ПМТФ, № 3, 1961

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

В. А. Башкин, Е. Е. Солодкин

(Москва)

Результаты теоретических и экспериментальных исследований конвективной теплопередачи в сверхзвуковой и гиперзвуковой аэродинамике обычно представляются в виде зависимости безразмерного коэффициента (числа Нуссельта или числа Стентона) от безразмерных параметров (числа Рейнольдса, числа Маха, числа Прандтля, температурного фактора и др.), характеризующих это явление.

Основной частью обоих безразмерных коэффициентов является некоторая размерная величина так называемый коэффициент теплоотдачи, равный отношению удельного потока тепла к разности двух характерных значений температуры (теплосодержания). При этом форма выражения для коэффициента теплоотдачи и характерные значения температуры впервые были выбраны в то время, когда исследования теплопередачи проводились при малых скоростях потока, при малых перепадах температуры и в том диапазоне ее изменения, в котором термодинамические функции и коэффициенты переноса газа можно было считать постоянными. В частности, в качестве одной из характерных значений температуры принималась температура поверхности тела (температура стенки), а в качестве второй характерной температуры — температура поверхности при отсутствии теплообмена.

При дальнейшем увеличении скорости потока, а вместе с ней и максимальной температуры в пограничном слое ($T > 1000°$ K) достигался такой диапазон изменения температуры, в котором удельные теплоемкости больше не могли считаться постоянными, поэтому в выражении для коэффициента теплоотдачи характерные значения температуры были заменены соответствующими характерными значениями величины теплосодержания. Выражение для коэффициента теплоотдачи и указанные выше изменения вводились в основном интуитивно, исходя из физических соображений, а не в результате решения уравнений пограничного слоя. При этом не принималось во внимание, является ли температура поверхности постоянной или переменной и существует ли продольный градиент давления. В действительности из решения уравнений следует, что в рассмотренных диапазонах изменения температуры такое выражение для коэффициента теплоотдачи точно получается лишь при отсутствии градиента температуры (теплосодержания) вдоль поверхности.

До сих пор были рассмотрены два диапазона изменения температуры: в первом из них, в котором температура в пограничном слое не превышает 1000° K, удельные теплоемкости газа практически остаются постоянными и в выражение для коэффициента теплоотдачи входят характерные значения температуры; во втором диапазоне, в котором температура в пограничном слое больше 1000° K, удельные теплоемкости не могут больше приниматься постоянными и в выражение для коэффициента теплоотдачи входят характерные значения величины теплосодержания. Но оказывается, что второй диапазон изменения температуры простирается только до $T \approx 2000°$. При дальнейшем увеличении температуры в газе начинают протекать термохимические реакции: сначала диссоциация молекул, а затем и ионизация молекул и атомов газа. При этом молекулярный вес больше не остается постоянным, и все термодинамические функции и коэффициенты переноса газа начинают зависеть от температуры и давления.

Возникает вопрос, удобно ли в этом случае разностью характерных значений теплосодержания по-прежнему характеризовать теплообмен или в выражении для коэффициента теплоотдачи вместо характерных значений величины теплосодержания удобнее пользоваться характерными значениями другой величины. Если в этом диапазоне изменения температуры величину теплообмена удобнее характеризовать разностью характерных значений некоторой другой величины, то какой именно?

Остается ли форма выражения для коэффициента теплоотдачи такой же при переменной температуре поверхности и переменном градиенте давления. Если в этом случае форма выражения для коэффициента теплоотдачи остается такой же, то разностью каких величин он определяется? Выяснению всех этих вопросов и посвящена предлагаемая работа.

1. Рассмотрим сначала случай нулевого продольного градиента давления и постоянного значения величины теплосодержания на поверхности тела. В уравнении энергии вместо величины теплосодержания введем в рассмотрение величину

$$I = P_0 \int_0^h \frac{dh}{P}$$

которую можно назвать осредненным теплосодержанием.

Здесь P — число Прандтля, P_0 — некоторое постоянное значение числа Прандтля, равное числу Прандтля в недиссоциирующем газе.

Если обозначить через ρ, μ, u и I безразмерные величины плотности, динамического коэффициента вязкости, компоненты скорости, параллельной образующей поверхности тела, и осредненного теплосодержания, полученные путем деления на значения соответствующих величин на внешней границе пограничного слоя, а безразмерное напряжение трения τ представить в виде

$$\tau = \frac{c_f}{2} = \sqrt{\frac{1+2j}{2R_x}}\, f(u) \qquad \left(R_x = \frac{\rho_1 u_1 x l}{\mu_1}\right)$$

то для определения функций $f(u)$ и $I(u)$ в безразмерных переменных Крокко получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$ff'' + \rho\mu u = 0 \tag{1.1}$$

$$I'' + (1-P)\frac{f'}{f} I' + P_0 \frac{u_1^2}{I_1} = 0 \tag{1.2}$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} &f' = 0, \qquad I = I_w = \mathrm{const} \qquad \text{при } u = 0 \\ &f = 0, \qquad I = 1 \qquad \text{при } u = 1 \end{aligned} \tag{1.3}$$

Здесь R_x — число Рейнольдса, c_f — местный коэффициент сопротивления трения, x — безразмерная координата, направленная вдоль образующей поверхности тела, l — характерный размер тела. Индексом 1 обозначены размерные параметры на внешней границе пограничного слоя. Значение $j = 0$ соответствует течению газа вдоль поверхности пластины, значение $j = 1.0$ — течению газа вдоль поверхности конуса.

Дифференциальное уравнение (1.2) можно представить в виде следующего интегрального уравнения:

$$I = I_w + (I_r - I_w)\frac{S(u)}{S(1)} - \frac{u_1^2}{I_1} P_0 R(u) \tag{1.4}$$

Здесь

$$I_r = 1 + r\frac{u_1^2}{2I_1}, \qquad r = 2P_0 R(1)$$

$$S(u) = \int_0^u \exp\left\{-\int_0^u (1-P)\frac{f'}{f}\,du\right\} du$$

$$R(u) = \int_0^u \exp\left\{-\int_0^u (1-P)\frac{f'}{f}\,du\right\}\left[\int_0^u \exp\left\{\int_0^u (1-P)\frac{f'}{f}\,du\right\} du\right] du$$

В результате интегрирования системы уравнений (1.1) и (1.4) и удовлетворения граничных условий (1.3) получим следующее выражение для определения удельного потока тепла:

$$q_w = c_I \rho_1 u_1 I_1 (I_r - I_w) \qquad (c_I = c_f / 2s,\ s = P_0 S(1)) \tag{1.5}$$

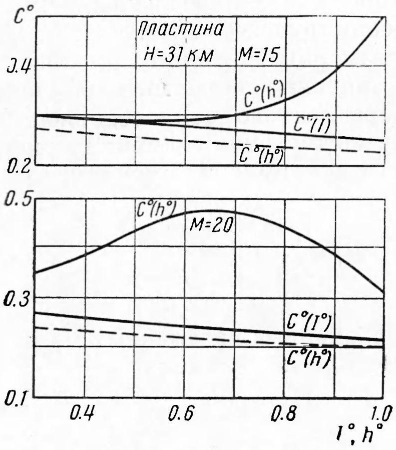
Здесь c_I — местное число Стентона, s — коэффициент аналогии Рейнольдса.

В случае, когда число Прандтля постоянно и равно $P = P_0$, величина местного потока тепла будет определяться по формуле

$$q_w = c_h \rho_1 u_1 h_1 (h_r - h_w) \tag{1.6}$$

Если, кроме числа Прандтля, и удельные теплоемкости постоянны, то выражение для местного удельного потока тепла примет вид

$$q_w = c_T \rho_1 u_1 c_p T_1 (T_r - T_w) \tag{1.7}$$



Фиг. 1

Из изложенного выше следует, что при постоянной величине температуры (теплосодержания) поверхности тела удельный поток тепла во всем диапазоне изменения температуры удобно характеризовать разностью между значением величины осредненного теплосодержания при отсутствии теплообмена I_r и значением этой величины на поверхности тела при наличии теплообмена I_w. В этом случае коэффициент теплоотдачи остается примерно постоянным или будет слабой функцией от температурного фактора I_w / I_r. Вместе с тем в том диапазоне изменения температуры, в котором число Прандтля можно считать постоянным, удельный поток тепла в равной мере удобно характеризовать разностью $h_r - h_w$, а при малых температурах, когда, кроме числа Прандтля, и удельные теплоемкости можно считать постоянными,— разностью $T_r - T_w$.

В то же время, если удельный поток тепла характеризовать разностью $h_r - h_w$ или разностью $T_r - T_w$ во всем диапазоне изменения температуры, то начиная с некоторой температуры коэффициент теплоотдачи начнет резко меняться с изменением температурного фактора.

В качестве примера рассмотрим, как изменяется коэффициент теплопередачи от температурного фактора при очень больших температурах в пограничном слое в зависимости от того, разностью каких величин пользуются при определении потока тепла.

На фиг. 1 для пластины при числах $M = 15$ и 20 и при высоте $H = 31$ *км* приведены зависимости

$$C^\circ = c_I \sqrt{R_x} \quad \text{от} \quad I^\circ = I_w / I_r, \qquad C^\circ = c_h \sqrt{R_x} \quad \text{от} \quad h^\circ = h_w / h_r$$

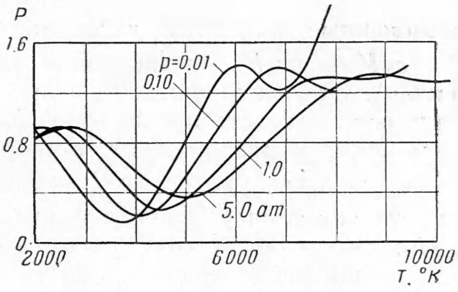
вычисленные с учетом диссоциации. Там же приведена зависимость

$$C^\circ = c_h \sqrt{R_x} \quad \text{от} \quad h^\circ = h_w / h_r$$

вычисленная без учета диссоциации (пунктирная кривая).

Из этой фигуры видно, что, если при определении удельного потока тепла в этом диапазоне изменения температуры воспользоваться разностью $h_r - h_w$, то коэффициент теплопередачи сильно меняется с изменением температурного фактора h_w / h_r. При этом характер изменения $c_h \sqrt{R_x}$ от h_w / h_r может быть самый различный в зависимости от того, какой вид при постоянном давлении имеет зависимость $P = P(T)$ (фиг. 2) в этом диапазоне изменения температуры. Если же при определении удельного потока тепла воспользоваться разностью $I_r - I_w$, то завиcимость $c_I\sqrt{R_x}$ мало меняется от температурного фактора I_w/I_r; при этом она напоминает и несильно отличается от зависимости $c_h\sqrt{R_x}$ от h_w/h_r, вычисленной без учета диссоциации.

Последнее обстоятельство может быть использовано для определения с точностью порядка 10% коэффициентов теплопередачи пластины и конусов с учетом диссоциации при наличии соответствующей зависимости $c_h\sqrt{R_x}$ от h_w/h_r, вычисленной без учета диссоциации. При этом под величиной c_I следует понимать отношение $q_w/\rho_1 u_1 I_1 \times \times (I_r - I_w)$, а отношение h_w/h_r заменить через I_w/I_r.

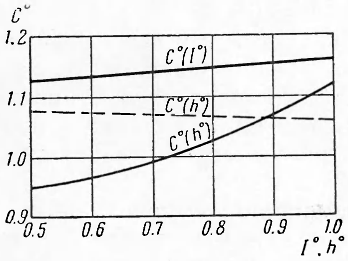


Фиг. 2

Остановимся несколько подробнее на значениях величин I_r, h_r и T_r. В частности, величина

$$T_r = 1 + r\frac{u_1^2}{2c_p T_1}$$

есть такое значение безразмерной температуры поверхности, при котором удельный поток тепла q_w равен нулю. Однако при этом следует иметь в виду следующее. Хотя по определению величина T_r совпадает с определением равновесной температуры, которая устанавливается на теплоизолированной поверхности, но так как значения величины r определяются в этих случаях из различных условий теплообмена на поверхности, то их численные значения естественно отличаются между собой, следовательно, при одних и тех же значениях параметров потока на внешней границе пограничного слоя отличаются между собой и значения величин T_r. Это различие, как правило, невелико, так как профили температуры при отсутствии и при наличии теплообмена мало отличаются между собой, но следует помнить о принципиальном различии между температурой T , при которой отсутствует теплообмен на теплопроводной поверхности, и равновесной температурой, которая устанавливается на теплоизолированной поверхности.



Фиг. 3

Все сказанное относительно величины T_r в равной степени относится к величинам h_r и T_r. При этом величина r больше не остается постоянной, а зависит от параметров внешнего потока и несколько меняется с изменением температурного фактора.

Результаты, полученные выше, относятся к случаю постоянной температуры (теплосодержания) поверхности и отсутствия продольного градиента давления. Можно показать, что с большой степенью точности эти результаты верны при постоянной температуре (теплосодержании) поверхности и в случае критической точки. При этом задача решается в предположении,что $u_1 = \beta x$ и $u^2{}_1 \ll 1$. В этом случае система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая течение сжимаемого газа в ламинарном пограничном слое в окрестности критической точки, приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. В силу сделанных предположений параметры потока на внешней границе пограничного слоя совпадают с соответствующими параметрами потока, заторможенного через прямой скачок уплотнения, т. е.

$$\rho_1 = \rho_*, \mu_1 = \mu_*, I_1 = I_*, I_r = 1$$

Для иллюстрации на фиг. 3 для критической точки осесимметричного тела, движущегося на высоте $H = 25$ *км* со скоростью, соответствующей числу $M = 10.95$, приведены зависимости

$$C^{\circ} = c_I \sqrt{R_x} \quad \text{от} \quad I^{\circ} = I_w / I_r, \qquad C^{\circ} = c_h \sqrt{R_x} \quad \text{от} \quad h^{\circ} = h_w / h_r$$

вычисленные с учетом диссоциации. Там же нанесена зависимость $C^{\circ} = c_h \sqrt{R_x}$ от h°, вычисленная без учета диссоциации (пунктирная кривая). Отсюда видно, что, если при определении удельного потока тепла воспользоваться разностью $h_r - h_w$, то коэффициент теплопередачи очень сильно меняется от температурного фактора h_w / h_r. Но если воспользоваться разностью $I_r - I_w$, то зависимость $c_I \sqrt{R_x}$ также мало меняется от температурного фактора I_w / I_r, как зависимость $h_h \sqrt{R_x}$ от h_w / h_r, вычисленная без учета диссоциации, причем отличие между ними очень небольшое.

Так как и в случае отсутствия продольного градиента давления небольшое отличие между зависимостями $c_I \sqrt{R_x}$ от I_w / I_r и $c_h \sqrt{R_x}$ от h_w / h_r, вычисленное без учета диссоциации, может быть использовано для определения с точностью до 5—10% коэффициентов теплопередачи критической точки с учетом диссоциации, понимая под величиной c_I отношение $q_w / \rho_1 u_1 I_1 (I_r - I_w)$ и заменяя отношение h_w / h_r через I_w / I_r.

2. Выше был рассмотрен вопрос о том, как определяется удельный поток тепла при постоянной температуре (теплосодержании) поверхности в зависимости от диапазона изменения температуры, в котором исследуется теплопередача.

Теперь исследуем вопрос, как определяется удельный поток тепла при переменной температуре (теплосодержании) поверхности.

Так как точное решение задачи при произвольном распределении температуры (теплосодержании или осредненном теплосодержании) вдоль поверхности невозможно, то рассмотрим случай, когда распределение температуры (теплосодержания или осредненного теплосодержания) вдоль поверхности может быть представлено в виде полинома по степеням продольной координаты x.

Далее начнем рассмотрение с диапазона изменения температуры, в котором число Прандтля и величина c_p могут быть приняты постоянными и могут быть сделаны некоторые упрощающие предположения относительно других термодинамических характеристик и коэффициентов переноса воздуха. В частности, будем предполагать, что безразмерный динамический коэффициент вязкости $\mu = \lambda T$. Так как давление поперек слоя принимается постоянным, то $\rho = 1 / T$; отсюда следует, что $\rho\mu = \lambda = \text{const}$. Эта задача была рассмотрена авторами в 1960 г.

Если продольный градиент давления равен нулю, а распределение температуры вдоль поверхности задано в виде

$$T_w = \sum_{n=0}^{\infty} T_n x^n$$

то безразмерное напряжение трения τ можно представить в виде

$$\tau = \frac{c_f}{2} = \sqrt{\frac{\lambda (1 + 2j)}{2 R_x}} f(u)$$

а распределение температуры поперек пограничного слоя в виде

$$T = y_0(u) + \sum_{n=1}^{\infty} T_n y_n(u) x^n$$

В этом случае для определения функций $f(u)$, $y_0(u)$ и $y_n(u)$ получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$ff'' + u = 0$$

$$y_0'' + (1 - P)\frac{f'}{f}y_0' + P\frac{u_1^2}{c_p T_1} = 0 \qquad (2.1)$$

$$f^2 y_n'' + (1 - P) ff' y_n' - \frac{2Pn}{1 + 2j} u y_n = 0 \qquad (n = 1, 2, 3 \ldots)$$

с граничными условиями

$$\begin{matrix} f' = 0, & y_0 = T_0, & y_n = 1 & \text{при } u = 0 \\ f = 0, & y_0 = 1, & y_n = 0 & \text{при } u = 1 \end{matrix} \qquad (2.2)$$

В результате решения системы дифференциальных уравнений (2.1) и удовлетворения граничным условиям (2.2) получим выражение для величины удельного потока тепла

$$q_w = c_T c_p \rho_1 u_1 T_1 (T_r - T_{we}) \qquad (2.3)$$

Здесь

$$T_r = 1 + r\frac{u_1^2}{2c_p T_1}, \qquad r = 2PR_0(1), \qquad T_{we} = T_w(x) - \Delta T_w(x)$$

$$\Delta T_w(x) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n \{1 + S_0(1) y_n'(0)\} x^n, \qquad S_0(1) = \int_0^1 \left[\frac{f(u)}{f(0)}\right]^{P-1} du$$

$$R_0(1) = \int_0^1 \left[\frac{f(u)}{f(0)}\right]^{P-1} \left\{\int_0^u \left[\frac{f(u)}{f(0)}\right]^{1-P} du\right\} du$$

Из выражения (2.3) для величины удельного потока тепла при переменной температуре поверхности следует, что величина q_w в этом случае определяется разностью между температурой T_r и некоторой эффективной температурой T_{we}, в которую входит температура поверхности $T_w(x)$ и некоторая добавочная температура $\Delta T_w(x)$, зависящая от закона изменения температуры вдоль поверхности.

С несколько меньшей точностью можно получить решение системы уравнений (2.1) при постоянном числе Прандтля, но при $c_p \neq \text{const}$. В этом случае для удельного потока тепла получаем выражение

$$q_w = c_h \rho_1 u_1 h_1 (h_r - h_{we}) \qquad (2.4)$$

где $h_{we} = h_w(x) - \Delta h_w(x)$

$$\Delta h_w(x) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n \{1 + S_0(1) y_n'(0)\} x^n$$

При больших температурах, когда термодинамические функции и коэффициент переноса воздуха сильно меняются с температурой и давлением, решение системы уравнений (2.1) в предположении $\rho\mu = \lambda = \text{const}$ проводится при некотором постоянном среднем значении числа Прандтля $P = P_m$. В этом случае для удельного потока тепла получаем выражение

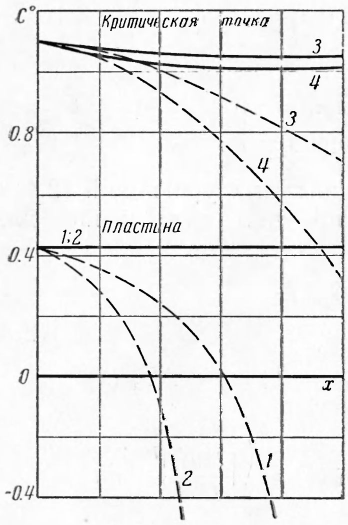
$$q_w = c_I \rho_1 u_1 I_1 (I_r - I_{we}) \qquad (2.5)$$

где

$$I_{we} = I_w(x) - \Delta I_w(x)$$

$$\Delta I_w(x) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \{1 + S_0(1) y_n'(0)\} x^n$$

На фиг. 4 в качестве примера для пластины, движущейся со скоростью, соответствующей числу $M = 3.0$, для двух законов изменения температуры вдоль пластины (*1* — линейное и *2* — квадратичное увеличение температуры от $T_w = 0.5\,T_r$ до $T_w = T_r$) приведены зависимости $C^\circ = C_T \sqrt{R_x / \lambda}$ от x, вычисленные при использовании разностей $T_r - T_{we}$ и $T_r - T_w$. Отсюда видно, что использование разности $T_r - T_w$ при определении удельного потока тепла приводит к сильному изменению коэффициента теплопередачи вдоль поверхности. В то же время при использовании разности $T_r - T_{we}$ коэффициент теплопередачи остается постоянным вдоль поверхности (в предположении, что $\rho\mu = \lambda = \mathrm{const}$).



Фиг. 4

Аналогичные соотношения справедливы и в окрестности критической точки тупоносого тела, если распределение температуры вдоль поверхности тела задано в виде полинома по степеням продольной координаты x.

В качестве иллюстрации на фиг. 4 для двух законов изменения температуры вдоль поверхности в окрестности критической точки осесимметричного тела при числе $M = 3$ (*3* — линейный и *4* — квадратичный закон уменьшения температуры от $T_w = 0.7\,T_r$ до $T_w = 0.4\,T_r$) приведены зависимости $C^\circ = c_T \sqrt{R_x / \lambda}$ от x, вычисленные при использовании разностей $T_r - T_{we}$ и $T_r - T_w$. Отсюда видно, что если при определении удельного потока тепла использовать разность $T_r - T_w$, то коэффициент теплопередачи сильно меняется вдоль поверхности, причем тем сильнее, чем сильнее распределение температуры вдоль поверхности отличается от постоянной. В то же время при использовании разности $T_r - T_{we}$ величина $c_T \sqrt{R_x / \lambda}$ слабо меняется вдоль поверхности (в предположении, что $\rho\mu = \lambda = \mathrm{const}$).

3. Рассмотрим теперь общий случай, т. е. как определяется удельный поток тепла при переменном продольном градиенте давления и переменной температуре (теплосодержании) вдоль поверхности тела. Точное решение задачи при произвольном градиенте давления и произвольном распределении температуры вдоль поверхности невозможно, поэтому приходится ограничиваться рассмотрением случая, когда распределение потока на внешней границе пограничного слоя и распределение температуры (теплосодержания) вдоль поверхности тела заданы в виде полиномов по степеням продольной координаты x, а в случае осесимметричного тела и контур тела задан в виде полинома по степеням x.

В этом случае также приходится ограничиться рассмотрением диапазона изменения температуры, в котором число Прандтля и величину c_p можно принять постоянными и сделать некоторые упрощающие предположения относительно термодинамических функций и коэффициентов переноса воздуха ($\rho\mu = \lambda = \mathrm{const}$).

Решение системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающей течение сжимаемого газа в ламинарном пограничном слое, ищется в виде следующих функциональных рядов:

$$\tau = \sqrt{\frac{\lambda}{2R_x}} \sum_{n=0}^{\infty} f_n(u)\, x^n, \qquad T = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(u)\, x^n \tag{3.1}$$

при этом решение системы уравнений можно искать в виде функциональных рядов по четным степеням координаты x.

Если подставить выражения (3.1) в систему дифференциальных уравнений в частных производных, собрать все члены при одинаковых степенях x и приравнять их нулю, то можно получить систему рекуррентных уравнений и соответствующие граничные условия для определения функций $f_n(u)$ и $T_n(u)$.

Авторами были получены рекуррентные системы уравнений и соответствующие граничные условия для двух случаев: а) когда распределение скорости на внешней границе пограничного слоя задано в виде полинома по четным степеням x, что соответствует обтеканию тел сверхзвуковым потоком газа с присоединенным скачком уплотнения; б) когда распределение скорости на внешней границе пограничного слоя задано в виде полинома по нечетным степеням x, что соответствует обтеканию тел сверхзвуковым потоком газа с отсоединенной головной волной. В настоящее время ведется подготовка к решению обеих систем рекуррентных уравнений на машине М-20.

В результате решений полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений получим следующее выражение для величины удельного потока тепла:

$$q_w = c_T \rho_* u_1 T_* c_p (T_{re} - T_{we}) \tag{3.2}$$

Здесь индексом $*$ обозначены размерные параметры заторможенного потока в окрестности критической точки.

Таким образом, величину местного потока тепла при произвольном распределении скорости и температуры вдоль поверхности тела удобно характеризовать разностью между эффективной температурой T_{re}, которая зависит от закона изменения скорости потока на внешней границе пограничного слоя, и эффективной температурой поверхности T_{we}, которая зависит от закона изменения температуры на поверхности тела.

4. В заключении остановимся на вопросе о том, как применять полученные выше результаты на случай турбулентного течения в пограничном слое и на случай экспериментального определения коэффициентов теплопередачи.

В случае нулевого продольного градиента давления и при постоянной температуре поверхности выражения, полученные выше при ламинарном пограничном слое для удельного потока тепла в различных диапазонах изменения температуры, остаются такими же и при турбулентном пограничном слое. В этом случае уравнение энергии можно записать в следующем виде

$$I = I_w + (I_r - I_w)\frac{S(u)}{S(1)} - \frac{u_1^2}{2I_1} P_0 R(u) \tag{4.1}$$

Здесь

$$I_r = 1 + \frac{u_1^2}{2I_1} P_0 R(1), \qquad S(u) = \int_0^u \exp\left\{-\int_0^u (1 - P_\Sigma)\frac{d\ln\tau}{du}\,du\right\} du$$

$$R(u) = \int_0^u 2\exp\left\{-\int_0^u (1 - P_\Sigma)\frac{d\ln\tau}{du}\,du\right\}\left[\int_0^u \exp\left\{\int_0^u (1 - P_\Sigma)\frac{d\ln\tau}{du}\,du\right\}du\right]du$$

$$P_\Sigma = \frac{\mu + \varepsilon}{\lambda + \lambda_T} c_p, \qquad \tau = (\mu + \varepsilon)\frac{\partial u}{\partial y}$$

где P_Σ — суммарное число Прандтля, τ — суммарное напряжение трения.

В результате решения уравнения (4.1) совместно с уравнением импульсов получим следующее выражение для удельного потока тепла

$$q_w = c_I \rho_1 u_1 I_1 (I_r - I_w) \tag{4.2}$$

Пока нельзя высказать никаких соображений относительно выражения для удельного потока тепла в случае критической точки при постоянной температуре поверхности, а также в более общем случае: при переменном градиенте давления и переменной температуре поверхности, так как в настоящее время отсутствуют соответствующие решения задачи при турбулентном пограничном слое. Кажется только вероятным, что по форме эти выражения должны быть такими же, как и в случае ламинарного пограничного слоя.

Выскажем теперь несколько соображений относительно того, как следует определять коэффициенты теплопередачи по экспериментальным данным.

Рассмотрим сначала случай ламинарного пограничного слоя. При постоянной температуре (теплосодержании или осредненном теплосодержании) поверхности в зависимости от диапазона изменения температуры коэффициенты теплопередачи должны определяться по формулам (1.5) — (1.7) при нулевом продольном градиенте давления и по аналогичным формулам в окрестности критической точки, используя исключительно экспериментальные данные. В более общем случае, когда градиент давления переменный и температура (теплосодержание или осредненное теплосодержание) изменяются вдоль поверхности, дело обстоит несколько сложнее.

Рассмотрим для примера диапазон изменения температуры, в котором величины c_p и P можно принять постоянными. В этом случае выражение для местного удельного потока тепла можно представить в следующем виде:

$$q_w = c_T c_p u_1 T_* \left(\frac{\partial T}{\partial u}\right)_w S(1) \tag{4.3}$$

Таким образом, в этом случае для определения коэффициента теплопередачи c_T, помимо экспериментальных значений величины q_w, необходимо иметь распределение скорости и температуры поперек пограничного слоя в различных сечениях тела. В случае отсутствия таких данных для расчета по приведенным выше формулам необходимо использовать вычисленные теоретическим путем значения величин $T_n'(0)$. При этом экспериментальное распределение температуры вдоль поверхности предварительно должно быть представлено в виде полинома по степеням x.

В случае турбулентного пограничного слоя можно указать только, как следует определять коэффициенты теплопередачи при постоянной температуре поверхности и при отсутствии продольного градиента давления. Используя экспериментальные данные, коэффициенты теплопередачи и в этом случае в зависимости от диапазона изменения температуры должны определяться по формулам (1.5) — (1.7).

В случае, когда градиент давления переменный и температура изменяется вдоль поверхности, коэффициенты теплопередачи могут определяться только по формуле (4.3), т. е. только при наличии экспериментальных данных о распределении скорости и температуры поперек пограничного слоя в различных сечениях тела и при использовании значений величины $S(1)$, полученных при нулевом продольном градиенте давления и при постоянной температуре поверхности.

Поступила
3 IV 1961