

[6], штриховой линией — численные данные [6]. Повышение напряжения около 0,8 мкс объясняется приходом на границу раздела меди и оргстекла возмущения, обусловленного возникновением и ростом в мишени пор. Результаты решения данной задачи качественно и по порядку величин совпали с результатами [6], что можно также рассматривать как подтверждение используемой модели разрушения. Имеющиеся расхождения, в частности сдвиг по времени, могут быть объяснены различиями либо в толщине мишени, либо в свойствах материала.

Поступила 8 IX 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Никифоровский В. С., Шемякин Е. И. Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979.
2. Рузанов А. И. Численное моделирование процессов разрушения твердых тел при импульсных нагрузках. — В сб.: Прикладные проблемы прочности и пластичности. Статика и динамика деформируемых систем. Горький: изд. Горьк. ун-та, 1980.
3. Barbee T. W., Seaman L. et al. Dynamic fracture criteria for ductile and brittle metals. — J. Materials, 1972, vol. 7, N 3.
4. Seaman L., Curran D. R., Shockey D. A. Computational models for ductile and brittle fracture. — J. Appl. Phys., 1976, vol. 47, N 11.
5. Smith J. H. Three low-pressure spall thresholds in copper. — In: Sympos. Dynam. Behavior Mater., Albuquerque, N. M., 1962. Philadelphia, Pa: Amer. Soc. Test. and Mater., 1963.
6. Seaman L. Effects of fracture on stress-strain relations for wave propagation. — В кн.: Материалы II симпозиума «Нелинейные волны деформации». Таллин: изд. Ин-та кибернетики АН ЭССР, 1978.
7. Новиков С. А., Дивнов И. И., Иванов А. Г. Исследование разрушения стали, алюминия и меди при взрывном нагружении. — ФММ, 1966, т. 21, вып. 4.
8. Степанов Г. В. Упругопластическое деформирование материалов под действием импульсных нагрузок. Киев: Наукова думка, 1979.
9. Cochran S., Banner D. Spall studies in uranium. — J. Appl. Phys., 1977, vol. 48, N 7.

УДК 399.374.1

### ПРЕДЕЛЬНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

В. В. Селиванов

(Москва)

Рассматривается реализация критериев разрушения [1, 2] применительно к жестко-пластическим цилиндрическим оболочкам, расширяющимся под действием продуктов детонации. Обсуждаются экспериментальные результаты по определению предельных деформаций оболочек. Вопрос о предельных деформациях цилиндрических оболочек под действием равномерно расширяющихся продуктов детонации обсуждался в [2—4]. Численные и аналитические решения, описывающие процесс деформации цилиндрической жестко-пластической оболочки, получены в [4, 5].

Рассмотрим некоторые критерии и условия разрушения жестко-пластических оболочек. В цилиндрической оболочке, находящейся под действием интенсивной внутренней нагрузки, возникают внешняя зона со смешанным напряженным состоянием ( $\sigma_r < 0$ ,  $\sigma_\theta > 0$ ) и внутренняя зона, в которой реализуется состояние всестороннего сжатия ( $\sigma_r < 0$ ,  $\sigma_\theta < 0$ ) [4]. Здесь  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  — радиальная и тангенциальная компоненты тензора напряжений. Условие, выполняющееся на границе двух зон, имеет вид  $\sigma_\theta = 0$ . Его использование совместно с условием пластичности ( $\sigma_\theta - \sigma_r = \kappa Y$ ) и выражением для радиального напряжения [5] в начальном положении ( $a = a_0$ ,  $b = b_0$ ) даст координату границы  $\sigma_\theta = 0$ :

$$(1) \quad r = b_0 (b_0/a_0)^{-\kappa Y/\nu_0^2}$$

Здесь  $b_0$  и  $a_0$  — начальные внешний и внутренний радиусы оболочки;

$Y$  — динамический предел текучести ( $\kappa = 2/\sqrt{3}$  для условия пластичности Мизеса—Генки,  $\kappa = 1$  для условия пластичности Сен-Венана—Треска);  $p_0 = \rho_0 D^2 / 2(k + 1)$  — давление мгновенной детонации ( $\rho_0$  — плотность ВВ,  $D$  — скорость детонации,  $k$  — показатель политропы).

В случае сферической симметрии и в общем случае движения оболочки ( $a > a_0$ ,  $b > b_0$ ) аналогичные выкладки приводят к трансцендентному уравнению, не имеющему аналитических решений. Однако анализ результатов численного решения [4] и линеаризация уравнения  $\sigma_r = f(a_0, a, b_0, b, r, p_0, Y, \kappa)$  [5] указывают на то, что распределение напряжений по толщине оболочки можно считать линейным. Тогда в соответствии с [2] радиус разрушения внутренней поверхности определяется выражением [4]

$$(2) \quad a_f = a_0(p_0/Y)^{1/2k}.$$

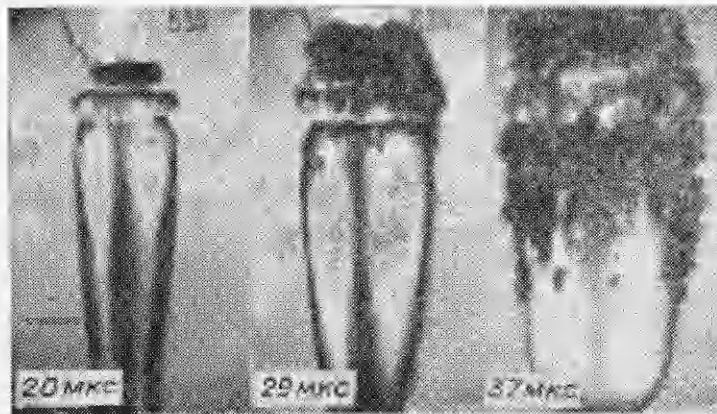
Учитывая одновременное разрушение сдвигом [3], получим

$$(3) \quad a_f^0 = a_0(2p_0/Y)^{1/2k}.$$

При фиксированных значениях  $p_0$ ,  $Y$  и  $k = 3$  отношение  $a_f^0/a_f = 1,12$  в случае цилиндрической симметрии и  $a_f^0/a_f = 1,08$  — в случае сферической симметрии.

Проведенные в отраженном свете оптические съемки оболочек, нагруженных продуктами детонации бризантных зарядов, показали, что необходимо различать радиус образования трещин на внешней поверхности  $b_c$  и радиус разрушения  $b_f$ , фиксируемый по прорыву продуктов детонации на внешнюю поверхность. Некоторые результаты эксперимента для армо-железа представлены на фиг. 1. Экспериментальные значения относительных радиусов трещинообразования  $b_c/b_0$  и разрушения  $b_f/b_0$  представлены в табл. 1 (размеры оболочки  $a_0 = 10$  мм,  $b_0 = 13,5$  мм, длина  $l_0 = 130$  мм, толщина дна 10 мм, толщина крышки 5 мм). Оболочки нагружались продуктами детонации заряда ТГ 50/50 с плотностью  $1,65 \times 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, скоростью детонации  $7,6 \cdot 10^3$  м/с, давлением мгновенной детонации  $119 \cdot 10^8$  Па. Материал оболочек выполнен из железоуглеродистых сплавов с различной термообработкой (1 — закалка с низким отпуском, 2 — закалка с высоким отпуском) и пластическими свойствами: статическим пределом текучести  $\sigma_T$  и относительным сужением при растяжении  $\psi$ . Здесь же даны расчетные значения радиусов разрушения по соотношению (2) с использованием статического ( $b_f^0/b_0$ ) и динамического ( $b_f^2/b_0$ ) пределов текучести. Динамический предел текучести определялся по статическому с учетом экспериментальных результатов [6].

Очевидно, что радиусы разрушения, определяемые по зависимости (2), не соответствуют экспериментальным значениям. Это объясняется тем,



Ф и г. 1

что гипотеза Тейлора [2] предполагает наличие наружной разрушенной зоны оболочки (1) до начала ее движения. Физически неверная предпосылка приводит к снижению расчетных значений  $b_f/b_0$ , которые ближе соответствуют радиусам трещинообразования ( $b_c/b_0$ ), причем для относительно пластичных материалов лучшие результаты дает использование статического предела текучести, а для относительно хрупких материалов — использование динамического предела текучести.

Рассмотрим критерий разрушения типа  $\varepsilon_i^* = \varepsilon_{ip} f(\Pi)$  [1], где  $\varepsilon_i^*$  — критическая интенсивность деформаций, при которой происходит разрушение материала;  $\varepsilon_{ip}$  — степень деформации к моменту разрыва при растяжении;  $\Pi = 3\sigma/\sigma_i$  — коэффициент жесткости напряженного состояния ( $\sigma$  — среднее напряжение,  $\sigma_i$  — интенсивность напряжений).

В случае цилиндрической оболочки для условия Мизеса  $\Pi = 3\sigma_r/Y + 1,734$ , откуда следует, что на внешней поверхности оболочки ( $\sigma_r = 0$ )  $\Pi = 1,734$ , а на внутренней ( $\sigma_r = -p$ )  $\Pi = -3p/Y + 1,734$ . Это соответствует состоянию всестороннего сжатия вплоть до значения  $p/Y = 0,578$ , после чего наступает состояние растяжения.

Интенсивность деформаций в любом сечении цилиндрической оболочки, согласно [5], определяется из выражения  $\varepsilon_i = -(1/\sqrt{3}) \ln(1 - (a^2 - a_0^2)/r^2)$ , откуда следует, что на внешней поверхности оболочки  $\varepsilon_i = -(2/\sqrt{3}) \ln(b_0/b)$ , а на внутренней  $\varepsilon_i = -(2/\sqrt{3}) \ln(a_0/a)$ , где  $r$  — эйлерова координата.

В [1] для процессов штамповки предложена экспериментальная зависимость

$$(4) \quad \varepsilon^* = 2\varepsilon_{ip} e^{-0,72\Pi}.$$

Отметим, что при одноосном растяжении ( $\Pi = 1$ )  $\varepsilon_i^* \approx \varepsilon_{ip}$ .

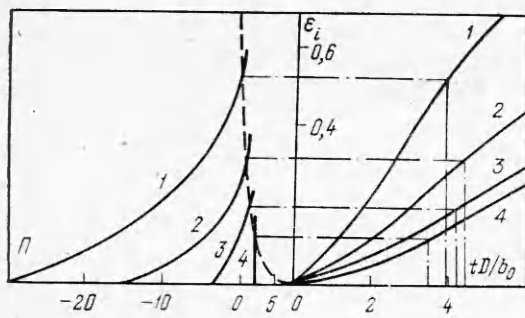
Построение поверхности разрушения для цилиндрических оболочек заключается в расчете текущего напряженно-деформированного состояния оболочки [4,5] и графической реализации зависимостей  $\varepsilon_i(\bar{t})$  и  $\Pi(\bar{t})$  в различных сечениях оболочки ( $\bar{t} = tD/b_0$ ). Пересечение экспоненты (4) с соответствующими кривыми  $\varepsilon_i(\Pi)$  дает время и деформацию разрушения фиксированного сечения оболочки.

На фиг. 2 по результатам численного решения [4] приведена номограмма для оболочки с  $a_0/b_0 = 0,446$ ,  $\varepsilon_{ip} = 0,25$  ( $\psi = 0,22$ ) и  $\sigma_T = 7 \cdot 10^8$  Па ( $Y \approx 14 \cdot 10^8$  Па). Линии 1—4 относятся к лагранжевым частицам оболочки с начальными координатами  $r_0 = 0,446$ ; 0,667; 0,889 и 1,0 соответственно. Примерное соотношение между  $\varepsilon_{ip}$  и  $\psi$  имеет вид  $\varepsilon_{ip} \approx \ln[1/(1 - \psi)]$ .

Аналогичные зависимости построены для пластичного ( $\varepsilon_{ip} = 1$ ) и хрупкого ( $\varepsilon_{ip} = 0,1$ ) материалов, а также для оболочки с  $a_0/b_0 = 0,871$ ,  $\varepsilon_{ip} = 0,25$  и  $\varepsilon_{ip} = 1$ .

На фиг. 3 приведены  $r - t$ -диаграммы процесса расширения и разрушения оболочек с  $a_0/b_0 = 0,446$  (верхняя полуплоскость) и  $a_0/b_0 = 0,871$  (нижняя полуплоскость). Штриховыми линиями отмечено движение поверхностей разрушения по критерию (4), а штрихпунктирными — по зависимости Тейлора (1); стрелки указывают направление движения фронта разрушения. Здесь 1, 2 — законы движения внутренней и внешней границ оболочки, 3, 4 — законы движения границы поверхности  $\sigma_\theta = 0$  для  $Y = 10^8$  и  $10^9$  Па соответственно, 5—7 — законы движения фронта разрушения по критерию (4) для  $\varepsilon_{ip} = 0,1$ ; 0,25 и 1 соответственно.

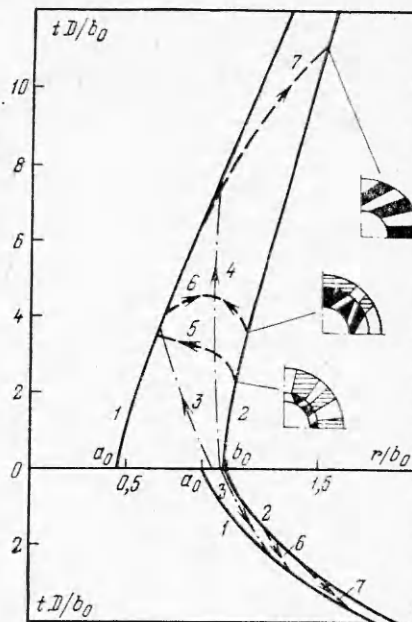
Как отмечалось выше, по критериям (2), (3) в оболочке при  $t = 0$  имеется разрушенная зона, прилегающая к внешней поверхности. Это противоречит закону сохранения энергии и не находит экспериментального подтверждения. Кроме того, зависимости (2), (3) приводят к однозначному увеличению радиуса разрушения при уменьшении предела текучести, что в общем случае необязательно и в ряде случаев противоречит экспериментальным результатам (табл. 1).



Ф и г. 2

Более правдоподобным представляется критерий, учитывающий связь вида напряженного состояния  $\Pi$  с предельной интенсивностью деформаций  $\epsilon_i^*$  (4) и имеющий ряд особенностей. Если для относительно тонкостенных оболочек разрушение всегда распространяется от внешней поверхности к внутренней, то в случае толстостенной оболочки развитие поверхности разрушения при прочих равных условиях определяется пластичностью материала и может начинаться как с внешней (хрупкие материалы 5), так и с внутренней (пластичные материалы 7) поверхности, а для материалов с промежуточной пластичностью 6 — с двух сторон, заканчиваясь в средней зоне оболочки (фиг. 3). Радиусы разрушения при этом составили: для  $a_0/b_0 = 0,446$  при  $\epsilon_{ip} = 0,1$   $b_f/b_0 = 1,11$  при  $\epsilon_{ip} = 0,25$   $b_f/b_0 = 1,17$ , при  $\epsilon_{ip} = 1$   $b_f/b_0 = 1,5$ , а для  $a_0/b_0 = 0,871$  при  $\epsilon_{ip} = 0,25$   $b_f/b_0 = 1,46$ , при  $\epsilon_{ip} = 1$   $b_f/b_0 = 1,6$ . Отметим, что, несмотря на разное время разрушения, предельная деформация разрушения различных сечений оболочки ( $r_f/r_0$ ) возрастает от внешней поверхности к внутренней, что объясняется уменьшением жесткости напряженного состояния при перемещении от внешней поверхности ( $\Pi > 0$ ) к внутренней ( $\Pi < 0$ ). Предельные деформации различных сечений ( $r_f/r_0$ ) и время разрушения ( $t_j = t_j D/b_0$ ) приведены в табл. 2 для оболочки с  $a_0/b_0 = 0,446$ .

Использование критерия (4) для анализа разрушения жестко-пластических оболочек, нагруженных продуктами детонации, представляется весьма перспективным. Во-первых, радиусы разрушения ( $b_f^{(3)}/b_0$ ), рассчитанные по методике [4] с использованием условия (4), указывают на удовлетворительное совпадение экспериментальных и теоретических результатов с точностью, определяемой погрешностью измерений и моделью задачи (см. табл. 1). Во-вторых, процесс образования и распространения фронта разрушения в оболочках с различной пластичностью соответствует



Ф и г. 3

Т а б л и ц а 1

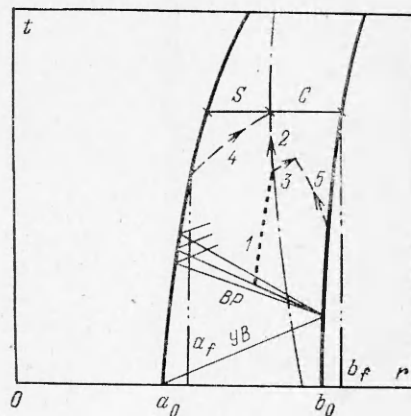
Материал оболочки	Вид термообработки	$\sigma_T \cdot 10^{-8}$ , Па	$\psi$	$b_c/b_0$	$b_f/b_0$	$b_f^{(1)}/b_0$	$b_f^{(2)}/b_0$	$b_f^{(3)}/b_0$
Сталь 60	1	7,0	0,25	1,26	1,49	1,36	1,24	1,43
Сталь 60	2	5,5	0,4	1,40	1,88	1,41	1,25	1,68
Сталь 45х	1	9,0	0,3	1,25	1,50	1,32	1,23	1,46
Сталь 45х	2	6,0	0,4	1,35	1,87	1,39	1,25	1,68
Сталь 35		3,2	0,45	1,41	1,91	1,51	1,28	1,74
Арко-железо		1,2	0,85	2,1	2,8	1,78	1,36	2,58
Чугун ВЧ-60-2		—	0,03	1,12	1,37	—	—	1,34

Т а б л и ц а 2

$\varepsilon_{ip}$	$r_0$	$\bar{t}_f$	$r_f/r_0$
0,1	0,446	3,3	1,48
	0,667	3,1	1,21
	0,889	2,9	1,11
	1,0	2,2	1,06
0,25	0,446	4,0	1,58
	0,667	4,5	1,37
	0,889	4,25	1,19
	1,0	3,5	1,12
1,0	0,446	6,8	2,06
	0,667	9,4	1,81
	0,889	10,6	1,58
	1,0	11,0	1,5

экспериментальным данным и феноменологии разрушения. Совместное рассмотрение  $r-t$ -диаграммы (см. фиг. 3) и диаграммы напряженно-деформированного состояния (см. фиг. 2) позволяет давать качественное толкование возможного типа разрушения. Так, для толстостенной оболочки ( $a_0/b_0 = 0,446$ ) низкая пластичность ( $\varepsilon_{ip} = 0,1$ ) приводит к малому времени деформации материала в зоне всестороннего неравномерного сжатия и преимущественному разрушению отрывом с внешней поверхности при наличии небольшой зоны сдвига на внутренней поверхности оболочки. Это иллюстрировано на фиг. 3, где штриховкой обозначено сечение фрагментов, образовавшихся при разрушении отрывом, а темным фоном — сдвигом. При увеличении пластических свойств материала ( $\varepsilon_{ip} = 0,25$ ) соответственно увеличивается время пластического течения во внутренней зоне и размеры зоны, что, несмотря на окончание процесса разрушения в области растяжения, приводит к преимущественному разрушению сдвигом. Действительно, фрактография поверхностей разрушения указывает на увеличение относительной доли вязкого излома (в %) в указанных условиях. При дальнейшем увеличении пластичности материала ( $\varepsilon_{ip} = 1,0$ ) весь процесс разрушения может носить сдвиговый характер, хотя относительная доля вязкого излома увеличивается по направлению к внешней поверхности и зависит от времени деформирования материала в зоне всестороннего сжатия ( $\Pi < 0$ ).

В-третьих, использование критерия (4) позволяет применять его совместно с волновыми критериями, определяющими зарождение трещин и очагов разрушения во внутренней области оболочки вследствие воздействия волн разрежения. В [7] отмечено, что разрушение при долговечности в микросекундном диапазоне носит многоочаговый характер с возникновением многочисленных очагов откола и последующим их слиянием в магистральную трещину, т. е. разрушение в этом случае не контролируется пластической деформацией. Дальнейшее развитие процесса разрушения зависит от характера изменения напряженно-деформированного состояния оболочки в баллистической стадии разлета. В начальный момент времени можно воспользоваться решением о деформировании сжимаемой упругопластической оболочки [8, 9] и критериями откольной прочности [10] или экспериментальными результатами [11]. Если в волне разрежения (ВР), образующейся при отражении ударной волны (УВ) от свободной поверхности, появляются очаги волнового разрушения (линия 1, фиг. 4), то дальнейшее их развитие определяется как движением линии  $\sigma_0 = 0$  (штрихпунктирная линия), так и достижением предельных деформаций в других сечениях оболочки. Перемещение зоны растяжения в область очагов волнового разрушения приводит к развитию трещин внутри оболочки вслед за фронтом растяжения (линия 2), а к внешней поверхности распространяется трещина хрупкого отрыва со скоростью  $c_f$  (линия 3). Оба фронта разрушения встречаются с фронтами,



Ф и г. 4

образовавшимися на внутренней (линия 4) и внешней (линия 5) поверхности вследствие реализации критерия (4). Тогда образуются две области разрушения — сдвигом  $S$  и отрывом  $C$ , причем направление и условия их распространения приводят к различиям в структуре излома трещин одного типа. Радиусы разрушения внутренней поверхности  $a_f$  и конечный радиус разрушения, определяемый по значению наружного радиуса разрушения  $b_f$ , находятся графическим путем.

Анализ ограничен частным случаем расширения пластических оболочек. Такое ограничение имеет преимущество в том, что упрощения, связанные с условиями симметрии, позволяют применить для рассмотрения некоторых сложных вопросов простой математический аппарат, что весьма затруднительно при других условиях.

Поступила 24 VI 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов-Аляев Г. А. Механические основы пластической обработки металлов. М.: Машиностроение, 1968.
2. Taylor G. I. Scientific Papers. Vol. 8. Cambridge, Cambr. Univ. Press, 1963.
3. Hoggatt G. R., Recht R. F. Fracture behavior of tubular bombs.— J. Appl. Phys., 1968, vol. 39, N 3.
4. Одинцов В. А., Селиванов В. В., Чудов Л. А. Расширение идеально пластической цилиндрической оболочки под действием продуктов детонации.— ПМТФ, 1974, № 2.
5. Одинцов В. А., Селиванов В. В. Поведение жестко-пластической цилиндрической оболочки под действием внутреннего давления.— ПМТФ, 1975, № 3.
6. Иवानов А. Г., Новиков С. А., Сеницын В. А. Исследование упругопластических волн в железе и стали при взрывном наружении.— ФТТ, 1963, т. 5, № 1.
7. Златин П. А., Пугачев Г. С. и др. Временная зависимость прочности металлов при долговечностях микросекундного диапазона.— ФТТ, 1975, т. 17, № 9.
8. Одинцов В. А., Селиванов В. В., Чудов Л. А. Движение упругопластической оболочки с фазовым переходом под действием продуктов детонации.— МТТ, 1974, № 3.
9. Одинцов В. А., Селиванов В. В., Чудов Л. А. Расширение толстостенной цилиндрической оболочки под действием взрывной нагрузки.— МТТ, 1975, № 5.
10. Степанов Г. В. Упругопластическое деформирование материалов под действием импульсных нагрузок. Киев.: Наукова думка, 1979.
11. Грязнов Е. Ф., Одинцов В. А., Селиванов В. В. Гладкие кольцевые отколы.— МТТ, 1976, № 6.

УДК 539.374

### ПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЛОСКОЙ ВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ

Р. Г. Якунов

(Уфа)

1. Тонкостенная круговая цилиндрическая оболочка бесконечной длины находится в грунте. На заданном от оболочки расстоянии взрывается плоский заряд взрывчатого вещества, который в направлении оси оболочки обладает бесконечной протяженностью, и в среде возникает плоская ударная пластическая волна. Фронт волны параллелен образующей оболочки, параметры волны известны. Требуется определить остаточные деформации оболочки в зависимости от давления взрывной волны.

Поместим начало системы координат  $y, w$  в точке  $O$  со стороны падающей волны (фиг. 1, а). Уравнения движения элемента оболочки, испытывающего перемещение порядка толщины стенки, записываем в виде [1]

$$(1.1) \quad T' = N'_y = 0, \quad M'' + ((1/R) + w'')N_y + q + q_1 - \rho H \ddot{w} = 0,$$