

В заключение автор благодарит Г. И. Баренблатта за плодотворное обсуждение задачи, на которую он обратил внимание автора, Г. М. Махвиладзе за интересные дискуссии, а также Н. И. Кидина и В. И. Лисицина, оказавших помощь в работе.

Поступила в редакцию
3/V 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Нестационарное распространение пламени. Под ред. Дж. Маркштейна. М., «Мир», 1968.
2. А. И. Некрасов. Точная теория волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости. М., Изд-во АН СССР, 1951.
3. Л. Н. Сретенский. Теория волновых движений жидкости. М.—Л., ОНТ НКТП СССР, 1936.
4. Н. Н. Кочин. Полное собрание сочинений. Т. 1. М., Изд-во АН СССР, 1955.
5. W. D. Hayes. J. of Fluid Mechanics, 1957, 6, 6.
6. Л. И. Седов. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М., «Наука», 1966.

УДК 536.46

ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ РЕЦИРКУЛЯЦИИ ПРИ ГОРЕНИИ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

Т. И. Алексеева, М. А. Гуревич, А. М. Степанов

(Ленинград)

Рециркуляцию — возврат продуктов горения в начальные зоны камеры сгорания принято условно делить на два типа: естественную, характерную для некоторых течений (ограниченные и закрученные струи, стабилизация пламени плохообтекаемыми телами и пр.), и механическую — принудительную рециркуляцию по конструктивным камерам.

Ниже на простейших моделях рассматриваются две задачи. Первая из них представляет собой попытку качественного анализа режимов рециркуляции, оптимальных в смысле получения максимальных объемных теплонапряжений при сжигании заранее подготовленной газовой смеси. Во второй рассмотрены условия воспламенения и погасания в прямой стесненной струе. Везде основной поток и рециркуляция считаются адиабатическими, смешение в поперечном направлении предполагается мгновенным и идеальным, а в продольном — пренебрежимо малым. Не учитывается реагирование в рециркулянте за время возврата.

Оптимальные режимы

Рассмотрим некоторый участок камеры сгорания с постоянным расходом. Состав и температура продуктов на выходе из него однозначно определяются составом и температурой на входе и временем пребывания смеси на этом участке. Если не учитывать (как это сделано здесь) изменение плотности газа, его время пребывания

$$\tau = \frac{V}{u_0 F_0} \quad (1)$$

однозначно связано с объемом участка камеры V при заданном объ-

емном расходе ($u_0 F_0$). Поэтому ясно, что задача об оптимизации в случаях «механической» (рис. 1, а) и «естественной» (рис. 1, б) рециркуляций совпадают. Далее для наглядности рассмотрен случай «механической» рециркуляции.

Из сечения ($r-r$) забираются продукты реакции с температурой T_r и расходом $rm_0 F$ ($m_0 F$ — массовый расход на входе в камеру) (см.

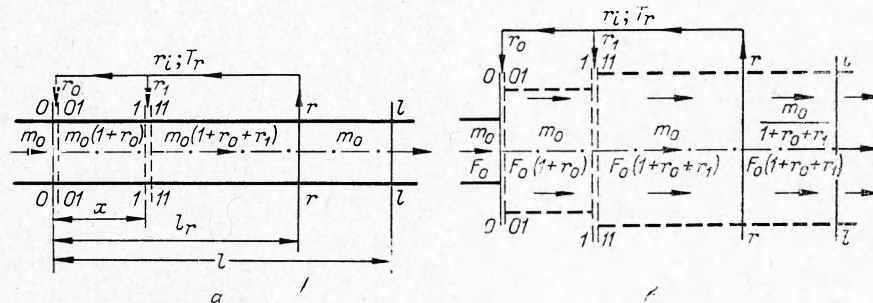


Рис. 1. Модели «механической» (а) и «естественной» (б) рециркуляций.

рис. 1, а). Этот рециркулят подается в сечение ($l-l$), где температура T_1 , и смешивается с основным потоком. Температура после смешения, очевидно, равна

$$T_{11} = \frac{T_1 + rT_r}{1+r}. \quad (2)$$

Уравнение теплового баланса для реагирующей смеси

$$\frac{dT}{dx} = \frac{q}{c_p} \frac{F}{g} k(T, n)$$

с учетом сохранения удельной энтальпии $c_p T + qn = \text{const}(x)$ приводится к виду

$$\frac{g}{F} \frac{dT}{dx} = \varphi(T). \quad (3)$$

Здесь $\varphi = \frac{q}{c_p} k$ зависит только от локальной температуры в силу адиабатичности рециркулянта, k — скорость реакции, q — ее тепловой эффект, g — массовый расход в сечении x .

Вычислим длину камеры l от начального сечения ($0-0$) до некоторого искомого сечения ($l-l$) с заданной температурой $T_l > T_r$,

$$l \frac{F}{g_0} = \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{\varphi} + (1+r) \int_{T_{11}}^{T_r} \frac{dT}{\varphi} + \int_{T_r}^{T_l} \frac{dT}{\varphi} \quad (4)$$

(см. рис. 1, а, $r_0=0, r_1=r$).

При каком сечении подачи ($l-l$) искомая длина l окажется наименьшей? Исследуем производную

$$\frac{F}{g_0} \left(\frac{\partial l}{\partial T_1} \right)_{T_r} = \frac{1}{\varphi_1} - \frac{1+r}{\varphi_{11}} \left(\frac{\partial T_{11}}{\partial T_1} \right)_{T_r}. \quad (5)$$

Далее будет показано, что для устойчивых режимов по знаку она совпадает с $\left(\frac{\partial l}{\partial T_1} \right)_{T_r}$, $\left(\frac{\partial l}{\partial x} \right)_{T_r}$, $\left(\frac{\partial l}{\partial x} \right)_{T_r}$. Из (2) найдем $\left(\frac{\partial T_{11}}{\partial T_1} \right)_{T_r} = \frac{1}{1+r}$ и, подставив в (5), получим

$$\frac{F}{g_0} \left(\frac{\partial l}{\partial T_1} \right)_{T_r} = \frac{1}{\varphi_1} - \frac{1}{\varphi_{11}}. \quad (6)$$

Поскольку $\varphi(T)$ проходит через максимум при $T=T_m$, а при теорети-

ческой температуре полного сгорания T_r обращается в нуль, условие оптимума $\varphi_{11} = \varphi_1$ может быть выполнено только в том случае, если рециркулят забирается при $T_r > T_m$, а подается в сечение с $T_1 < T_m$, так что $T_{11} > T_m$. Но из этого следует, что $\left(\frac{\partial^2 l}{\partial T_1^2}\right)_{T_r} < 0$, т. е., если оптимум возможен, то он соответствует максимуму l . Значит, если рециркуляция может уменьшать длину, рециркулят нужно подавать возможно выше по потоку. Легко обобщить этот вывод и на случай распределенной подачи рециркулянта, так как он справедлив независимо от того, подается ли рециркулят (см. рис. 1, а) в сечение (0—0) или нет.

Какую кратность рециркуляции следует осуществлять, стремясь к наименьшей длине камеры?¹ Это определяется знаком производной $\left(\frac{\partial l}{\partial r}\right)_{T_r}$ (будет показано, что он совпадает со знаком $\left(\frac{\partial l}{\partial r}\right)_{T_r}$). Так как теперь весь рециркулят подается в начало камеры, первое слагаемое в формуле (4) обращается в нуль, $T_1 = T_0$, $T_{11} = T_{01}$. Дифференцируя (4) и (2), получаем

$$\frac{F}{g_0} \left(\frac{\partial l}{\partial r}\right)_{T_r} = \int_{T_{01}}^{T_r} \frac{dT}{\varphi} - \frac{T_r - T_{01}}{\varphi_{01}}. \quad (7)$$

Экстремум получается при

$$\int_{T_{01}}^{T_r} \frac{dT}{\varphi} = \frac{T_r - T_{01}}{\varphi_{01}}. \quad (8)$$

Исследование знака второй производной показывает, что это всегда минимум.

Графически условие минимума соответствует равенству заштрихованных площадок на рис. 2. Легко видеть, что при заданной T_0 это условие невыполнимо, если $T_r > \tilde{T}$, где \tilde{T} определяется равенством

$$\frac{\tilde{T} - T_0}{\varphi_0} = \int_{T_0}^{\tilde{T}} \frac{dT}{\varphi},$$

оптимальная кратность рециркуляции при этом не существует. Если почему-либо неизбежно $T_r > T_r > \tilde{T}$, нужно по возможности избегать рециркуляции, так как из (7) следует, что тогда $\left(\frac{\partial l}{\partial r}\right)_{T_r} > 0$. Условие минимума (8) выполнимо только, если $T_{01} < T_m < T_r$. Если возможен забор только рециркулянта низкой температуры $T_{01} < T_r < T_m$, то согласно (7), производная отрицательна и нужно, по возможности, увеличивать рециркуляцию. Наконец, если начальная температура столь высока, что $T_m < T_{01} < T_r$, то, согласно (7), производная положительна; рециркуляции следует избегать.

Какова оптимальная температура рециркулянта при заданной кратности рециркуляции

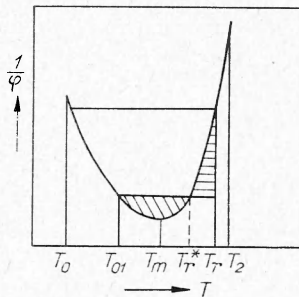


Рис. 2. Условия оптимальных режимов рециркуляции.

¹ Не обязательно оптимальным считать режим с минимальным объемом камеры. Так, Левин [1] условием оптимума считает получение максимальной скорости реакции во входном сечении. Здесь это соответствует $T_{01} = T_m$.

ции? Соответствующая производная, вычисленная по (4) и (2) при $T_1 = T_0$, $T_{11} = T_{01}$, равна

$$\frac{F}{g_0} \left(\frac{\partial l}{\partial T_r} \right)_r = r \left(\frac{1}{\Phi_r} - \frac{1}{\Phi_{01}} \right) \quad (9)$$

(будет показано, что она совпадает по знаку с $\left(\frac{\partial l}{\partial T_r} \right)_r$). Экстремум получается при

$$\Phi_{01} = \Phi_r. \quad (10)$$

Исследование знака второй производной показывает, что это всегда минимум.

Графически условие минимума соответствует горизонталям на рис. 2. Легко видеть, что (10) невыполнимо, если $T_r > \tilde{T}$, где \tilde{T} определяется условием $\Phi(\tilde{T}) = \Phi(T_0)$. Очевидно также, что $\tilde{T} < \bar{T}$. Если невозможно $T_r < \tilde{T}$, нужно забирать рециркулят возможно меньшей температуры.

Условие минимума (10), так же как и (8), выполнимо только при $T_{01} < T_m < T_r$. Если обязательно $T_{01} < T_r < T_m$, производная (9) отрицательна; при любой кратности рециркуляции нужно стремиться к высокой температуре рециркулята. Если $T_m < T_{01} < T_r$, производная (9) положительна; при любой кратности рециркуляции следует стремиться к низкой температуре рециркулята. Из рис. 2 сразу видно, что условия (8) и (10) совместны только в практически неосуществимом случае $r = \infty$.

Рассмотрим зависимость $l = l[r, T_r(r, l_r)]$. Отсюда следует, что

$$\left(\frac{\partial l}{\partial r} \right)_{l_r} = \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right)_{T_r} + \left(\frac{\partial l}{\partial T_r} \right)_r \left(\frac{\partial T_r}{\partial r} \right)_{l_r}, \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial l}{\partial l_r} \right)_r = \left(\frac{\partial l}{\partial T_r} \right)_r \left(\frac{\partial T_r}{\partial l_r} \right)_r. \quad (12)$$

В нашей задаче

$$l = l_r + \frac{g_0}{F} \int_{T_r}^{T_l} dT = l_r + f(T_r) \quad (13)$$

и, следовательно,

$$\left(\frac{\partial l}{\partial r} \right)_{l_r} = f'(T_r) \left(\frac{\partial T_r}{\partial r} \right)_{l_r}, \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial l}{\partial l_r} \right)_r = 1 + f'(T_r) \left(\frac{\partial T_r}{\partial l_r} \right)_{l_r}. \quad (15)$$

Равенство

$$-f' \left(\frac{\partial T_r}{\partial l_r} \right)_r \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right)_{l_r} = \left(\frac{\partial l}{\partial r} \right)_{T_r} \quad (16)$$

получается исключением из (11)÷(15) остальных производных. Производная $\left(\frac{\partial T_r}{\partial l_r} \right)_r$, очевидно, положительна для всех устойчивых ре-

жимов. Поэтому, согласно (12), знаки производных $\left(\frac{\partial l}{\partial l_r} \right)_r$ и $\left(\frac{\partial l}{\partial T_r} \right)_r$, а значит и соответствующие минимумы, совпадают, как утверждалось выше. Так как, кроме того, $f'(T_r) < 0$, совпадают знаки $\left(\frac{\partial l}{\partial r} \right)_r$ и $\left(\frac{\partial l}{\partial r} \right)_{T_r}$.

Совершенно аналогично можно получить совпадение знаков $\left(\frac{\partial l}{\partial T_1} \right)_{l_r}$ и $\left(\frac{\partial l}{\partial T_1} \right)_{T_r}$, если рассмотреть зависимость $l = l[T_1, T_r(T_1, l_r)]$.

Из равенств (11) и (14) следует, что производные $\left(\frac{\partial l}{\partial r}\right)_{l_r}, \left(\frac{\partial l}{\partial T_r}\right)_{T_r'}$ $\left(\frac{\partial T_r}{\partial r}\right)_{l_r}$ обращаются в нуль одновременно. При этом производная $\left(\frac{\partial l}{\partial T_r}\right)_{l_r}$ не обязательно равна нулю, т. е. условия минимума по кратности рециркуляции и температуре рециркулянта могут не совпадать.

На рис. 3 качественно показаны результаты расчета длины (объема) реактора в зависимости от кратности рециркуляции и температуры рециркулянта; расчет выполнен для случая функции Аррениуса при первом порядке реакции. В каждом сечении $r = \text{const}$ существует минимум $l = l(T_r)$. Чем больше кратность рециркуляции, тем этот минимум ярче выражен, тем меньше соответствующие ему температура рециркулянта и длина камеры. В сечениях $T_r = \text{const}$ существует минимум $l = l(r)$ существует лишь при $T_m < T_r < \tilde{T}$ (\tilde{T} на рисунке не показана).

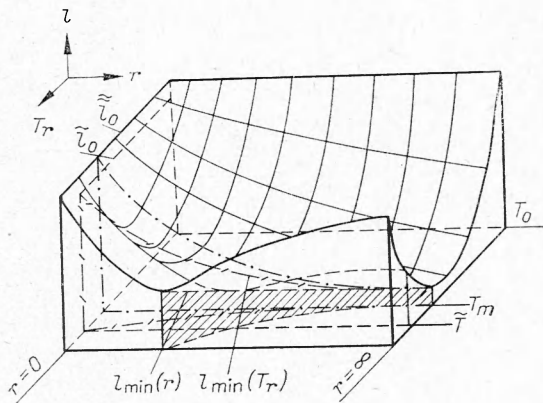


Рис. 3. Расчет длины (объема) реактора.

Горение в струе

Экспериментальные исследования ограниченных струй с рециркуляцией [2, 3] показали, что в области за осью рециркуляционного вихря вниз по потоку резко возрастает уровень турбулентности (до 0,8 на оси струи и до 5 в обратном потоке). Опыт — измерением концентрации примесей — установлено, что обратный поток можно считать однородным по составу. Это позволяет в первом приближении считать, что рециркулянт забирается из одного сечения x_c , соответствующего оси вихря, с расходом g_m .

Произвольно задается равномерное распределение рециркуляционного расхода вдоль оси струи: $g_r = g_m \frac{x}{x_c}$. Соответственно под кратностью рециркуляции в сечении x понимается

$$r = \frac{g_m x}{g_0 x_c} = r_m \frac{\xi}{\xi_c}, \quad (17)$$

где $\xi = \frac{x}{a_w}$; a_w — радиус трубы; g_0 — расход в начальном сечении $\xi = 0$ (расход через сопло).

Для вычисления координаты центра вихря ξ_c и кратности рециркуляции в этом сечении r_m была предпринята попытка обобщения опытных данных различных авторов в зависимости от критерия Крайя — Курте:

$$St = \frac{u_k}{\sqrt{u_d^2 - \frac{u_k^2}{2}}}. \quad (18)$$

Здесь u_d и u_k — соответственно среднединамическая и среднекинематическая скорости в начальном сечении трубы. На рис. 4 приведены опытные данные разных авторов (см. подпись к рисунку). Видно, что

для качественного анализа можно принять линейную связь $r_m \left(\frac{1}{Ct} \right)$.

В конкретных расчетах использовалась прямая a , так как только в работе Беккера, Хоттеля и Вильямса [2] удалось обнаружить измеренные в одних режимах кратность рециркуляции и характерные координаты вихря. Эти координаты показаны на рис. 5: N — координата начала вихря, C — центра, P — конца (точки встречи струи со стенкой). В дальнейших расчетах собственно координата ξ_p не использовалась.

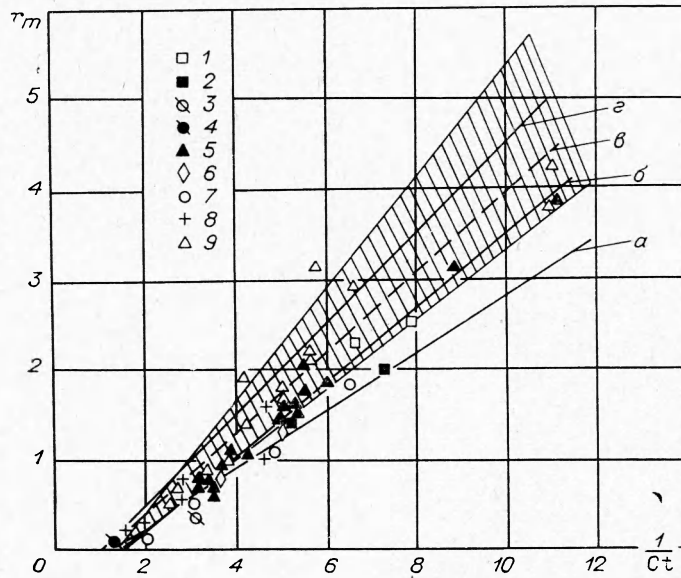


Рис. 4. Эмпирические кривые по данным Беккера и др. [2] (a), заштрихована область по данным Сунавала [7]; теоретические кривые по данным Крайя — Курте [4] (b), Тринг — Ньюбая [5] (c) и Канторовича [6] (c).
1 [8], 3 [9], 5 [4] — холодные модели; 2 [8], 4 [9], 6 [4] — огневые модели; 7 — данные [3]; 8 — данные [10]; 9 — данные [11].

Поскольку по данным [2] вихрь исчезает при $Ct \approx 0,7$ (см. рис. 5), этим ограничивалась область изучаемых значений Ct .

Расчеты велись только для струи без спутного потока, поэтому координата центра вихря ξ_c отсчитывалась от кривой N . Критерий Ct в этом случае определяется только отношением радиусов сопла a_s и трубы a_w

$$Ct = \frac{a_s}{a_w \sqrt{1 - \frac{a_s^2}{2a_w^2}}}. \quad (19)$$

В приближении одномерной задачи запишем уравнение теплового баланса струи

$$\left. \begin{aligned} c_p g \frac{dT}{dx} &= Fqk + c_p (T_r - T) \frac{dg}{dx} \\ T(0) &= T_0, \quad T(x_c) = T_r \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где $g = g_0 + g_r$ — расход в струе через сечение x . В безразмерных переменных

$$\theta = \frac{E(T - T_0)}{RT_0^2}, \quad \xi = \frac{x}{a_w}$$

и параметрах

$$\delta = \frac{a_w}{u_0 \gamma} (\rho n_0)^{\nu-1} k^* \exp\left(-\frac{1}{\beta}\right), \quad \gamma = \frac{c_p RT_0^2}{q n_0 E}, \quad \beta = \frac{RT_0}{E}$$

задача (20) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{d\xi} &= \delta (1 - \gamma\theta)^\nu \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta\theta}\right) + \frac{\theta_r - \theta}{1 + r(\xi, Ct)} \frac{dr}{d\xi} \\ \theta(0) &= 0, \quad \theta(\xi_c) = \theta_r \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Здесь принято, что массовая скорость вдоль оси струи не меняется, т. е. $F = F_0(1+r)$, и скорость реакции k следует закону Аррениуса при порядке реакции ν .

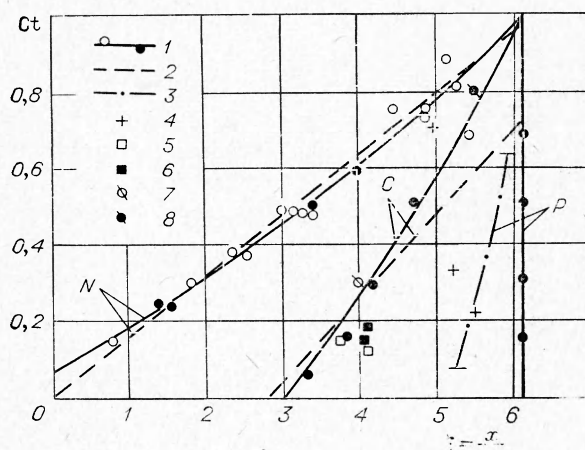


Рис. 5. Эмпирические кривые и экспериментальные данные. 1 — Барчилон [3]; 2 — Беккер и др. [2]; 3 — Седелкин и Левин [12]; 4 — Байрашевский [10]; 5 [8], 7 [9] — холодные модели; 6 [8], 8 [9] — огневые модели.

Задача (21) с учетом зависимости (17) интегрировалась на ЭВМ при различных значениях параметров. Кроме того, вычислялось среднее время пребывания по формуле $\tau = \frac{V}{u_0 F_0}$. Объем V здесь вычислялся, как объем струи от сечения $x=0$ до сечения, соответствующего $\theta = 0,99\theta_r$. Если в струе не достигалось такое значение θ , к полному объему струи, соответствующему $x \in (0, x_c)$, добавлялся объем части трубы, соответствующий $x \in [x_c, x(0,99\theta_r)]$. Затем это время относилось к характерному времени реакции, так что безразмерное время пребывания.

$$\tau^* = \tau (\rho n_0)^{\nu-1} k^* \exp\left(-\frac{1}{\beta}\right).$$

На рис. 6 показаны типичные результаты расчета. На нем отчетливо видны режимы воспламенения и погасания в струе. Минимум времени пребывания достигается вблизи максимальной форсировки горения (предела погасания). Напомним, что δ обратно пропорционально начальному расходу газа. Поэтому результат, показанный на рис. 6, можно трактовать как вычисление диапазона стабилизации пламени по скорости при выбранных размерах сопла и трубы.

Заметим, что предельные режимы достигаются при малой скорости реакции и при температурах, близких к T_0 (воспламенение) или T_r (погасание). Этим до известной степени оправдывается упрощаю-

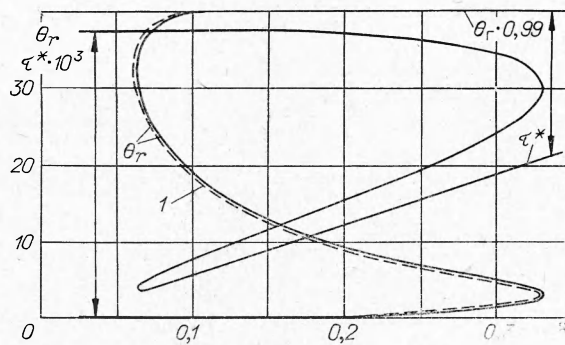


Рис. 6. Результаты расчета при значениях параметров:
 $\nu=1$, $\beta=0,08$, $\gamma=0,0253$, $St=0,3$.

шее предположение о равенстве температуры рециркулята температуре в сечении оси вихря.

Напомним, что была произвольно принята равномерная раздача рециркулята. Для проверки возможности такого допущения был проделан расчет, в котором линейная зависимость (17) заменялась квадратичной

$$r = r_m \left(\frac{\varphi^*}{c} \right)^2.$$

Результат замены показан на рис. 6, 1.

Поступила в редакцию
 24/IV 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Левин. Сб. «Теория и практика сжигания газа». Т. V, 1972, стр. 64.
2. Н. А. Веcker, Н. С. Hottel, G. C. Williams. 9-th Symposium (Intern.) on Combustion, 1962.
3. М. Барчилон, Р. Курте. Теоретические основы инженерных расчетов, 1964, 4.
4. R. Curtet. Combustion and Flame, 1958, 2, 383.
5. М. Тринг, М. Ньюбай. Сб. «Вопросы горения и детонационных волн» (4-й Межд. симпозиум по вопросам горения и детонационных волн). М., Оборонгиз, 1958.
6. Б. В. Канторович. Сб. «Новые методы сжигания топлива и вопросы горения». М., «Наука», 1965.
7. P. D. Supavala. J. of Mines, Metals and Fuels, 1969, 17, 4.
8. В. В. Чукин, Ю. И. Мерзляков. Тр. ВНИИМТ, т. 5. Свердловск, 1960.
9. В. Н. Афросимова. Теплоэнергетика, 1967, 1.
10. Б. В. Канторович, Б. А. Байрашевский. Тепломассоперенос. Минск, 1968.
11. G. Cohen de Lara and J. R. Fellons. International Flame Research Foundation Document. № F.61/G.5.
12. М. И. Седелкин, А. М. Левин. Газовая промышленность, 1972, 2.