

УДК 666.1.037.97

## Моделирование процесса получения полых частиц кремнезема в плазменном потоке. Часть 1. Динамика движения и нагрева пористых частиц<sup>\*</sup>

В.А. Архипов<sup>1</sup>, С.С. Бондарчук<sup>2,3</sup>, В.В. Шеховцов<sup>4</sup>, О.Г. Волокитин<sup>4</sup>,  
А.С. Аньшаков<sup>5</sup>, В.И. Кузьмин<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Томский государственный университет

<sup>2</sup>Институт проблем химико-энергетических технологий СО РАН, Бийск

<sup>3</sup>Томский государственный педагогический университет

<sup>4</sup>Томский государственный архитектурно-строительный университет

<sup>5</sup>Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

<sup>6</sup>Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

E-mail: leva@niipmm.tsu.ru, shehovcov2010@yandex.ru

Представлены результаты математического моделирования динамики движения, нагрева и плавления пористых частиц кремнезема в электроплазменной установке в процессе получения полых микросфер. На основе имеющихся аналитических решений и численного решения уравнений движения и энергии частиц проанализированы закономерности эволюции параметров частиц в потоке плазмы при варьировании их диаметра в диапазоне  $D = (250\div 350)$  мкм и объемной пористости в диапазоне  $\Pi = (0\div 0,6)$ .

**Ключевые слова:** электроплазменная установка, низкотемпературная плазма, пористые частицы, кремнезем, полые микросферы, скорость частиц, нагрев, плавление и испарение частиц, математическое моделирование.

### Введение

Разработка технологий термической обработки различных по составу порошковых материалов с целью получения полых сферических частиц диаметром в десятки микрон является актуальной задачей в связи с широким спектром их применения в различных отраслях промышленности. Среди важнейших областей применения можно отметить производство композиционных конструкционных и теплозащитных материалов, катализаторов, адсорбентов, звукоизоляторов, радиопрозрачной керамики и т.д. Использование традиционных источников нагрева не всегда является приемлемым, так как реализуемых

---

<sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке по Программе повышения конкурентоспособности ТГУ (проект № 8.2.13.2018), грантом Президента РФ (МД-553.2018.8) и стипендией Президента РФ (СП-313.2018.1).



(рис. 1а) и фотография в рабочем режиме электроплазменной установки (рис. 1б). Объемный расход плазмообразующего газа (воздуха) измерялся на входе в катодный узел плазмотрона ротаметром марки LZT-GT. Тепловой КПД плазмотрона определялся калориметрическим методом по измеренным значениям расхода и нагрева охлаждающей жидкости (воды). Ввод исходных частиц кремнезема в плазменную струю осуществлялся точно на срезе сопла анодного узла плазмотрона длиной  $l_c = 40$  мм и диаметром  $d_c = 10$  мм (рис. 1).

Температура  $T_{g0}$  и скорость  $u_{g0}$  плазменной струи в выходном сечении сопла определялись путем расчета по измеренным значениям режимных параметров установки — рабочего тока  $I$  и напряжения  $U$  дуги, мощности  $P$  и теплового КПД плазмотрона  $\eta$ , расхода плазмообразующего газа на входе в плазмотрон.

Удельная энтальпия плазменной струи определялась по соотношению [2]

$$H_g = W_g / G,$$

где  $W_g = \eta IU$  — тепловая мощность плазменной струи,  $G = Q_{\text{вх}} \rho_{\text{вх}}$  — массовый расход газа через плазмотрон,  $Q_{\text{вх}} = 10 \text{ м}^3/\text{с}$  — объемный расход газа на входе в катодный узел,  $\rho_{\text{вх}} = 1,205 \text{ кг/м}^3$  — плотность газа на входе в плазмотрон при  $T_g = 293 \text{ К}$  и  $\rho_g = 101,3 \text{ кПа}$ . Температура плазменной струи в выходном сечении сопла  $T_{g0}$  определялась по табличным данным зависимости  $H_g = f(T_g)$  [9]. Среднемассовая скорость плазмы в выходном сечении сопла рассчитывалась по соотношению

$$u_{g0} = \frac{4G}{\pi d_c^2 \rho_{g0}(T_{g0})},$$

где  $\rho_{g0}(T_{g0})$  — плотность газа при температуре  $T_{g0}$ , определяемая по табличным данным [9].

В таблице 1 приведены режимные параметры работы плазмотрона, а также характеристики газа в выходном сечении сопла ( $\rho_{g0}, u_{g0}, T_{g0}$ ), значения коэффициентов теплопроводности  $\lambda_g$ , динамической вязкости  $\mu_g$  и скорости звука  $a = \sqrt{k(T_{g0})R(T_{g0})T_{g0}}$ , где  $k, R$  — показатель адиабаты и газовая постоянная воздуха.

Таблица 1  
Характеристики плазмотрона и плазменной струи в выходном сечении сопла

$U, \text{ В}$	$I, \text{ А}$	$P, \text{ кВт}$	$\eta, \%$	$G \cdot 10^3, \text{ кг/с}$	$H_g, \text{ МДж/кг}$	$T_{g0}, \text{ К}$	$\rho_{g0} \cdot 10^3, \text{ кг/м}^3$	$u_{g0}, \text{ м/с}$	$\lambda_g, \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$	$\mu_g \cdot 10^3, \text{ Па} \cdot \text{с}$	$a, \text{ м/с}$
250	100	25	60	1,205	12,45	5600	49,5	310	1,45	0,167	1530

### Постановка задачи

В зону высокотемпературного нагрева (плазменный поток) вводятся твердые пористые частицы  $\text{SiO}_2$ , в порах которых содержится воздух. При математическом моделировании принимались следующие допущения:

- поток газа (турбулентная неизотермическая затопленная струя) является одномерным и стационарным;
- заданы распределения температуры и скорости газа на оси струи по ее длине;
- давление газа постоянно по длине струи и равно атмосферному:  $p_g = p_{\text{атм}} = \text{const}$ .
- пористые частицы  $\text{SiO}_2$  имеют форму, близкую к сферической; заданы диаметр  $D$ , объемная пористость  $\Pi$ , начальная температура  $T_{p0}$  и скорость ввода  $u_{p0}$  частиц;

— поры в частицах заполнены воздухом с параметрами, соответствующими  $T_g = 293 \text{ К}$ ,  $p_g = p_{\text{атм}}$ ;

— объемная концентрация частиц  $C_v < 0,02$ , при этом частицы не влияют на параметры газового потока, что позволяет использовать для расчета их динамики траекторный подход [10];

— при попадании частицы в высокотемпературный поток газа происходит ее изменение на протяжении четырех этапов. На первом этапе имеет место прогрев частицы от начальной температуры  $T_{\text{по}}$  до температуры плавления  $T_{\text{melt}}$ , при этом воздух, содержащийся в порах, расширяется и выходит через открытые поры частицы. На втором этапе происходит формирование первичной внешней оболочки. При нагреве пористой частицы до температуры плавления образуется жидкая оболочка из сплавленных частиц. Эта оболочка капсулирует некоторую массу воздуха. Оставшийся воздух объединяется в единую сферическую полость. На третьем этапе имеет место формирование конечной оболочки. На этой стадии материал внутри первичной частицы расплавляется, и под действием давления воздуха и поверхностного натяжения осаждается на внутренней поверхности жидкой оболочки. На четвертом этапе происходит аморфизация оболочки при охлаждении частиц после выхода из высокотемпературной зоны.

### Характеристики исходного материала

Для получения пористых частиц в качестве сырья (прекурсора) использовался кварцевый песок Туганского месторождения (Томская область), состоящий на (98–99) % из кремнезема ( $\text{SiO}_2$ ) [6, 7]. Подготовка прекурсора осуществлялась в два этапа. Сначала проводился помол песка в планетарной шаровой мельнице с целью получения мелкодисперсной фракции частиц размером до (2–5) мкм с равномерным распределением по гранулометрическому составу. Затем проводилась грануляция на тарельчатом грануляторе. В качестве связующего использовался водный раствор поливинилового спирта, распыляемый на поверхность приготовленного порошка. При варьировании соотношения масс раствора и порошка возможно получение пористых частиц диаметром  $D = (50–350)$  мкм с разным значением объемной пористости в диапазоне  $\Pi = (0–0,6)$  [5].

При проведении расчетов динамики движения и нагрева частиц кремнезема в качестве характеристик  $\text{SiO}_2$  были выбраны данные для  $\alpha$ -кварца, широко распространенного в природе. Других модификаций кремнезема, которых более десятка, либо при обычной температуре в природе не существует, либо они очень редки (в частности, к ним относятся  $\alpha$ -кристобалит,  $\beta$ -кристобалит) [11].

Для учета влияния пористости частиц на их коэффициент теплопроводности использовалось соотношение Максвелла–Эйкена [12, 13]

$$\lambda_p = \lambda_m \frac{1 - \Pi}{1 + 0,5\Pi},$$

где  $\lambda_p$  — коэффициент теплопроводности пористой частицы,  $\lambda_m$  — коэффициент теплопроводности материала частиц.

Плотность пористых частиц рассчитывалась по соотношению

$$\rho_p = \rho_m (1 - \Pi),$$

где  $\rho_p$  — плотность пористой частицы,  $\rho_m$  — плотность материала частиц.

Для учета влияния температуры на теплофизические характеристики частиц  $\alpha$ -кварца использовались табличные данные и зависимости, приведенные в работах [11, 14–18]. В частности, для удельной теплоемкости частиц ( $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ) применялось соотношение [18]

$$c_p = \begin{cases} 29,3 T_p^{0,56}, & T_p < 600 \text{ К}, \\ 983 + 0,15 T_p, & T_p \geq 600 \text{ К}. \end{cases} \quad (1)$$

В таблице 2 приведены значения плотности  $\rho_m$ , коэффициента теплопроводности  $\lambda_m$ , удельной теплоемкости  $c_m$ , температур плавления  $T_{\text{melt}}$  и испарения  $T_{\text{vap}}$ , удельной теплоты плавления  $Q_{\text{melt}}$  и испарения  $Q_{\text{vap}}$   $\alpha$ -кварца, обобщенные по результатам анализа литературных данных [9, 11, 14–18]. В табл. 3 приведены теплофизические характеристики частиц  $\alpha$ -кварца с разной пористостью для значений температур  $T_p = 293 \text{ К}$  и  $T_p = 1993 \text{ К}$  (температура плавления).

Таблица 2

Теплофизические характеристики  $\alpha$ -кварца при  $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ 

$\rho_m$ , кг/м <sup>3</sup>	$\lambda_m$ , Вт/(м·К)	$c_m$ , Дж/(кг·К)	$T_{\text{melt}}$ , К	$T_{\text{vap}}$ , К	$Q_{\text{melt}}$ , кДж/кг	$Q_{\text{vap}}$ , кДж/кг
2650	14,3	931	1993	3048	142,3	11630

Таблица 3

Теплофизические характеристики частиц  $\alpha$ -кварца с разной пористостью для двух значений температур

$T_p = 293 \text{ К}$					$T_p = 1993 \text{ К}$				
П	$\rho_p$ , кг/м <sup>3</sup>	$\lambda_p$ , Вт/(м·К)	$c_p$ , кДж/(кг·К)	$\alpha_p \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с	П	$\rho_p$ , кг/м <sup>3</sup>	$\lambda_p$ , Вт/(м·К)	$c_p$ , кДж/(кг·К)	$\alpha_p \cdot 10^6$ , м <sup>2</sup> /с
0	2650	14,3	0,931	5,79	0	2650	7,0	1,356	1,94
0,2	2120	10,4	0,946	5,19	0,2	2120	5,1	1,286	1,87
0,4	1590	7,2	0,961	4,71	0,4	1590	3,6	1,216	1,86
0,6	1060	4,4	0,975	4,26	0,6	1060	2,3	1,145	1,89

### Оценка характерных времен

Для решения поставленной задачи необходимо согласование технологических режимов процесса — длины зоны высокотемпературного нагрева; скорости газового потока, его температуры; размера агломерированных частиц прекурсора, их пористости и т.д. Проведем оценки характерных времен рассматриваемых процессов, необходимых при формулировании математической модели.

Характерное время динамической релаксации пористой частицы, определяющее отставание ее скорости от скорости плазменного потока, определяется формулой [19]

$$t_1 = \frac{\rho_p D^2}{18\mu_g},$$

где  $\mu_g$  — коэффициент динамической вязкости газа. Характерное время выравнивания температуры в объеме сферической частицы за счет теплопроводности определяется числом Фурье [20]

$$Fo = 4\alpha_p t / D^2,$$

где  $\alpha_p = \lambda_p / (\rho_p c_p)$  — коэффициент температуропроводности частицы. При значении  $Fo = 0,5$  температура в центре частицы отличается на 2 % от температуры ее поверхности [20], при этом для оценки характерного времени выравнивания температуры примем

$$t_2 = D^2 / (8\alpha_p).$$

Характерное время тепловой релаксации сферической частицы в высокотемпературном потоке газа определяется соотношением [19]

$$t_{\text{rel}} = \frac{\rho_p c_p D}{6\alpha} = \frac{\lambda_p D}{6\alpha \varepsilon_p}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи. При  $T_g \gg T_{p0}$  за время  $t_{\text{rel}}$  температура поверхности частиц достигает

$$T_p(t_{\text{rel}}) = T_g - \frac{T_g - T_{p0}}{e} = 0,63 T_g, \quad e \approx 2,7183.$$

За характерное время нагрева частиц в потоке примем значение  $t_3 = 4t_{\text{rel}}$  при  $T_p = 0,98T_g$  (отличие на 2 % от температуры газа  $T_g$ ):

$$t_3 = 4t_{\text{rel}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\lambda_p D}{\alpha \varepsilon_p}. \quad (3)$$

Отношение характерных времен выравнивания температуры  $t_2$  и нагрева частиц  $t_3$  с учетом (2), (3) запишется в виде

$$t_2/t_3 = 0,19 \cdot \alpha D / \lambda_p. \quad (4)$$

Выразив коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  через число Нуссельта  $Nu = \alpha D / \lambda_g$  и проведя замену в (4), получим

$$t_2/t_3 = 0,19 Nu \lambda_g / \lambda_p \equiv 0,19 Bi, \quad (5)$$

где  $Bi = \alpha D / \lambda_p$  — число Био. Для расчета числа Нуссельта использовалось критериальное соотношение [19]

$$Nu = 2 + 0,16 Re^{2/3}, \quad (6)$$

где  $Re = \rho_g u_g D / \mu_g$ .

При расчете характерных времен (2)–(5) использовались табличные значения  $\rho_g = 0,116 \text{ кг/м}^3$ ,  $\lambda_g = 0,45 \text{ Вт/(м·К)}$ ,  $\mu_g = 0,094 \cdot 10^{-3} \text{ Па·с}$  [9] для пленочной температуры [21]:

$$T_f = 0,5(T_g + T_p) = 2945 \text{ К.}$$

Скорость и температура газа принимались постоянными ( $u_{g0} = 310 \text{ м/с} = \text{const}$ ,  $T_{g0} = 5600 \text{ К} = \text{const}$ ) в соответствии с оценками [22] для начального участка турбулентной затопленной плазменной струи. В табл. 4 приведены результаты расчетов значений характерных времен и чисел Био для рассматриваемой задачи. Из проведенных оценок следует, что нагрев частиц в рассматриваемом диапазоне диаметров частиц можно считать безградиентным.

#### Динамика движения частицы

Рассмотрим одномерное стационарное движение несущей среды в направлении оси  $x$  с заданным распределением скорости  $u(x)$ . В сечении  $x = 0$  в несущую среду поступает сферическая частица диаметром  $D$  с начальной скоростью  $u_{p0}$ . На частицу со стороны потока действует сила

$$F = C_d S_m \cdot \rho_g |u_g - u_p| (u_g - u_p) / 2, \quad (7)$$

Таблица 4

Расчетные значения характерных времен рассматриваемой задачи

$D$ , мкм	$\Pi$	$t_1$ , мс	$t_2$ , мс	$t_3$ , мс	$Bi$
50	0	3,9	0,1	0,7	0,3
	0,2	3,1	0,1	0,6	0,4
	0,4	2,3	0,1	0,4	0,6
	0,6	1,6	0,1	0,3	1,0
150	0	35,2	0,5	4,3	0,4
	0,2	28,2	0,5	3,6	0,6
	0,4	21,1	0,6	2,7	0,9
	0,6	14,1	0,7	1,8	1,4
250	0	97,8	1,3	9,8	0,5
	0,2	78,3	1,5	8,1	0,7
	0,4	58,7	1,7	6,2	1,1
	0,6	39,1	1,8	4,2	1,8
350	0	191,8	2,6	16,5	0,6
	0,2	153,4	3,0	13,7	0,9
	0,4	115,1	3,2	10,4	1,2
	0,6	76,7	3,6	7,1	2,0

где  $C_d$  — коэффициент сопротивления,  $S_m = \pi D^2 / 4$  — площадь миделева сечения частицы,  $u_p$  — скорость частицы.

Для расчета коэффициента сопротивления  $C_d$  в литературе приведен ряд зависимостей, обобщающих данные в различных диапазонах чисел Рейнольдса (от стоксовского до автомодельного режимов). Количество таких зависимостей превышает несколько десятков (см., например, обзоры в [23–25]). Отметим, что любая обобщенная аппроксимация увеличивает погрешность расчета  $C_d$  в широком диапазоне чисел Рейнольдса. В настоящей работе использовалась кусочная аппроксимация зависимости  $C_d(Re)$ , обеспечивающая точность определения коэффициента сопротивления и возможность получения аналитического решения уравнения движения [10]:

$$C_d = \begin{cases} 24/Re, & Re < 1, \\ 24/Re + 4/\sqrt[3]{Re}, & 1 \leq Re < 900, \\ 0,44, & Re > 900, \end{cases} \quad (8)$$

$$C_d = \begin{cases} 24/Re + 4/\sqrt[3]{Re}, & 1 \leq Re < 900, \\ 0,44, & Re > 900, \end{cases} \quad (9)$$

$$C_d = \begin{cases} 24/Re, & Re < 1, \\ 24/Re + 4/\sqrt[3]{Re}, & 1 \leq Re < 900, \\ 0,44, & Re > 900, \end{cases} \quad (10)$$

где  $Re = \rho_g(T_f) |u_g - u_p| D / \mu_g(T_f)$ .

Для рассматриваемой задачи (в отличие от изотермических двухфазных потоков) необходимо учитывать влияние температурного эффекта на коэффициенты межфазного теплообмена импульсом и теплотой. Этот эффект особенно существенен на начальном участке траектории частицы, когда температура газа на порядок выше температуры вводимых частиц.

В литературе для учета влияния разности  $T_p$  и  $T_g$  приведено несколько аппроксимационных зависимостей [2, 26]. Один из широко применяемых подходов — использование «пленочной» температуры  $T_f = 0,5(T_p + T_g)$  при расчете теплофизических характеристик газа, входящих в числа Рейнольдса, Прандтля, Нуссельта [2, 3, 21, 26]. В частности, в работе [21] было показано, что такой подход дает наиболее близкое соответствие  $C_d$  с результатами численного решения сопряженной задачи обтекания частицы.

Пренебрегая влиянием силы тяжести, уравнение движения частицы с учетом (7) можно записать в виде:

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho_g}{\rho_p D} C_d |u_g - u_p| (u_g - u_p). \quad (11)$$

Решение уравнения (11) для произвольной зависимости  $u(x)$  возможно только с использованием численных методов. Рассмотрим некоторые аналитические решения этого уравнения при постоянном значении скорости несущего потока ( $u_g = \text{const}$ ).

#### **Движение частицы в стоксовском режиме**

Для стоксовского режима ( $\text{Re} < 1$ ) коэффициент сопротивления определяется соотношением (8), с учетом которого уравнение движения (11) сводится к виду

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{18\mu_g (u_g - u_p)}{D^2 \rho_p}. \quad (12)$$

В безразмерных переменных  $y = |u_p| / |u_g|$ ,  $y_0 = |u_{p0}| / |u_g|$ ,  $\tau = t/t_1$ , где  $t_1 = D^2 \rho_p / 18\mu_g$  — время динамической релаксации частицы, уравнение (12) записывается следующим образом:

$$\frac{dy}{d\tau} = 1 - y. \quad (13)$$

При начальном условии  $\tau = 0, y = y_0$  интеграл уравнения (13) имеет вид:

$$y = 1 - (1 - y_0) \exp(-\tau). \quad (14)$$

#### **Движение частицы в промежуточном режиме**

Коэффициент сопротивления в промежуточном режиме ( $\text{Re} = 1 - 900$ ) определяется формулой (9). Уравнение движения частицы при этом имеет вид

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho_g}{\rho_p D} \left( \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt[3]{\text{Re}}} \right) |u_g - u_p| (u_g - u_p).$$

Вводя в качестве безразмерной переменной число Рейнольдса, это уравнение можно представить как

$$\frac{d}{dt}(\text{Re}) = -A \text{Re}^2 \left( \frac{6}{\text{Re}} + \frac{1}{\sqrt[3]{\text{Re}}} \right),$$

где  $A = 3\mu / (\rho_p D^2) = \text{const}$ ,  $[A] = c^{-1}$ .

Введем переменные  $z = \sqrt[3]{\text{Re}}$ ,  $\tau_1 = t/t^*$ , где  $t^* = \rho_p D^2 / \mu$ , с учетом которых получим безразмерное уравнение

$$\frac{dz}{d\tau_1} = -z(6 + z^2). \quad (15)$$

Интеграл уравнения (15) при начальном условии  $\tau = 0, z = z_0$  имеет вид

$$z = \sqrt{6} \left[ \left( 1 + \frac{6}{z_0^2} \right) \exp(-12\tau_1) - 1 \right]^{-1/2}. \quad (16)$$



Переходя в (16) к переменной  $y = (u_p / u_g)$ , получим

$$y = 1 \pm 3\sqrt{6} \frac{(1-y_0)}{\text{Re}_0} \left[ \left( 1 + \frac{6}{\text{Re}_0^{2/3}} \right) \exp(12\tau_1) - 1 \right]^{-3/2}, \quad (17)$$

где  $\text{Re}_0 = \rho_g u_g D (1 - y_0) / \mu_g$ . В уравнении (17) знак «+» соответствует случаю  $|u_p| > |u_g|$ , а знак «-» случаю  $|u_p| < |u_g|$ .

#### **Движение частицы в автомоделном режиме**

Коэффициент сопротивления при  $\text{Re} \geq 900$  в соответствии с (10) равен  $C_d = \text{const} = 0,44$ . Уравнение движения частицы можно представить в виде

$$\frac{du_p}{dt} = K |u_g - u_p| (u_g - u_p), \quad (18)$$

где  $K = 3\rho_g C_d / (4\rho_p D) = \text{const}$ ,  $[K] = \text{м}^{-1}$ .

В безразмерных переменных  $y = |u_p| / |u_g|$ ,  $\tau_2 = t / t_*$ , где  $t_* = (K \cdot |u_g|)^{-1} = \frac{4\rho_p D}{3\rho_g C_d |u_g|}$ , уравнение (18) примет вид

$$\frac{dy}{d\tau_2} = (1-y)^2. \quad (19)$$

Решение уравнения (19) с начальными условиями  $\tau = 0$ ,  $y = y_0$  запишется как

$$y = 1 - \frac{1 - y_0}{1 + \tau_2 (1 - y_0)}. \quad (20)$$

Таким образом, при постоянной скорости несущего потока динамика изменения скорости вводимой частицы в зависимости от времени и ее начальной скорости описывается аналитической формулой (14), (17) или (20), выбор которой определяется режимом обтекания. Расстояние, пройденное частицей, определяется интегрированием зависимости  $u_p(t)$ :

$$x(t) = \int_0^t u_p(t) dt. \quad (21)$$

#### **Динамика нагрева и фазовых переходов частицы**

Рассмотрим процессы нагрева, плавления и испарения пористых частиц кремнезема в потоке плазмы. С учетом характерных времен рассматриваемых процессов (табл. 4) температуру частицы можно считать одинаковой по ее объему. При этом уравнение теплового баланса выглядит следующим образом:

$$c_p m_p \frac{dT_p}{dt} = \alpha S_p (T_f - T_p), \quad (22)$$

где  $m_p$  — масса частицы,  $S_p$  — площадь поверхности частицы. Для сферических частиц диаметром  $D$  уравнение (22) принимает вид:

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{6\lambda_g}{D^2 \rho_p c_p} \text{Nu} (T_f - T_p). \quad (23)$$

В уравнении (23) коэффициент теплопроводности газа определялся для пленочной температуры, т.е.  $\lambda_g = \lambda_g(T_f)$ . Для нахождения числа Нуссельта использовалась зависимость (6), в которой число Рейнольдса определялось по результатам расчета скорости частицы. Значение  $c_p$  рассчитывалось по соотношениям (1). Уравнение (23) решалось численным методом для периода прогрева частицы до температуры плавления. В дальнейшем предполагалось, что в процессе плавления  $T_p = T_{\text{melt}} = \text{const}$ .

Динамика плавления частицы рассчитывалась с использованием уравнения

$$Q_{\text{melt}} m_p \frac{d\varphi}{dt} = \alpha S_p (T_f - T_{\text{melt}}), \quad (24)$$

где  $\varphi = m_{\text{melt}} / m_p$  — относительная доля расплавленной массы частицы. Для сферических частиц уравнение (24) принимает вид

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\pi D \lambda_g}{m_p Q_{\text{melt}}} \text{Nu}(T_f - T_{\text{melt}}). \quad (25)$$

В процессе плавления частицы величина  $\varphi$  изменяется от 0 до 1. Оценку времени плавления частицы можно провести по формуле

$$t_{\text{melt}} = \frac{m_p Q_{\text{melt}}}{\pi D \lambda_g \text{Nu}(T_f - T_{\text{melt}})}.$$

Если после полного плавления частицы в потоке плазмы  $T_f > T_{\text{melt}}$ , то возможно испарение (сублимация) частицы. Динамика испарения частицы рассчитывалась в рамках модели приведенной пленки [27, 28] с использованием уравнения

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\pi D \lambda_g \text{Nu}}{m_p c_{\text{vap}}} \ln(1+B). \quad (26)$$

где  $\psi = m_{\text{vap}} / m_p$  — относительная доля испарившейся массы частицы,  $c_{\text{vap}}$  — удельная изобарическая теплоемкость паров кремнезема,  $B = c_{\text{vap}}(T_f - T_{\text{vap}}) / Q_{\text{vap}}$  — число Сполдинга. В процессе испарения величина  $\psi$  изменяется от 0 до 1. При  $B \ll 1$  уравнение (26) при разложении логарифма в ряд Тейлора ( $\ln(1+B) \approx B$ ) сводится к виду

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\pi D \lambda_g}{m_p Q_{\text{vap}}} \text{Nu}(T_f - T_{\text{vap}}).$$

Оценку времени полного испарения частицы при постоянной температуре равновесного испарения  $T_{\text{vap}} = \text{const}$  можно провести по формуле

$$t_{\text{vap}} = \frac{m_p Q_{\text{vap}}}{\pi D \lambda_g \text{Nu}(T_f - T_{\text{vap}})}.$$

Система уравнений динамики, нагрева, плавления и испарения частиц (11), (21), (23), (25) и (26) решалась совместно. При расчете скорости и температуры газа в неизотермической затопленной осесимметричной дозвуковой струи использовались соотношения [22]

$$\frac{u_g(\bar{x})}{u_{g0}} = \begin{cases} 1, & \bar{x} < 4,76, \\ \frac{0,96}{0,29 + 0,14\bar{x}}, & \bar{x} \geq 4,76, \end{cases} \quad (27)$$

$$\frac{T_g(\bar{x})}{T_{g0}} = \begin{cases} 1, & \bar{x} < 4,76, \\ \sqrt{\frac{u_g(\bar{x})}{u_{g0}}}, & \bar{x} \geq 4,76, \end{cases} \quad (28)$$

где  $\bar{x} = x/d_c$  — безразмерное расстояние вдоль оси струи от выходного сечения сопла плазмотрона. Соотношения (27) и (28) удовлетворительно согласуются с результатами численного расчета струи, приведенными в работе [2].

### Результаты расчетов

С помощью математической модели, описывающей процессы движения, нагрева, плавления и испарения частиц, проведены расчеты для частиц кремнезема диаметром  $D = 250\text{--}350$  мкм и объемной пористостью  $\Pi = 0\text{--}0,6$ .

На рисунках 2, 3 представлены результаты расчетов динамики движения и нагрева частиц кремнезема для различных значений объемной пористости. Показано, что на начальном участке струи ( $x < 10$  см) при одинаковом значении объемной пористости более

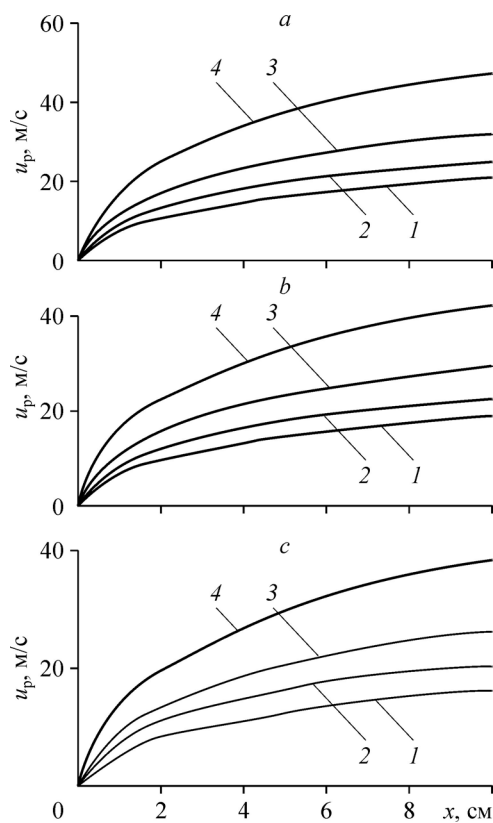


Рис. 2. Динамика движения частиц  $\text{SiO}_2$  диаметром  $D = 250$  (a),  $300$  (b),  $350$  мкм (c).  $\Pi = 0$  (1),  $0,2$  (2),  $0,4$  (3),  $0,6$  (4).

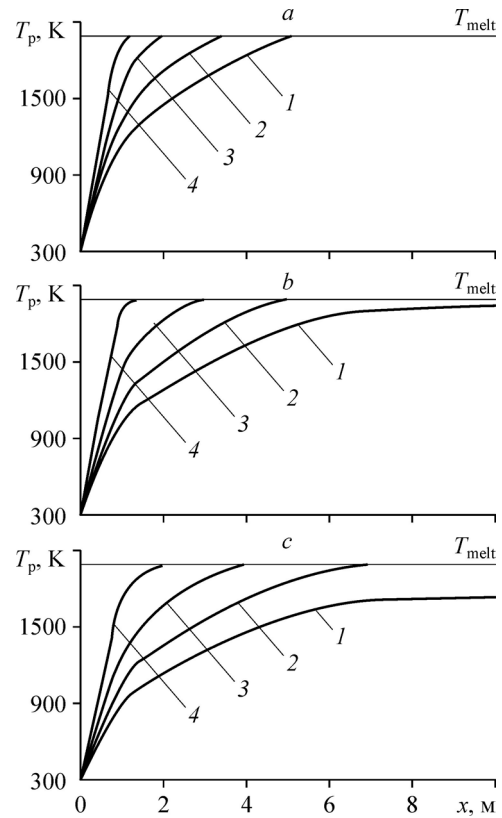


Рис. 3. Динамика нагрева частиц  $\text{SiO}_2$  диаметром  $D = 250$  (a),  $300$  (b),  $350$  мкм (c).  $\Pi = 0$  (1),  $0,2$  (2),  $0,4$  (3),  $0,6$  (4).

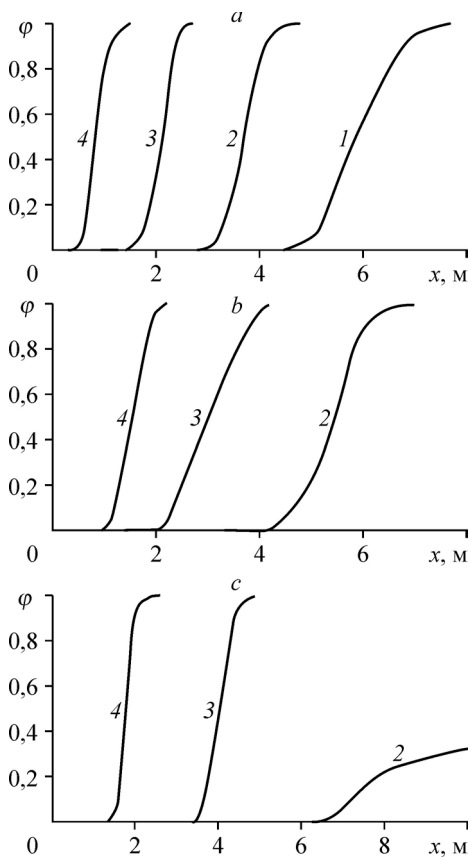


Рис. 4. Зависимость доли расплавленной массы от пройденного пути для частиц диаметром  $D = 250$  (a),  $300$  (b),  $350$  мкм (c).  $\Pi = 0$  (1),  $0,2$  (2),  $0,4$  (3),  $0,6$  (4).

крупные частицы достигают меньшей скорости. Кроме того, скорость частиц существенно зависит от их пористости. В частности, сплошные частицы диаметром  $350$  мкм достигают скорости  $u_g = 16,9$  м/с, а частицы этого же диаметра с объемной пористостью  $\Pi = 0,4$  достигают скорости  $u_g = 26,8$  м/с. Разность скорости сплошных и пористых частиц может достигать в зависимости от их диаметра и пористости  $20\text{--}120\%$ . На рис. 3 видно, что сплошные частицы диаметром  $300\text{--}350$  мкм не успевают нагреться до температуры плавления, однако частицы того же диаметра, но с пористостью  $\Pi = 0,4$ , на расстоянии  $x = 40$  мм нагретятся до  $T_{\text{melt}}$ . Частицы диаметром  $200$  и  $250$  мкм независимо от пористости достигнут температуры плавления при движении на начальном участке струи.

Проведенная серия расчетов показала, что пористость частицы существенно влияет на динамику ее плавления при движении

частицы в плазменном потоке. На рис. 4 представлены зависимости доли расплавленной массы частицы кремнезема от расстояния до выходного сечения сопла в потоке термической плазмы. Из графиков видно, что эти зависимости имеют четкое разделение для частиц с разной пористостью. Полное расплавление реализуется на расстоянии  $15\text{--}70$  мм для частиц диаметром  $250$  мкм при любом значении пористости и для пористых частиц диаметром  $300$  мкм. Для частиц диаметром  $350$  мкм оно реализуется только для значений объемной пористости  $\Pi \geq 0,4$ .

Полученные результаты расчетов по динамике движения и нагреву частиц кремнезема были проанализированы совместно с результатами, полученными в работе [2] для частиц  $\text{SiO}_2$ . Анализ показал удовлетворительное согласование расчетных данных, из которых следует, что пористые частицы ускоряются и нагреваются более интенсивно, чем сплошные частицы того же диаметра.

### Заключение

Предложена физико-математическая модель динамики движения, нагрева и плавления пористых частиц кремнезема в электроплазменной установке для получения полых микросфер. На основе полученных аналитических решений и численного решения уравнений движения и энергии частиц проанализированы закономерности эволюции параметров частиц в потоке плазмы при варьировании их диаметра в диапазоне  $D = 250\text{--}350$  мкм и объемной пористости в диапазоне  $\Pi = 0\text{--}0,6$ . Анализ результатов численных расчетов по предложенной модели показал, что пористость исходной частицы кремнезема существенно влияет на динамику ее движения, нагрева и испарения в потоке термической плазмы

со среднемассовой температурой  $T_{g0} = 5600$  К и скоростью  $u_{g0} = 310$  м/с. Предложенная модель позволяет путем проведения параметрических расчетов выбрать геометрические и режимные параметры электроплазменной установки, обеспечивающие требуемую динамику нагрева и плавления частиц.

### Список обозначений

$a$ — скорость звука, м/с,	$T_{\text{vap}}$ — температура испарения материала частицы, К,
$C_d$ — коэффициент сопротивления,	$t$ — время, с,
$C_v$ — объемная концентрация частиц,	$t_1$ — характерное время динамической релаксации частицы, с,
$c_m$ — удельная теплоемкость материала частицы, Дж/(кг·К),	$t_2$ — характерное время выравнивания температуры, с,
$c_p$ — удельная теплоемкость пористой частицы, кДж/(кг·К),	$t_3$ — характерное время нагрева частицы в потоке, с,
$c_{\text{vap}}$ — удельная изобарическая теплоемкость паров кремнезема, кДж/(кг·К),	$t_{\text{melt}}$ — время плавления частицы, с,
$D$ — диаметр частицы, мкм,	$t_{\text{rel}}$ — время тепловой релаксации частицы, с,
$d_c$ — диаметр сопла плазмотрона, мм,	$t_{\text{vap}}$ — время испарения частицы, с,
$F$ — сила, действующая на частицу, Н,	$U$ — напряжение дуги плазмотрона, В,
$G$ — массовый расход газа, кг/с,	$u_g$ — скорость газа, м/с,
$H_g$ — удельная энтальпия плазмы, МДж/кг,	$u_{g0}$ — скорость газа в выходном сечении сопла плазмотрона, м/с,
$I$ — рабочий ток дуги плазмотрона, А,	$u_p$ — скорость частицы, м/с,
$k$ — показатель адиабаты,	$u_{p0}$ — скорость ввода частиц в плазмотрон, м/с,
$l_c$ — длина сопла плазмотрона, мм,	$W_g$ — тепловая мощность плазменной струи, Вт,
$m_p$ — масса частицы, кг,	$\alpha$ — коэффициент теплоотдачи, Вт/(см <sup>2</sup> ·К),
$m_{\text{melt}}$ — расплавленная масса частицы, кг,	$\eta$ — тепловой КПД плазмотрона,
$m_{\text{vap}}$ — испарившаяся масса частицы, кг,	$\lambda_p$ — коэффициент теплопроводности пористой частицы, Вт/(м·К),
$P$ — мощность плазмотрона, кВт,	$\lambda_g$ — коэффициент теплопроводности газа, Вт/(м·К),
$p_{\text{atm}}$ — атмосферное давление, кПа,	$\lambda_m$ — коэффициент теплопроводности материала частицы, Вт/(м·К),
$p_g$ — давление газа, кПа,	$\mu_g$ — коэффициент динамической вязкости газа, Па·с,
$Q_{\text{вх}}$ — объемный расход газа на входе в плазмотрон, м <sup>3</sup> /с,	$\Pi$ — объемная пористость частицы;
$Q_{\text{melt}}$ — удельная теплота плавления материала частицы, кДж/кг,	$\rho_{\text{вх}}$ — плотность газа на входе в плазмотрон, кг/м <sup>3</sup> ,
$Q_{\text{vap}}$ — удельная теплота испарения материала частицы, кДж/кг,	$\rho_g$ — плотность газа, кг/м <sup>3</sup> ,
$R$ — газовая постоянная, кДж/(кг·К),	$\rho_{g0}$ — плотность газа в выходном сечении сопла, кг/м <sup>3</sup> ,
$S_m$ — площадь миделева сечения частицы, м <sup>2</sup> ,	$\rho_p$ — плотность пористой частицы, кг/м <sup>3</sup> ,
$S_p$ — площадь поверхности частицы, м <sup>2</sup> ,	$\rho_m$ — плотность материала частицы, кг/м <sup>3</sup> ,
$T_g$ — температура газа, К,	$\varphi = m_{\text{melt}}/m_p$ — относительная доля расплавленной массы частицы,
$T_{g0}$ — температура газа в выходном сечении сопла плазмотрона, К,	$\psi = m_{\text{vap}}/m_p$ — относительная доля испарившейся массы частицы,
$T_f$ — пленочная температура, К,	$\alpha_p$ — коэффициент температуропроводности частицы, м <sup>2</sup> /с,
$T_{\text{melt}}$ — температура плавления материала частицы, К,	$Fo$ — критерий Фурье,
$T_p$ — температура частицы, К,	$Nu$ — число Нуссельта,
$T_{p0}$ — температура частицы в выходном сечении сопла, К,	$Re$ — число Рейнольдса.
$V$ — число Сполдинга,	
$Vi$ — число Био,	

### Список литературы

1. Гуляев И.П. Особенности получения и обработки полых частиц диоксида циркония в плазменных потоках // Вестник Югорского гос. ун-та. 2009. Т. 13, вып. 2. С. 10–22.
2. Гуляев И.П., Солоненко О.П. Моделирование поведения полых частиц ZrO<sub>2</sub> в плазменной струе с учетом их термического расширения // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 6. С. 789–802.

3. Гуляев И.П. Обработка полых порошков в камере переменного давления // Вестник Югорского гос. ун-та. 2013. Т. 29, вып. 2. С. 23–30.
4. Пат. 2555994 РФ, МПК<sup>51</sup> C03 B19/10. Способ получения полых керамических микросфер с расчетными параметрами / Гуляев И.П.; заявитель и патентообладатель ИТПМ СО РАН; № 2014107508/03; заявл. 27.12.2014; опубл. 10.07.2015, Бюл. № 19.
5. Пат. 2503628 РФ, МПК<sup>51</sup> C03 B37/04. Плазменная установка для получения тугоплавкого силикатного расплава / Волокитин О.Г., Тимонов Е.В., Волокитин Г.Г., Никифоров А.А., Чикирков В.К.; заявитель и патентообладатель Волокитин О.Г., Тимонов Е.В., Волокитин Г.Г., Никифоров А.А., Чикирков В.К.; № 2012126227/03; заявл. 22.06.2012; опубл. 10.01.2014. Бюл. № 1.
6. Шеховцов В.В., Власов В.А., Волокитин Г.Г., Волокитин О.Г. Использование низкотемпературной плазмы для получения зольных микросфер // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59, № 9-3. С. 305–308.
7. Власов В.А., Волокитин О.Г., Волокитин Г.Г., Скрипникова Н.К., Шеховцов В.В. Расчет процесса плавления частицы кварца в условиях низкотемпературной плазмы // Инж.-физ. журн. 2016. Т. 89, № 1. С. 143–147.
8. Жуков А.С., Архипов В.А., Бондарчук С.С., Гольдин В.Д. Оценка морфологии частиц при плазмохимическом синтезе керамических порошков // Химическая физика. 2013. Т. 32, № 12. С. 52–58.
9. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука. 1972. 721 с.
10. Архипов В.А., Усанина А.С. Движение частиц дисперсной фазы в несущей среде: уч. пособие. Томск: Изд. дом Томского гос. ун-та, 2014. 252 с.
11. Рысс М.А. Производство ферросплавов. М.: Metallurgy, 1985. С. 45–46.
12. Лыков А.В. Теплообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978. 480 с.
13. Wang M., Pan N. Predictions of effective physical properties of complex multiphase materials // Materials Sci. and Engng. R. 2008. Vol. 63. P. 1–30.
14. Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
15. Hemingway B.S. Quartz: heat capacities from 340 to 1000 K and revised values for the thermodynamics properties // American Mineralogist. 1987. Vol. 72. P. 273–279.
16. Горюховский И.Т., Назаренко Ю.П., Некряч Е.Ф. Краткий справочник по химии. Киев: Наукова думка, 1974. 991 с.
17. Физико-химические свойства окислов. Справочник / Под ред. Г.В. Самсонова. М.: Metallurgy, 1969. 455 с.
18. Чирхин А.В. Течение конденсирующихся и запыленных сред в соплах аэродинамических труб. М.: Физматлит, 2011. 280 с.
19. Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г., Глазунов А.А., Трофимов В.Ф. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1986. 264 с.
20. Лыков А.В. Теория теплопроводности: уч. пособие. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.
21. Pfender E., Lee Y.C. Particle dynamics and particle heat and mass transfer in thermal plasmas. P. I. The motion of a single particle without thermal effects // Plasma Chemistry and Plasma Processing. 1985. Vol. 5, No. 3. P. 211–237.
22. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969. 824 с.
23. Шрайбер А.А. Многофазные полидисперсные течения с переменным фракционным составом дискретных включений // Итоги науки и техники. Комплексные и специальные разделы механики. М.: ВИНТИ, 1988. Т. 3. С. 3–80.
24. Стернин Л.Е., Шрайбер А.А. Многофазные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1994. 320 с.
25. Келбалиев Г.И. Коэффициенты сопротивления твердых частиц, капель и пузырей различной формы // Теоретические основы химической технологии. 2011. Т. 45, № 3. С. 264–283.
26. Lee Y.C., Chyou Y.P., Pfender E. Particle dynamics and particle heat and mass transfer in thermal plasmas. P. II. Particle heat and mass transfer in thermal plasmas // Plasma Chemistry and Plasma Processing. 1985. Vol. 5, No. 4. P. 391–414.
27. Кнорре Г.Ф., Арефьев К.М., Блох А.Г., Нахапетян Е.А., Палеев И.И., Штейнберг В.Б. Теория топочных процессов. М.-Л.: Энергия, 1966. 492 с.
28. Померанцев В.В., Арефьев К.М., Ахмедов Д.Б., Конович М.Н., Корчунов Ю.Н., Рундыгин Ю.А., Шагалова С.Л., Шестаков С.М. Основы практической теории горения. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 312 с.

*Статья поступила в редакцию 19 июня 2017 г.,  
после переработки — 28 мая 2018 г.,  
принята к публикации 1 августа 2018 г.*