют использованию «стандартной кривой» (2.1), 2 и 4 — использованию формул (2.3). Отметим, что при данных ρ и Re критический радиус частиц $r_* \approx 0,52 \cdot 10^{-4}$ [7]. Для траекторий 1 и 2 Re_p в вязком пограничном слое не превышало значения 0,001, для траекторий 3 и 4 — значения 0,5. Из фиг. 1 видно, что если размер частицы даже незначительно превышает величину r_* , учет «эффекта стенки» практически не влияет на ее траекторию (линии 3 и 4 сливаются) и, следовательно, на характеристики инерционного осаждения данной фракции. В то же время, если $r < r_*$, влияние этого эффекта становится заметным. Особенно это сказывается на величине потока падающих частиц, который определяется координатой x_w в момент осаждения. Так, в приведенном случае ($r = 0,5 \cdot 10^{-4}$) отличие в потоке составляет $\sim 30\%$. При



Ф и г. 1

изучении осаждения частиц, очевидно, имеет смысл рассматривать только такие фракции, поток которых не является исчезающе малым, т. е. фракции с размерами $r > r_*$, при этом, как следует из приведенных результатов, «эффект стенки» при определении плотности потока частиц в критической точке несуществен. Такой вывод справедлив и для других исследованных чисел Рейнольдса ($Re = 10^6$ и 10^7). Физически данный результат объясняется тем, что, несмотря на многократное увеличение C_D вблизи поверхности сферы, частица с радиусом r , большим r_* , имея достаточный запас кинетической энергии, «прошивает» пограничный слой за очень короткое время, так что дополнительный импульс за счет «эффекта стенки» мал по сравнению с собственным количеством движения частицы. Для $r < r_*$ этот импульс сравним с количеством движения частицы, и поэтому изменение траектории заметно.

Ввиду полученной выше оценки «эффект стенки» не учитывался при исследовании инерционного осаждения полидисперсных частиц в критической точке и для C_D использовалась «стандартная кривая» (2.1).

3. При выводе формул (3.4) и (3.6) все величины, если не оговорено противное, размерные. Пусть в невозмущенном течении заданы средняя плотность дисперсной фазы $\rho_{p\infty}$ и нормированная функция ее распределения по фракциям $g_\infty(r)$. Плотность суммарного потока частиц в невозмущенном течении и плотность потока частиц с радиусами от r до $r + dr$, очевидно, равны

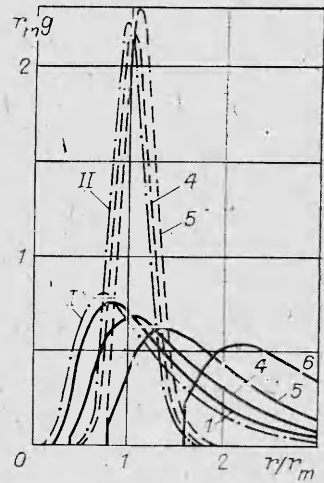
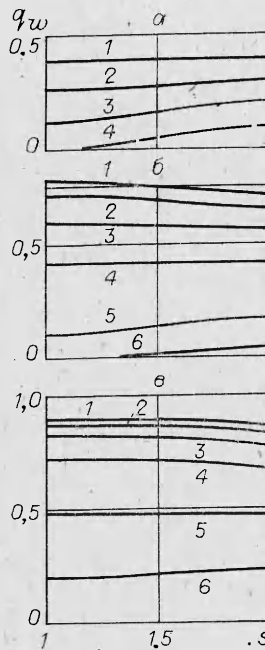
$$(3.1) \quad q_\infty = \rho_{p\infty} V_\infty, \quad dq_\infty(r) = q_\infty g_\infty(r) dr.$$

Из второго соотношения видно, что $g_\infty(r)$ является также функцией распределения плотности потока q_∞ . Обозначим q_w и $dq_w(r)$ соответственно плотность суммарного потока дисперсных частиц и плотность потока частиц с радиусами от r до $r + dr$, осаждающихся в критической точке. Введем в рассмотрение функцию

$$(3.2) \quad q(r) = dq_w(r) / dq_\infty(r).$$

Величину $q(r)$ можно найти, зная траектории частиц данной фракции. Действительно, пусть частица радиуса r , движущаяся на расстоянии z_∞ от оси симметрии в невозмущенном течении (при $y = y_\infty$), осаждается на поверхность сферы в точке с координатой x_w . Тогда

$$q(r) = \lim_{z_\infty \rightarrow 0} (z_\infty / x_w)^2.$$



Ф и г. 3

Ф и г. 2

В расчетах величина q вычислялась по формуле $q = (z_\infty/x_w)^2$, где параметр z_∞ задавался таким, чтобы безразмерное значение x_w не превышало 0,01. В этом случае точность указанной формулы очень высокая.

Из соотношений (3.1) и (3.2) следует равенство

$$(3.3) \quad dq_w(r) = q_\infty q(r) g_\infty(r) dr.$$

Интегрируя (3.3) по r , получим

$$(3.4) \quad q_w = q_\infty \int_0^\infty q(r) g_\infty(r) dr,$$

где пределы 0 и ∞ условно обозначают наименьший и наибольший радиусы частиц в газозвеси.

Введем нормированную функцию распределения плотности потока осаждающихся в критической точке частиц $g_w(r)$ с помощью равенства

$$(3.5) \quad dq_w(r) = q_w g_w(r) dr.$$

Подставляя в (3.5) выражение для $dq_w(r)$ из (3.3) и преобразуя, имеем

$$(3.6) \quad g_w(r) = q_\infty q(r) g_\infty(r) / q_w.$$

Перейдем теперь к безразмерным переменным, относим q_w к q_∞ , радиус частиц, как и ранее, к a , g_∞ и g_w к $1/a$. Тогда соотношения (3.4) и (3.6) примут вид

$$(3.7) \quad q_w = \int_0^\infty q(r) g_\infty(r) dr, \quad g_w(r) = \frac{q(r) g_\infty(r)}{q_w}.$$

Входящая в соотношения (3.7) зависимость $q(r)$ определялась для каждого числа Рейнольдса по результатам расчетов траекторий частиц более 50 фракций. Шаг по r выбирался неравномерным, так чтобы обеспечить высокую точность аппроксимации функции $q(r)$ при кусочно-линейном восполнении в широком диапазоне изменения относительного радиуса частиц (величина r варьировалась от $0,4 \cdot 10^{-5}$, когда при рассмотренных $Re \approx 0$, до $0,2 \cdot 10^{-2}$, когда $q \approx 1$).

При численном исследовании характеристик инерционного осаждения полидисперсных частиц для функции $g_\infty(r)$ принят логарифмически-нормальный закон [17], который в безразмерных переменных имеет вид

$$(3.8) \quad g_\infty(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} r \ln s} \exp \left[- \left(\frac{\ln r - \ln r_m}{\sqrt{2} \ln s} \right)^2 \right],$$

где $\ln r_m$ и $\ln s$ — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение логарифма относительных радиусов частиц в смеси. Функция распределения (3.8) определяется двумя независимыми параметрами r_m и s . Однако если вместо r ввести аргумент r/r_m , то произведение $r_m g_\infty$ будет определяться только одним параметром s , и, следовательно, при фиксированной величине s невозмущенная функция распределения в координатах $(r/r_m, r_m g)$ не будет зависеть от r_m . Такие координаты удобны для сравнения функций распределения плотности потока осаждающихся частиц, получающихся при различных значениях r_m , с невозмущенным законом распределения и будут использованы ниже.

На фиг. 2 приведена зависимость безразмерной плотности суммарного потока осаждающихся в критической точке полидисперсных частиц от величины s при различных значениях r_m ($a, б, в — Re = 10^5, 10^6, 10^7$). Кривые 1—6 соответствуют $r_m \cdot 10^4 = 1,0; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0,1$. Величина q_w при $s = 1$ равна $q(r_m)$, т. е. плотности относительного потока монодисперсных частиц радиуса r_m . Как видно из приведенных результатов, варьирование величины разброса размеров частиц относительного данного значения r_m в широких пределах ($1 \leq s \leq 2$) слабо влияет на значение q_w , если $q_w \geq 0,2$. Различие в q_w для монодисперсных и полидисперс-

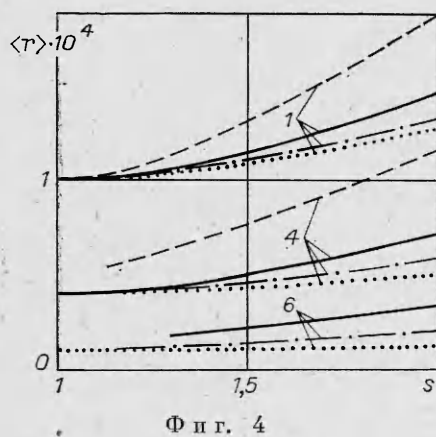
ных частиц с большим разбросом размеров ($s = 2$) в этом случае составляет не более 10%, причем при некоторых комбинациях Re и r_m величина q_w практически не зависит от s . Так, для $Re = 10^5$, $r_m = 1,0 \cdot 10^{-4}$ (кривая 1 на фиг. 2, а) и $Re = 10^6$, $r_m = 0,4 \cdot 10^{-4}$ (кривая 4 на фиг. 2, б) отклонение величины q_w при изменении s от 1 до 2 составляет около 1%. Заметим, что в обоих случаях плотность суммарного потока примерно одна и та же ($q_w \approx 0,4$).

Функции распределения плотности потока частиц в критической точке по размерам фракций при $Re = 10^6$ показаны на фиг. 3. Кривые 1, 4—6 относятся к тем же значениям r_m , что и на фиг. 2. Сплошные линии соответствуют $s = 1,8$, штриховые — 1,2. Штрихпунктирными линиями даны для сравнения функции распределения в невозмущенном течении (I, II — $s = 1,8$; 1,2). Из приведенных зависимостей видно, что график функции g_w при всех r_m смещается в сторону больших значений r по сравнению с g_∞ . При этом с возрастанием r_m закон распределения g_w приближается к невозмущенному. Отмеченное смещение g_w объясняется тем, что более крупные частицы отклоняются потоком газа слабее и их доля при осаждении возрастает. Наибольшее отличие функции распределения g_w от невозмущенной наблюдается в случае, когда «представительные» фракции в исходной смеси имеют слишком малый размер, так что они сильно отклоняются несущим газом и облетают лобовую поверхность без осаждения, либо их осаждение незначительно. При этом осаждаются лишь достаточно крупные фракции, которых в набегающем потоке мало. Видно (см. фиг. 2), что и плотность суммарного потока осаждающихся частиц в этом случае также мала.

При некотором значении r/r_m может наблюдаться почти скачкообразное изменение функции g_w (см., например, кривую 6 на фиг. 3 при $r/r_m = 1,6$). Этот эффект связан с влиянием вязкого пограничного слоя на сфере, который приводит к резкому уменьшению плотности потока частиц к поверхности с уменьшением их радиуса, начиная с критического значения r_* [7] (в данном случае $r_* = 0,16 \cdot 10^{-4}$). Если частиц с радиусами, меньшими критического, в исходной смеси много, то резкое изменение функции ярко выражено, как в указанном примере. С уменьшением количества мелких частиц картина несколько «смазывается».

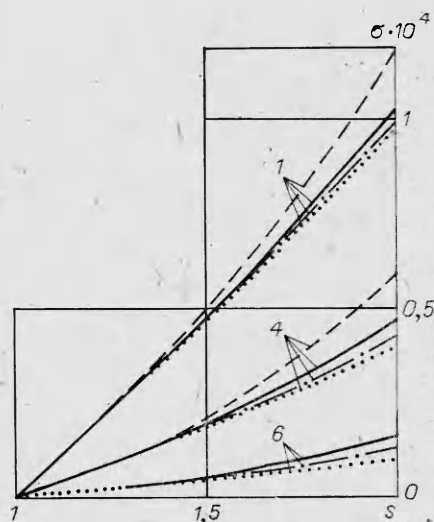
Расчеты по определению функций распределения g_w выполнены также для других значений параметров r_m , s и Re . Всего сосчитано более 200 вариантов. Для полученных функций распределения найдены математические ожидания $\langle r \rangle_w$ и среднеквадратические отклонения σ_w радиусов осаждающихся в критической точке полидисперсных частиц. Некоторые типичные результаты представлены на фиг. 4 и 5. Кривые 1, 4, 6 относятся к тем же значениям r_m , что и на фиг. 2. Штриховые линии соответствуют $Re = 10^5$, сплошные — $Re = 10^6$, штрихпунктирные — $Re = 10^7$. Для сравнения на фигурах приведены (пунктирные линии) математические ожидания $\langle r \rangle_\infty$ и среднеквадратические отклонения σ_∞ радиусов частиц, соответствующие невозмущенной функции распределения (3.8). Зависимости $\langle r \rangle_w$ и σ_w от s для $Re = 10^5$, $r_m = 0,4 \cdot 10^{-4}$ и $Re = 10^6$, $r_m = 0,1 \cdot 10^{-4}$ в интервале $1 \leq s \leq 1,2$ не даны из-за низкой точности результатов. Неудовлетворительная точность определения $\langle r \rangle_w$ и σ_w при указанных Re , r_m и s связана с большой относительной погрешностью в вычислении величины q_w , которая стоит в знаменателе формулы (3.7) для g_w , когда эта величина близка к нулю (см. фиг. 2).

Как видно из приведенных результатов, среднеквадратическое отклонение радиусов осаждающихся частиц является при $1 \leq s \leq 1,5$ более консервативной характеристикой, чем средний радиус $\langle r \rangle_w$. Действительно, в указанном диапазоне изменения s при всех рассмотренных числах Re и значениях r_m имеем $\sigma_w \approx \sigma_\infty$, в то время как величина $\langle r \rangle_w$ достаточно выражено зависит от Re и может существенно отличаться от $\langle r \rangle_\infty$ (например, при $Re = 10^6$, $r_m = 0,1 \cdot 10^{-4}$ и $s = 1,5$ средние радиусы частиц в невозмущенном течении и в критической точке отличаются в



Ф и г. 4

Ф и г. 5



2 раза). С возрастанием s различие между σ_w и σ_∞ становится более заметным.

При фиксированных r_m и s увеличение Re приводит к сближению $\langle r \rangle_w$ и σ_w с соответствующими невозмущенными значениями. Малое отличие $\langle r \rangle_w$ и σ_w от $\langle r \rangle_\infty$ и σ_∞ означает, что при данном Re почти все частицы в газозвеси слабо отклоняются обтекающей сферой газом и их траектории близки к прямолинейным.

В заключение следует отметить, что предложенный метод определения плотности потока инерционно осаждающихся полидисперсных частиц и функции ее распределения по фракциям, базирующийся на расчете траекторий частиц отдельных размеров, легко обобщается для других точек лобовой поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фукс Н. А. Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
2. Herne H. The classical computations of the aerodynamic capture of particles by spheres.— In: Aerodynamic capture of particles: Proc. conf. held at V. C. U. R. A. Leatherhead, Surrey, 1960. Oxford: Pergamon press, 1960.
3. Левин Л. М. Исследования по физике грубодисперсных аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1961.
4. Волощук В. М. Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей. Л.: Гидрометеиздат, 1971.
5. Morsi S. A., Alexander A. J. An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems.— J. Fluid Mech., 1972, v. 55, pt 2.
6. Мхитарян А. М., Сухарников Ю. В., Коваль Ю. Г. Исследование осаждения капель на цилиндрических телах при их движении в аэрозольном облаке.— В кн.: Аэродинамика. Киев, 1977, № 3.
7. Циркунов Ю. М. Влияние вязкого пограничного слоя на осаждение частиц при обтекании сферы газозвесью.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 1.
8. Циркунов Ю. М. Об аппроксимации полей параметров вязкой несущей среды при исследовании обтекания затупленного тела дисперсной смесью с большими числами Рейнольдса.— В кн.: Динамика неоднородных и сжимаемых сред. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984.
9. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976.
10. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
11. Van Dyke M. Higher approximations in boundary-layer theory. Part 1. General analysis.— J. Fluid Mech., 1962, v. 14, pt 2.
12. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963.

13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
14. Хемминг Р. В. Численные методы. М.: Наука, 1972.
15. Lee S. H., Chadwick R. S., Leal L. G. Motion of a sphere in the presence of a plane interface. Part 1. An approximate solution by generalization of the method of Lorentz.— J. Fluid Mech., 1979, v. 93, pt 4.
16. Goldman A. J., Cox R. G., Brenner H. Slow viscous motion of a sphere parallel to a plane wall.— II. Couette flow.— Chem. Eng. Sci., 1967, v. 22, N 4.
17. Коузов П. А. Основы анализа дисперсного состава промышленных пылей и измельченных материалов. Л.: Химия, 1971.

Поступила 22/VI 1984 г.

УДК 532.529.5

СВЕРХЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ ГАЗОВЗВЕСИ ОКОЛО КЛИНА ПРИ НАЛИЧИИ ОТРАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В. Д. Сарычев, А. П. Трунев, В. М. Фомин

(Новосибирск)

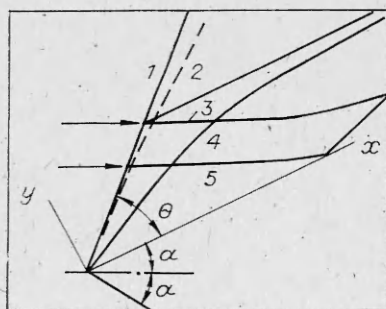
Исследуется сверхзвуковое течение около клина, возмущенное вследствие взаимодействия газа с облаком монодисперсных частиц. Указано точное решение задачи о движении частиц за косым скачком уплотнения и частиц, зеркально отраженных от поверхности клина. Эти результаты использованы для определения возмущений газодинамических параметров и сил, действующих на клин в двухфазном потоке. Проведено сравнение влияния частиц на течение в двух различных ситуациях, в одной из которых частицы прилипают к поверхности клина, а в другой, упруго отражаясь, формируют пылевой слой с резко выраженной контактной границей.

Ранее задача о возмущенном движении газа за косым скачком уплотнения рассматривалась в газовой динамике [1] и в динамике излучающего газа [2]. Задача о сверхзвуковом двухфазном течении около клина исследовалась в рамках линейной теории [3] и численными методами [4]. Известно решение задачи о движении частицы за косым скачком уплотнения [5] и отраженной частицы [6]. Точное решение задачи о движении облака частиц за косым скачком уплотнения найдено в [7].

1. Движение пылевого облака при сверхзвуковом течении около клина.

Рассмотрим аэродинамическую ситуацию, возникающую при натекании сверхзвукового потока газозвеси на клин с углом полураствора, равным α ; это может быть и плоская пластина, тогда α — угол атаки. Общая картина течения в случае малой примеси монодисперсных частиц показана на фиг. 1, где 1 — положение косоуго (невозмущенного) скачка уплотнения, 2 — линия тока газа в основном движении, 3 — траектория частицы, не достигающей поверхности клина, 4 — предельная траектория, ниже которой движется облако отраженных частиц, 5 — траектория частицы, испытавшей соударение с клином, x, y — оси декартовой системы координат, положение возмущенного скачка уплотнения обозначено штрихами.

Предполагая малой величиной относительный расход конденсированной фазы в набегающем потоке ($\rho_{p\infty}u_{p\infty}/\rho_{\infty}u_{\infty} \ll 1$), рассмотрим задачу о нахождении параметров сверхзвукового во всей области течения потока газозвеси. Эту задачу будем решать итерациями, подобно траекторному методу расчета двухфазных течений [8]. На первом шаге считаем газовый поток свободным от частиц, тогда решение газодинамических уравнений сводится к условиям на косом скачке уплотнения. Движение частиц в этом приближении происходит на фоне постоянного течения газа и сводится к релаксации из одного состояния равновесия к другому. На сле-



Ф и г. 1