

- явления. Физико-химические превращения в ударных волнах/Под ред. А. Н. Дремина.— Черноголовка: ОИХФ АН СССР, 1978.
3. Авилова И. В., Биберман Л. М. и др. Оптические свойства горячего воздуха.— М.: Наука, 1970.
 4. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: ГИФМЛ, 1963.
 5. Баум Ф. А., Орленко М. П. и др. Физика взрыва.— М.: Наука, 1970.
 6. Киселев Ю. Н., Крохин В. З. Малоинерционные пироэлектрические приемники для регистрации излучения в диапазоне 40—1100 нм // ПМТФ.— 1976.— № 4.
 7. Brode H. L. Blast wave from a spherical charge // Phys. Fluids.— 1959.— V. 2, N 2.
 8. Адушкин В. В., Немчинов И. В. Приближенное определение параметров газа за фронтом ударной волны по закону движения фронта // ПМТФ.— 1963.— № 4.

Поступила 10/III 1988 г.

УДК 620.171.3

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТИ НА ХРУПКУЮ ПРОЧНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

П. К. Ходжер

(Владимир)

Статистическая теория прочности, основанная на концепции наислабейшего звена [1], предполагает, что разрушение определяется локальной прочностью наиболее слабого элемента объема. Однако в ряде работ приводились данные [2—6], отмечающие первостепенную роль поверхностных дефектов в хрупкой прочности образцов. В то же время была решена статистическая задача [7] с учетом поверхности, согласно которой ее роль существенна только для тел и сечений, сравнимых с размерами дефектов, в остальных случаях прочность зависит от объема. При этом влияние поверхности учитывалось с помощью произвольных коэффициентов, выражающих особую опасность и плотность поверхностных несовершенств.

Для более конкретного определения роли поверхности необходимо провести анализ опасности объемных и поверхностных дефектов, затем установить функциональную связь между их параметрами и размерами тела.

1. Анализ опасности начнем с трещин. При растяжении напряжением σ бесконечного и полубесконечного твердого тела с внутренней дискообразной и поверхностной трещиной глубиной $x = l$ и диаметром $y = 2l$ [8]

$$-(1.1) \quad K_I = (2/\pi)\sigma \sqrt{\pi y/2};$$

$$-(1.2) \quad K_I = 1,12(2/\pi)\sigma \sqrt{\pi x}.$$

Трещины будут равноопасны в смысле равенства коэффициентов интенсивности напряжений, если, согласно (1.1) и (1.2),

$$-(1.3) \quad y/x = \beta = 2 \cdot 1,12^2,$$

где первый множитель отражает симметрию относительно границы тела; второй можно рассматривать как поправочный коэффициент, учитывающий влияние свободной поверхности, он больше единицы вследствие увеличения раскрытия трещины.

Очевидно, для других концентраторов напряжений по аналогии с (1.3) $\beta > 2$. Действительно, для круглого отверстия и полукруглой боковой выточки такого же радиуса коэффициенты концентрации напряжений $K_t = 3$ и 3,065. Качественно такая же разница справедлива и для эллиптических концентраторов напряжений [9].

При равенстве значений K_t конгруэнтных концентраторов критерий опасности, так же как и в случае трещин, можно связать с их размерами, потому что, во-первых, зоне действия большего из них подвергается больший объем, во-вторых, начало его разрушения более вероятно с энергетической точки зрения, так как при этом высвобождается большая упругая энергия.

2. Для определения роли поверхности будем решать задачу о нахождении наиболее вероятного размера самого опасного дефекта на по-

верхности и в объеме тела. Вероятность того, что из выборки N имеется дефект размером x , а все остальные несовершенства меньше x ,

$$W(x) = Nf(x)\delta x[F(x)]^{N-1}$$

($f(x)$ и $F(x)$) — плотность и функция распределения дефектов по параметру x . Максимум $W(x)$ находится из условия $W'(x) = 0$ или $f'(x)F(x) + f^2(x)[N - 1] = 0$.

Тогда искомые значения параметров дефектов получим из уравнений

$$(2.1) \quad p'_-(x)F_-(x) + p^2_-(x)(S\langle n_- \rangle - 1) = 0;$$

$$(2.2) \quad f'(y)F(y) + f^2(y)(V\langle n \rangle - 1) = 0.$$

Здесь $p_-(x)$, $F_-(x)$, $f(y)$, $F(y)$ — плотность и функция распределения случайных величин x и y , определяющих размеры дефектов на поверхности S и в объеме V тела; $\langle n_- \rangle$ и $\langle n \rangle$ — их плотности.

Для совместного решения уравнений необходимо установить функциональную связь между величинами, входящими в (2.1) и (2.2). Это становится возможным, если допустить, что при формировании поверхности не образуются дополнительные дефекты и в расчет принимаются только те объемные несовершенства, которые были пересечены границей тела. В этом случае, если известны $\langle n \rangle$, $f(y)$, $F(y)$ в объеме, те же величины легко находятся для поверхности.

Плотность дефектов на поверхности

$$(2.3) \quad \langle n_- \rangle = \langle n \rangle \int_0^\infty yf(y) dy = \langle n \rangle m \left(m = \int_0^\infty yf(y) dy - \text{медиана} \right).$$

Вероятность того, что глубина ξ выпявшего на поверхность дефекта меньше x ,

$$F_-(x) = \langle n_- \rangle^{-1} \langle n \rangle \left[\int_0^x \xi f(\xi) d\xi + \int_x^\infty xf(\xi) d\xi \right].$$

После преобразований получаем

$$(2.4) \quad F_-(x) = m^{-1} \int_0^x \xi f(\xi) d\xi + x[1 - F(x)]/m.$$

Плотность распределения величины x

$$(2.5) \quad p_-(x) = F'_-(x) = [1 - F(x)]/m;$$

$$(2.6) \quad p'_-(x) = -f(x)/m.$$

Пусть y имеет закон распределения

$$(2.7) \quad f(y) = c \exp[-\alpha(y - m)^2], \quad \int_0^\infty f(y) dy = 1$$

(m и α — постоянные распределения). Тогда после подстановки (2.3)–(2.6) с учетом (2.7) после несложных преобразований для $x > m + 3s$ ($F(y) \approx 1 - [2\alpha(y - m)^{-1}f(y)]$ [10]) находим

$$(2.8) \quad \exp[-\alpha(x - m)^2] = 4\alpha^2 m (x - m)^2 / c(N_- - 1).$$

Уравнение, аналогичное (2.8), для объемных дефектов имеет вид

$$(2.9) \quad \exp[-\alpha(y - m)^2] = 2\alpha(y - m) / cN.$$

Если к уравнениям (2.8) и (2.9) добавить условие (1.3)

$$(2.10) \quad y = \beta x,$$

то при совместном решении они дадут соотношение между объемом и поверхностью тела, обладающими равноопасными дефектами.

Преобразуем (2.8) и (2.9) с учетом (2.10) к виду

$$(2.11) \quad \alpha x^2 - [2\alpha m x - \alpha m^2 - \ln \alpha(x - m)^2] = \ln (cN_-/4\alpha m);$$

$$(2.12) \quad \alpha\beta^2 x^2 - [2\alpha\beta x m - \alpha m^2 - \ln \sqrt{\alpha}(y - m)] = \ln (cN/2\sqrt{\alpha}).$$

Если в левых частях пренебречь слагаемыми в квадратных скобках (ниже это допущение проверяется), то система значительно упростится:

$$(2.13) \quad \alpha x^2 = \ln (N_- c/4\alpha m), \quad \alpha\beta^2 x^2 = \ln (Nc/2\sqrt{\alpha}).$$

Разделив первое уравнение на второе, получим

$$(2.14) \quad N = c_1 (N_-)^{\beta^2}.$$

Зависимость (2.14) означает, что для сохранения равной опасности поверхности и объема последний должен возрастать как L^{β^2} при росте поверхности как L , если L — характерный размер тела. Так как $\beta^2 > 4$, это практически невозможно.

Действительно, в координатах N_-, N уравнение (2.14) является границей (рис. 1), делящей область на две части, верхняя из которых принадлежит влиянию объема, а нижняя — поверхности. Линии 5—7 выражают наиболее характерные законы изменения объема и поверхности тела: L^2 и L , L^3 и L^2 , L и L . Все они находятся ниже линии 1 в области влияния поверхностных дефектов. Такая же граница, построенная по выводам из [7], проходит вдоль линии 7, что свидетельствует о значительной недооценке роли поверхности.

Приближение (2.13) проверено для различных значений $\sigma = (2\alpha)^{-1/2}$ при $m = 1$ (точки 2—4 для $\sigma = 1; 0,5; 0,33$) при численном решении на ЭВМ уравнений (2.11) и (2.12).

На рис. 2 приведены те же результаты вычислений, но в координатах $\ln(N, N_-)$ и $z(x)/z(m)$ ($z(x)$ — прочность тела с трещиной размером x : $z(x)/z(m) = (x/m)^{-1/2}$); штриховые линии соответствуют разрушению из объема, сплошные — от поверхности, точки 1—3 для $\sigma = 1; 0,5; 0,33$.

Зависимость (2.14) позволяет найти среднее число разрушений от поверхности γ , приходящееся на одно разрушение из объема. Для цилиндрического образца диаметром и высотой D число дефектов в объеме и на боковой поверхности будет $\langle n \rangle \pi D^3/4$ и $\langle n \rangle \pi D^2$. Пренебрегая объе-

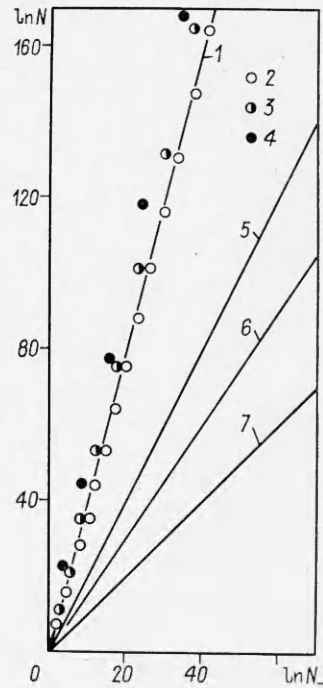


Рис. 1

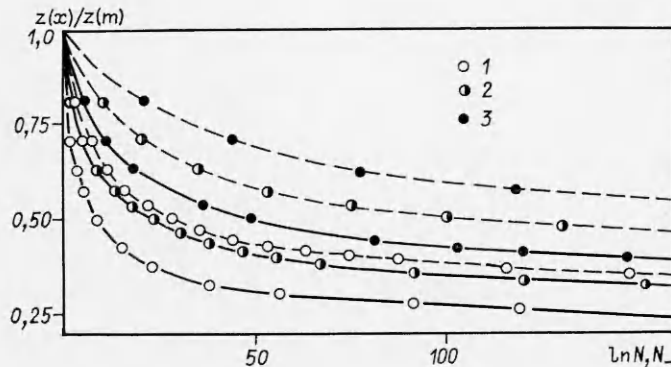


Рис. 2

мом поверхностного слоя, запишем условие равнопрочности (2.14)

$$\begin{aligned} \gamma \langle n \rangle \pi D^3 / 4 &= c_1 (\langle n \rangle \pi D^2)^{\beta^2}; \\ \gamma &= c_2 (D/m)^{2\beta^2-3} \quad (c_2 = 4c (\pi \langle n \rangle)^{\beta^2-1} m^3 (\beta^2-1)). \end{aligned}$$

Для крайнего случая $\beta = 2$ и при $n = 1, m = 1, \alpha = 1$

$$\gamma \approx 0,7 \cdot 10^2 (D/m)^5.$$

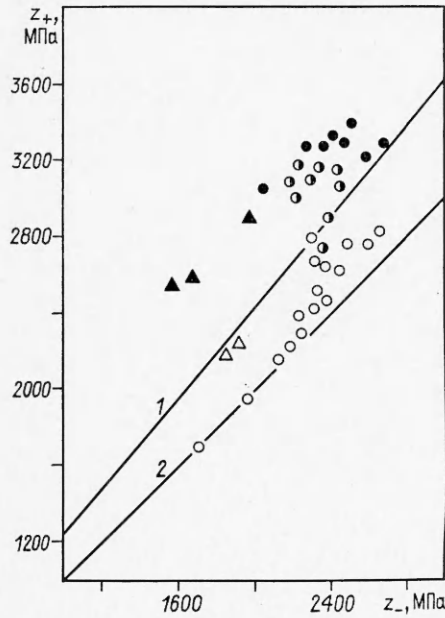
Если, к примеру, $D \sim 10 \text{ м}$, то $\gamma \sim 10^7$.

Нейтрализация поверхностных дефектов должна увеличить прочность в среднем в $\eta = z(y^*)/z(x^*)$ раз (y^* и x^* — искомые размеры дефектов в объеме и на поверхности). В случае трещин, согласно (1.1) и (1.2), $\eta = (\beta x^*/y^*)^{1/2}$.

Выше роль поверхности указана для распределения $f(y)$, имеющего максимум. Подобное распределение характерно, например, для оконного стекла, но пик присутствует не всегда [11]. В связи с этим такой же анализ проведен для $f(y) = (2/\sigma \sqrt{2\pi}) \exp[-y^2/2\sigma^2]$, что приводит к результату, аналогичному (2.14).

3. Экспериментальные подтверждения роли поверхности приведены в [3—6]. При этом отмечено значительное повышение прочности при нейтрализации поверхностных дефектов у материалов в хрупком состоянии. Однако, как показали результаты испытаний, влияние поверхности сказывается и на механических характеристиках стали в высокопрочном состоянии при испытаниях на растяжение.

Образцы из стали 40ХН диаметром 10 мм и длиной 100 мм после изотермической закалки при 850 °С с отпуском в селитре при 200 °С в течение 30 мин ($\sigma_B = 2190 \text{ МПа}$) разрушались при растяжении как после



Р и с. 3

пластической деформации с образованием шейки, так и квазихрупко, т. е. при незначительном удлинении без образования местного сужения. При отсутствии шейки, когда напряжение равномерно по сечению, все образцы разрушались от поверхности. Образцы, получившие сужение, разрушались как от поверхности, так и из центра шейки путем отрыва.

Так как распределение осевого напряжения неравномерно по сечению шейки с максимумом в центре и зависит от ее размеров, то имеется возможность определить момент, начиная с которого поверхностное разрушение сменяется центральным.

Анализ напряжений у поверхности и в центре шейки проводился по формулам [12]

$$z_+ = z(R + 0,5a)/(R + 0,25a), \quad z_- = zR/(R + 0,25a),$$

где z_+ , z , z_- — центральное, среднее номинальное и поверхностное значение осевого напряжения в сечении; a — радиус сечения шейки; R — радиус кривизны ее контура в меридиональном сечении. Последний находился с помощью инструментального микроскопа прикладыванием шаблонов различной кривизны.

Как показали результаты испытаний (рис. 3), во всех случаях (18 из 30), когда отношение $z_+/z_- < 1,23$ (между линиями 1 и 2), разрушение начинается от поверхности (светлые кружки), когда $z_+/z_- > 1,23$,

разрушение начинается из центра шейки (темные кружки; то же с треугольниками для образцов, отпущенных при 300 °С), т. е. $\eta = 1,23$, $x^* \approx 0,5y^*$, согласно (1.3).

Для нейтрализации поверхностных дефектов проведено разупрочнение поверхностного слоя образцов на глубину 0,5 мм с помощью индукционного отпуска. В результате полностью исключено разрушение от поверхности (более 100 образцов; на рис. 3 кружки, заштрихованные наполовину). При этом средняя прочность при разрушении увеличилась с 2590 до 2750 МПа, несмотря на разупрочнение части сечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конторова Т. А., Френкель Я. И. Статистическая теория хрупкой прочности реальных кристаллов // ЖТФ.— 1941.— Т. 11, вып. 3.
2. Александров А. П., Журков С. И. Явление хрупкого разрыва.— М.: ГТТИ, 1933.
3. Давиденков Н. Н. Проблема удара в металловедении.— Киев: Наук. думка, 1981.— Т. 1.
4. Шеванди Е. М., Маневич Ш. С. Эффект масштаба при хрупком разрушении стали // ЖТФ.— 1946.— Т. 16, вып. 11.
5. Бартнев Е. М., Бовкуменко А. Н. Прочность стеклянных волокон и влияние на нее различных факторов // ЖТФ.— 1956.— Т. 26, вып. 11.
6. Дроздовский Б. А., Фридман Я. Б. Влияние трещин на механические свойства конструкционных сталей.— М.: Металлургия, 1960.
7. Васильев Л. И. К вопросу о статистической теории хрупкой прочности // Тр. Сиб. физ.-тех. ин-та.— 1948.— Вып. 26.
8. Ирвин Дж., Парис П. Основы теории роста трещин и разрушения // Разрушение.— М.: Мир, 1976.— Т. 3.
9. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений.— М.: Мир, 1977.
10. Большев Л. П., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики.— М.: Наука, 1965.
11. Макклиток Ф., Аргон А. Деформация и разрушение материалов.— М.: Мир, 1970.
12. Давиденков Н. Н., Спиридонова Н. И. Анализ напряженного состояния в шейке растянутого образца.— Киев: Наук. думка, 1981.— Т. 2.

Поступила 14/1 1987 г.

УДК 536.25

О ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОМ ДВИЖЕНИИ КАПЛИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИЗЛУЧЕНИЯ

А. Е. Редников, Ю. С. Рязанцев
(Москва)

В стоксовом приближении и в предположении малости теплового числа Пекле найдено приближенное аналитическое решение задачи о распределении скорости и температуры при термокапиллярном движении капли под действием поглощаемого на ее поверхности излучения в отсутствие гравитации. Найдены скорость дрейфа и поправка к сферической форме поверхности капли. Указано, что полученные результаты применимы в случае произвольных поверхностных источников тепла, расположенных симметрично относительно оси, проходящей через центр масс капли.

Наличие неоднородного распределения температуры вдоль поверхности капли в силу температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения приводит к скачку тангенциальных напряжений на поверхности, что обуславливает различные термокапиллярные эффекты, такие как неустойчивость состояния покоя капли и ее дрейф с постоянной скоростью в отсутствие гравитации [1—4]. В литературе рассмотрены различные механизмы возникновения неоднородного поверхностного распределения температуры. В одном случае оно связано с несимметричным, не зависящим от движения капли распределением источников тепла [1, 2], в другом — поверхность в состоянии покоя нагревается равномерно и температурный градиент вдоль поверхности возникает лишь при движении капли и через поверхностное натяжение, в свою очередь, влияет на движение [3, 4].

В данной работе исследовано относящееся к первому случаю термокапиллярное движение капли вязкой жидкости в другой, не смешивающейся с ней вязкой жидкости, заполняющей все пространство, при облучении капли с одной стороны однородным по сечению плоскопараллельным лучом света в отсутствие гравитации. Предполагается, что излучение полностью поглощается на поверхности капли, а окружающая каплю среда прозрачна. Рассматривается установившееся медленное движение капли