

ПОЛЗУЧЕСТЬ ЦЕЛЛУЛОИДА ПРИ ПРОСТОМ НАГРУЖЕНИИ

И. И. Буглков (Ленинград)

Рассматривается ползучесть технического целлулоида (ГОСТ 576—41) при постоянных напряжениях в условиях одноосного и двухосного напряженного состояния и при переменных напряжениях в условиях одноосного напряженного состояния.

Сведения о форме образцов, аппаратуре и точности экспериментов даны в [1].

Исследования в поляризованном свете показали, что эксцентриситет приложения нагрузки к образцам был незначителен, поле напряжений в рабочей части образцов — достаточно однородно. Относительное различие в величине напряжений в крайних волокнах рабочей части образцов не превышало 4%.

Образцы изготавливались из одного листа. Заметной анизотропии и неоднородности свойств материала обнаружено не было. Так, расслоение экспериментальных точек для образцов, вырезанных из одного участка листа в разных направлениях и из разных частей листа и деформированных по одинаковым программам, не превышало обычного разброса экспериментальных точек.

Подготовка заготовок для образцов заключалась в отжиге (нагрев до температуры 80°C с последующим медленным охлаждением), снятии корки с плоскостей и полировке их. Контуры образцов обрабатывались по шаблонам.

Свойства целлулоида несколько изменяются с течением времени после отжига. Поэтому при проведении испытаний были приняты меры, чтобы материал образцов имел приблизительно одинаковую историю.

После выполнения программы экспериментов были проведены повторные испытания при постоянных напряжениях в условиях одноосного напряженного состояния. Сравнение этих испытаний с результатами аналогичных испытаний, выполненных на первом этапе экспериментов, показало, что за период испытаний свойства материала существенно не изменились.

Испытания были проведены при температуре $20 \pm 0.5^\circ\text{C}$, длилось каждое испытание 25 час. Большинство испытаний повторялось два-четыре раза, полученные результаты осреднялись. Каждый образец испытывался только один раз. При испытаниях в условиях одноосного напряженного состояния измерялась продольная деформация ϵ_1 , в ряде случаев измерялась поперечная деформация ϵ_2 ; при испытаниях в условиях сложного напряженного состояния (двухосное растяжение) измерялись главные деформации ϵ_1 и ϵ_2 .

Данные, характеризующие напряженное состояние, которое имело место в опытах при постоянных напряжениях, даны в таблице. Через σ_1 , σ_2 обозначены главные напряжения, T — интенсивность касательных напряжений, σ — среднее давление, μ_σ — параметр, характеризующий форму девиатора напряжения [2].

Испытания в условиях переменных напряжений были проведены при следующих режимах деформации:

а) при постоянных скоростях напряжения — 3.9, —2.2, 2.2, 3.9 кг/см²час, начальное напряжение 160 кг/см²;

б) при постоянных деформациях 0.89 и 1.07%;

в) при постоянных скоростях деформации — 0.014, 0.014 и 0.075%/час, начальная деформация 0.715%;

г) при восстановлении после ползучести в течение 25 час. при постоянных напряжениях 160, 200 и 240 кг/см².

Чтобы получить представление о том, как изменяются свойства целлулоида с изменением температуры, были проведены также испытания в условиях одноосного напряженного состояния при постоянных напряжениях 80, 120 и 160 кг/см² и температурах 30, 40 и 50°C в течение 10 час. каждое.

§ 1. Ползучесть целлулоида при постоянных напряжениях. 1°. Свойства относительного изменения объема $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$. Значения ϵ по измеренным значениям ϵ_1 и ϵ_2 были вычислены для испытаний № 3, 4 и 9 (таблица)¹.

¹ В первых двух из указанных испытаний $\sigma_2 = \sigma_3 (=0)$, из соображений симметрии $\epsilon_2 = \epsilon_3$ и, значит, $\epsilon = \epsilon_1 + 2\epsilon_2$. В третьем испытании $\mu_\sigma = 0$. Обозначим параметр, характеризующий форму девиатора деформации через $\mu_\epsilon \equiv 2(\epsilon_2 - \epsilon_3)/(\epsilon_1 - \epsilon_3) - 1$. Для изотропных материалов зависимость $\mu_\sigma = F(\mu_\epsilon)$ представляет собой в общем случае кривую, проходящую через начало координат. Поэтому для третьего испытания должно иметь место равенство $\mu_\epsilon = 0$, из которого вытекает, что $\epsilon = 3\epsilon_2$.

Таблица

№ испытания	σ_1 [кг/см ²]	σ_2 [кг/см ²]	T [кг/см ²]	σ [кг/см ²]	μ_σ
1	80	0	46.2	26.7	—1
2	120	0	69.3	40	—1
3	160	0	92.5	53.3	—1
4	185	0	106.7	61.7	—1
5	200	0	115.5	66.7	—1
6	240	0	138.6	80	—1
7	120	120	69.3	80	1
8	182	62	92.5	81.3	—0.32
9	185	92.5	92.5	92.5	0
10	177	132.5	92.5	103.2	0.5

Вычисления показали, что в процессе ползучести объем целлулоида практически не изменяется. Значит, и для этого материала изменение объема при ползучести является упругой деформацией. Ниже приводятся средние значения деформации $\epsilon = \epsilon^{(1)}$ и значения $\epsilon = \epsilon^{(2)}$, вычисленные по формуле

$$\epsilon = 3k\tau \quad (1)$$

где $k = 1.73 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}$ — модуль объемной деформации ($\epsilon^{(2)}$).

$\tau \text{ кг/см}^2$	$= 53.3$	61.7	92.5
$\epsilon^{(1)} \%$	$= 0.26$	0.335	0.485
$\epsilon^{(2)} \%$	$= 0.275$	0.320	0.480

Видно, что зависимость (1) дает удовлетворительные результаты.

2°. Связь между девиаторами деформации и напряжения. Приведем значения μ_σ и μ_ϵ ¹

$$\begin{aligned} \mu_\sigma &= -1 & -0.320 & 0 & 0.500 & 1 \\ \mu_\epsilon &= -1 & -0.326 & 0 & 0.506 & 1 \end{aligned}$$

Видно, что для целлулоида с достаточной степенью точности выполняется равенство $\mu_\epsilon = \mu_\sigma$, т. е. для него девиаторы деформации и напряжения подобны. Так как эти девиаторы по условиям опыта соосны, то девиатор деформации пропорционален девиатору напряжения и имеют место равенства

$$\epsilon'_{ij} = \psi \sigma'_{ij} \quad (2)$$

где ϵ'_{ij} и σ'_{ij} — компоненты девиаторов деформации и напряжения, ψ — коэффициент.

3°. Структура функции ψ . С достаточным основанием можно считать, что для целлулоида справедлива зависимость

$$\Gamma = \Gamma(T, t) \quad (3)$$

где Γ — интенсивность деформации сдвига [2]. Так, по результатам испытаний при одинаковой интенсивности $T = 92.5 \text{ кг/см}^2$, но при разных значениях μ_σ и среднего давления (испытания № 3, 8, 9, 10, таблица), с учетом уравнения (1) были вычислены величины интенсивностей деформации сдвига. Оказалось, что эти величины для одинаковых моментов времени различаются не более чем на 10%, что соответствует погрешности эксперимента. Из уравнений (2) вытекает соотношение

$$\psi = \Gamma / 2T \quad (4)$$

Сравнение (3) и (4) показывает, что для целлулоида ψ является функцией только интенсивности касательных напряжений и времени

$$\psi = \psi(T, t) \quad (5)$$

Замена в зависимости (5) интенсивности касательных напряжений максимальным касательным напряжением приводит к худшим результатам.

4°. Форма функции ψ . Функцию ψ можно представить в следующем виде:

$$\psi = 1/2G + \varphi(t) f(T) \quad (6)$$

где G — модуль сдвига. Действительно, изохронные кривые на фиг. 1, построенные по данным испытаний в условиях одноосного напряженного состояния, образуют веер линий, исходящих из точки на горизонтальной оси, определяющей величину $1/2 G$, причем $G = 9500 \text{ кг/см}^2$; с достаточной степенью точности можно считать, что в координатах $T, (\psi - 1/2 G)$ изохронные кривые геометрически подобны. Значения ψ вычислялись по формуле (4). Так как справедлива зависимость (5), то кривые на фиг. 1 пригодны и для сложного напряженного состояния.

5°. Составляющие полной деформации. Из соотношений (1), (2) и (6) вытекает, что полную деформацию можно представить в виде суммы упругой деформации и деформации ползучести

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p \quad (7)$$

Компоненты упругой деформации и деформации ползучести связаны с компонентами напряжения следующими зависимостями:

$$\epsilon_{ij}^e = \sigma'_{ij} / 2G + k\sigma\delta_{ij}, \quad \epsilon_{ij}^p = \varphi(t) f(T) \sigma'_{ij} \quad (8)$$

Здесь δ_{ij} — компоненты единичного тензора.

¹Значения μ_σ взяты из таблицы. Значения μ_ϵ вычислены следующим образом. Для случая одноосного напряженного состояния $\epsilon_2 = \epsilon_3$, поэтому $\mu_\epsilon = -1$. В том случае, когда $\mu_\sigma = 1$, $\sigma_1 = \sigma_2$; из соображений симметрии $\epsilon_1 = \epsilon_2$, поэтому $\mu_\epsilon = 1$. Значения μ_ϵ в остальных случаях находились по значениям отношений $(\epsilon_2 - \epsilon_3)/(\epsilon_1 - \epsilon_3)$; при вычислении главных сдвигов $\epsilon_1 - \epsilon_3$ и $\epsilon_2 - \epsilon_3$ использовалось уравнение (1). Значения μ_ϵ в процессе ползучести практически не изменялись. Приводятся средние из вычисленных величин.

6°. *Форма функций $\varphi(t)$ и $f(T)$.* Если значения φ нанести на плоскость $\varphi, \varphi(t)$, то согласно (6) они лягут на веер прямых, исходящих из точки $\varphi = 1/2 G$ на ординате $\varphi(t) = 0$; угловой коэффициент прямых равен $f(T)$. Для целлюлоида (t) в определенном интервале времени хорошо аппроксимируется зависимостью (фиг. 2)

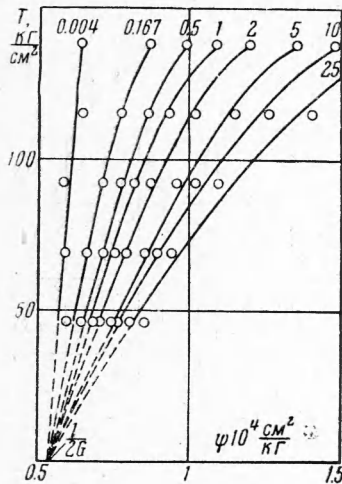
$$\varphi(t) = t^n \quad (0 < n < 1) \quad (9)$$

Прямые 1, 2, 3, 4, 5 на фиг. 2 соответствуют $T = 462, 69.3, 92.5, 115.5, 138.6 \text{ кг/см}^2$.

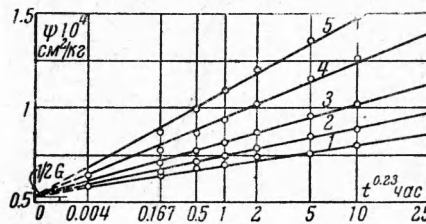
Степенная зависимость $\varphi(t)$ пригодна для многих металлов и полимерных материалов в большом интервале времени испытаний (тысячи часов) [3]. Из графиков $f(T)$, по данным фиг. 2 и ей аналогичных для повышенных температур, следует [4], что

$$f(T) = a_1 \exp(bT) \quad (b > 0) \quad (10)$$

Выражение (10) позволяет учесть те экспериментальные факты, что при малых напряжениях деформации ползучести примерно пропорциональны напряжениям и что при $T \rightarrow 0$ производная $df(T)/dT$ стремится к некоторой конечной величине (в данном случае к b). Таким образом, оно пригодно не толь-



Фиг. 1



Фиг. 2

ко при высоком, но и при низком уровне напряжений. В случае одноосного напряженного состояния применение выражения (10) приводит к уравнениям ползучести, в которых связь между напряжением и деформацией совпадает с предложенной И. А. Одином. Функцию $f(T)$ с достаточной для практических целей точностью можно аппроксимировать в некотором интервале интенсивностей касательных напряжений более простой, чем экспоненциальная, степенной зависимостью [4]

$$f(T) = a_2 T^m \quad (m > 0) \quad (11)$$

Как известно, зависимости (10) и (11) для среднего и высокого уровней напряжения дают близкие результаты. Обычно для полимерных материалов, как и для металлов, для функции $f(T)$ принимается или степенная зависимость (см., например, [5]), или зависимость по гиперболическому синусу [3].

7°. *Качество аппроксимации экспериментальных данных.* Уравнения (7) с учетом (8), (9) и (10) или (11) при полученных из опыта значениях коэффициентов удовлетворительно согласуются с результатами экспериментов как при температуре 20°C, так и при повышенных температурах. Относительное различие экспериментальных и расчетных значений деформаций в случае одноосного напряженного состояния не превышает 5%, а в случае двухосного напряженного состояния 10%.

Эти уравнения совпадают с уравнениями ползучести металлов [2].

8°. *Константы материала.* Отметим следующее обстоятельство. На фиг. 1 и 2 при определении величины G была допущена экстраполяция. Хотя экстраполяция велась по разным переменным, она привела к практически совпадающим результатам. Изложенный способ определения величины G можно применить к зависимости

$$\frac{\epsilon_1}{\sigma_1} = \frac{1}{E} + \frac{2}{3} \varphi(t) f(\bar{T}) \quad (12)$$

вытекающей в случае одноосного напряженного состояния из уравнений (7) и (8) для определения величины модуля упругости E . Проверка показала, что различие между значением E , полученным таким образом и вычисленным по формуле $E = 3 / (1/G + k)$, не превышает 1%.

Приводим значения коэффициентов, входящих в (9)–(12), для разных температур:

θ °C	$E \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	n	$b \frac{\text{см}^2}{\text{кг}}$	m	$a_1 \frac{10^6 \text{см}^2}{\text{кг}^2 \text{час}^n}$	$a_2 \frac{(\text{см}^2 \cdot \text{кг})^{m+1}}{\text{час}^n}$	ν
20	24400	0.23	0.0147	1.5	7.35	$3.42 \cdot 10^{-8}$	0.290
30	19200	0.30	0.0180	—	7.05	—	0.335
40	13900	0.40	0.0480	—	2.40	—	0.380
50	9650	0.55	0.0500	—	1.95	—	0.415

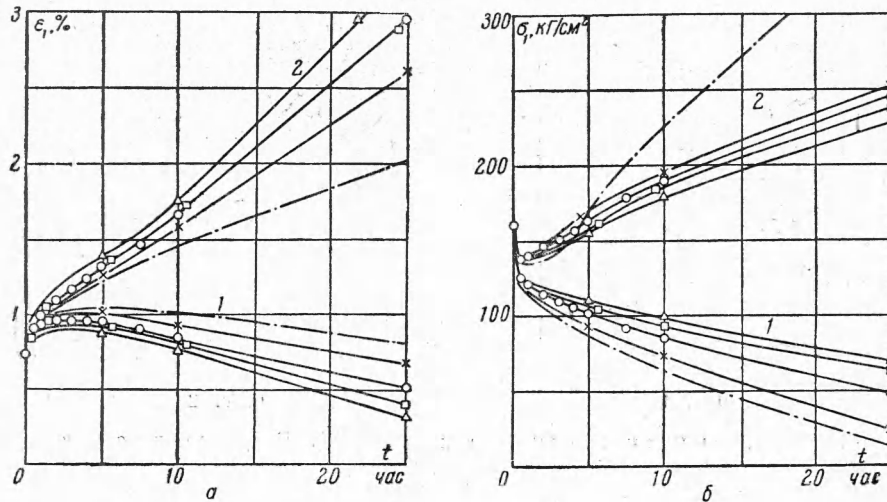
Здесь $\nu = (1 - Ek)/2$ — коэффициент Пуассона.

Величина k , по-видимому, от температуры не зависит: известно, что модуль объемной деформации мало меняется даже при переходе вещества из одного агрегатного состояния в другое.

§ 2. Ползучесть целлюлоида при переменных напряжениях. 1°. *Сопоставление некоторых теорий ползучести с результатами эксперимента.* Для описания ползучести при переменных напряжениях обычно применяются теории старения, течения, упрочнения и наследственности. Проверим применимость этих теорий для целлюлоида. Зависимости целесообразно представить в такой конкретной форме, чтобы в случае постоянных напряжений они принимали вид:

$$\varepsilon_1 = \sigma_1 / E + a\sigma_1^{m+1}t^n$$

Это уравнение, как указывалось выше, удовлетворительно согласуется с результатами испытаний при постоянных напряжениях. Здесь $a = 2a_2/3^{m/2+1}$.



Фиг. 3

Таким образом, получаем следующие выражения:

$$\varepsilon_1 = \sigma_1 / E + a\sigma_1^{m+1}t^n \quad (\text{теория старения [2]})$$

$$\varepsilon_1 = \sigma_1 / E + an\sigma_1^{m+1}t^{n-1} \quad (\text{теория течения [2]})$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = \sigma_1 / E_t + n [a\sigma_1^{m+1}(\varepsilon_1 - \sigma_1 / E)^{n-1}]^{1/n} \quad (\text{теория упрочнения [6]})$$

$$\varepsilon_1 = \sigma_1 / E + an \int_0^t (t - \xi)^{n-1} \sigma_1^{m+1}(\xi) d\xi \quad (\text{теория наследственности [7]})$$

Точка означает дифференцирование по времени.

Несложно получить зависимости, к которым приводят эти выражения для реализованных режимов деформации. Результаты вычислений (выполненных в ряде случаев приближенными методами) и экспериментальные кривые для нескольких режимов деформации даны на фиг. 3, где группы кривых 1 соответствуют зависимостям $\sigma_1 = 160 - 3.9t$ кг/см² и $\varepsilon_1 = 0.715 - 0.014t$ % и группы кривых 2 — зависимостям $\sigma_1 = 160 + 3.9t$ кг/см² и $\varepsilon_1 = 0.715 + 0.075t$ %; сплошными кривыми с кружочком обозначены экспериментальные данные, кривыми с квадратиком — теория наследственности, с крестиком — теория упрочнения, с точкой — теория течения и кривыми с треугольником — теория старения.

Нетрудно заметить, что теоретические кривые располагаются в определенном порядке в зависимости от знака скорости напряжения в рассматриваемом интервале времени. Из данных фиг. 3, а видно, что при $\dot{\sigma}_1 > 0$ наименьшую деформацию ползучести в каждый момент дает теория течения, затем идут кривые теорий упрочнения, наследственности и старения (кривые 2). При $\dot{\sigma}_1 < 0$ имеет место обратная картина: теория течения дает наибольшую деформацию ползучести, теория старения — наименьшую (кривые 1). В тех случаях, когда заданы деформации, это приводит к тому, что при $\dot{\sigma}_1 > 0$ вычисления по теории течения дают наибольшее напряжение, по теории старения — наименьшее, а при $\dot{\sigma}_1 < 0$ — наоборот (фиг. 3, б). Когда скорость напряжения в процессе деформации меняет знак, соответственно меняется и положение теоретических кривых (фиг. 3, б, кривые 2).

Далее видно, что рассматриваемые теории ползучести при плавно меняющихся напряжениях дают качественно правильные результаты. Экспериментальные кривые располагаются между кривыми теорий упрочнения и наследственности. Из четырех теорий к худшим результатам приводит теория течения, теория наследственности дает лучшие результаты.

Такие же выводы можно сделать и из испытаний при других режимах деформации. Отметим, что аналогичные обстоятельства характерны также для испытаний при нагрузках, изменяющихся ступенями, причем не только для другого полимерного материала — поливинилхлорида [3, 8], но и для металлов [9-11], бетона [12].

Лучшей аппроксимации экспериментальных данных при помощи теории упрочнения можно, по-видимому, достичь, введя некоторый дополнительный параметр [13] или комбинируя теорию упрочнения с теорией наследственности [14].

2°. *О теории наследственности.* Известно, что теории старения и течения принципиально, а теория упрочнения — в принятой форме не описывают эффекта полной разгрузки. Теория наследственности эффект полной разгрузки описывает, однако, результаты измерений при восстановлении целлюлоида после ползучести с результатами вычислений согласуются в общем плохо. По-видимому, этим объясняется, что теория наследственности хуже согласуется с данными экспериментов в случае уменьшающихся напряжений, когда процессы ползучести и восстановления протекают одновременно, чем в случае возрастающих напряжений (фиг. 3). В последнем случае вычисления по теории наследственности практически совпадают с данными эксперимента.

Если принятая конкретная форма соотношений теорий старения, течения и упрочнения не имеет сколько-нибудь большого значения, то выбор формы ядра интегрального уравнения, которое использует теория наследственности, имеет существенное значение. Поэтому была исследована применимость для целлюлоида уравнения теории наследственности, записанного в более общей форме

$$\varepsilon_1 = \sigma_1 / E + \int_0^t Q [t - \xi, \sigma_1(\xi)] d\xi$$

Нелинейные упруго-вязкие среды, следующие этому уравнению, должны подчиняться модифицированному принципу суперпозиции Больцмана [14]. Проверка показала, что целлюлоид принципу суперпозиции не подчиняется. Значит, теория наследственности даже в достаточно общей форме адекватно не описывает поведение этого материала. Такой же вывод для целлюлоида, деформированного больше трех часов, был сделан в работе [15].

Поступила 16 VI 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Бугаков И. И. Об аппаратуре для исследования ползучести пластмасс. Исследования по упругости и пластичности. Сб. 1. Изд-во Ленингр. ун-та, 1961.
2. Качанов Л. М. Теория ползучести. Физматгиз, 1960.
3. Findley W. N. Creep and relaxation of plastics. Mach. Design, 1960, № 10.
4. Бугаков И. И. Исследование метода фотоползучести. Исследования по упругости и пластичности. Сб. 1. Изд-во Ленингр. ун-та, 1961.
5. Marin J., Griffith J. E. Creep relaxation of plexiglas IIA for simple stresses. Proc. Amer. Soc. Civil Engrs, 1956, No. EM3.
6. Работнов Ю. Н. О некоторых возможностях описания неустановившейся ползучести с приложениями к исследованию ползучести роторов. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 5.
7. Розовский М. И. Ползучесть и длительное разрушение материалов. ЖТФ, 1951, т. 21, № 11.
8. Findley W. N., Khosla G. Application of the superposition principle and theories of mechanical equation of state, strain and time hardening to creep of plastics under changing load. Journal Appl. Phys., 1955, vol. 26, No. 7.
9. Жуков А. М., Работнов Ю. Н., Чуриков Ф. С. Экспериментальная проверка некоторых теорий ползучести. Инж. сб., 1953, т. 17, стр. 163.
10. Малинин Н. Н. Расчеты на ползучесть. В кн. Расчеты на прочность в машиностроении. Под ред. С. Д. Пономарева, т. 2, Машгиз, 1958, гл. 13.
11. Наместников В. С., Хвостунков А. А. Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках. ПМТФ, 1960, No. 4.
12. Ross A. D. Creep of concrete under variable stress. Journal Amer. Concr. Inst., 1958, vol. 29, No. 9.
13. Наместников В. С., Работнов Ю. П. О гипотезе уравнения состояния при ползучести. ПМТФ, 1961, № 3.
14. Брызгалин Г. И. О ползучести при переменных напряжениях. ПМТФ, 1962, № 3.
15. Leadermag H. Elastic and creep properties of filamentous materials and other high polymers. Washington, 1943.
16. Van-Hold K. A study of the creep of nitrocellulose. Journal Polymer Sci., 1957, No. 107.