

Итак, фронту отраженной УВ соответствует в плоскости (r, t) линия $\xi = \xi_\Phi = -0,8809676$; перед фронтом $U_0 = -0,579504$, $F_0 = 0,181274$, $P_0 = 0,00869383$; за фронтом $U_1 = 0,451876$, $F_1 = 0,304523$, $P_1 = 0,0524506$. Распределение газодинамических функций на фокусирующем разрезе: $u = 0,82318 \xi_0 r^{1-k}$, $c^2 = 0,115196 \xi_0^2 r^{2(1-k)}$, $p = 0,0463816 \xi_0^4 \times r^{3-4k}$, $\rho = 0,671053 \xi_0^2 r^{1-2k}$. Изменение во времени значений газодинамических функций в центре: $u(0, t) = 0$, $p(0, t) = 1,524038 \cdot 10^{-6} |\xi_0|^{3/k} t^{3/h-4}$, $c^2(0, t) = 0,00028086 |\xi_0|^{2/k} t^{2(1-k)/k}$, $\rho(0, t) = 0,009043 |\xi_0|^{1/k} t^{1/h-2}$.

Авторы глубоко признательны В. С. Имшеннику, по предложению которого рассматривалась эта задача, за обсуждение полученных результатов, а также М. С. Гавреевой за оформление работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брушлинский К. В., Каждан Я. М. Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики // УМН. — 1963. — Т. 18, вып. 2(110).
2. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Физматиздат, 1963.
3. Щенков И. Б. Система символьно-аналитических преобразований SANTRA. Входной язык. — М., 1987. — (Препр./Ин-т прикл. математики; № 19).

Поступила 26/XI 1987 г.

УДК 533.6.011

О ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ НА УДАРНОЙ ВОЛНЕ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ

В. Г. Щербак

(Москва)

При исследовании обтекания затупленных тел сверхзвуковым потоком вязкого газа широкое применение нашла теория [1, 2]. В этих работах на основании анализа плоского и осесимметричного сверхзвукового обтекания тел была предложена двухслойная модель течения, состоящая из вязкого ударного слоя и области перехода через скачок уплотнения.

Уравнения, описывающие область перехода через скачок, один раз интегрируются, и полученные соотношения (обобщенные условия Рэнкина — Гюгонно) используются в качестве граничных условий на внешней границе вязкого ударного слоя. В отличие от классических условий Рэнкина — Гюгонно обобщенные условия учитывают эффекты молекулярного переноса в зоне скачка уплотнения. Впервые вопрос о влиянии вязкости и теплопроводности на течение однородного газа за сильно искривленной ударной волной (УВ) исследовался в [3].

При наличии в потоке химических реакций задача о течении в ударном слое в принципе уже не отделяется от задачи о структуре УВ из-за наличия в законах сохранения массы отдельных компонентов источников члена. Для его учета в обобщенных соотношениях Рэнкина — Гюгонно необходимо решать задачу о структуре УВ и сопрягать с решением внутри ударного слоя. Избегая эту процедуру для замыкания задачи о вязком ударном слое, химическими реакциями внутри ударной волны пренебрегают, опуская в граничных условиях источниковый член. Отметим, что, как показано в [4], модифицированные соотношения Рэнкина — Гюгонно следует использовать и при больших числах Рейнольдса, так как применение обычных соотношений Рэнкина — Гюгонно приводит в общем случае к конечной ошибке из-за возникновения на границе источника (стока) химического компонента.

Проведенные в [5] приближенные аналитические оценки показали, что двухслойная модель с замороженным фронтом волны является оправданной для воздуха при $V_\infty \lesssim 7$ км/с. Представляет интерес численно оценить влияние химических реакций в переднем фронте УВ на характеристики течения.

1. Постановка задачи. Рассмотрим обтекание плавно затупленного тела. Введем некоторую произвольную криволинейную систему координат, нормально связанных с обтекаемой поверхностью. Пусть $x^3 = \text{const}$ — уравнение семейства поверхностей, параллельных поверхности тела; $x^3 = 0$, x^1 , x^2 выбраны на поверхности. Будем исходить из упрощенных уравнений Навье — Стокса, в которых сохранены члены, составляющие уравнения Эйлера, уравнения пограничного слоя второго

приближения, члены, описывающие структуру УВ в сверхзвуковом приближении [6], и некоторые другие члены. С учетом неравновесных химических реакций, многокомпонентной диффузии и бародиффузии в пренебрежении термодиффузией уравнения в системе координат $\{x^i\}$ имеют следующий безразмерный вид:

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\rho u^i \sqrt{\frac{g}{g_{(ii)}}} \right) = 0, \quad g_{33} = 1, \quad g_{3\alpha} = g_{\alpha 3} = 0;$$

$$(1.2) \quad \rho Du^\alpha + \rho A_{\beta\gamma}^\alpha u^\beta u^\gamma + \{2\rho A_{\beta 3}^\alpha u^\beta u^3\} = - \bar{V} \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}} g^{\alpha\beta} \frac{\partial n}{\partial x^\beta} + \\ + \sqrt{\frac{g_{(\alpha\alpha)}}{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{\mu \sqrt{g}}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial u^\alpha / \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}}}{\partial x^3} \right), \quad \alpha = 1, 2;$$

$$(1.3) \quad \{\rho Du^3\} + \rho A_{jk}^3 u^j u^k = - \frac{\partial p}{\partial x^3} + \left\{ \frac{4}{3} \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{\mu \sqrt{g}}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial u^3}{\partial x^3} \right) \right\};$$

$$(1.4) \quad \rho c_p DT = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{\mu c_p \sqrt{g}}{\text{Re}_\infty \sigma} \frac{\partial T}{\partial x^3} \right) + \frac{\mu g_{\alpha\beta}}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial u^\alpha / \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}}}{\partial x^3} \frac{\partial u^\beta / \sqrt{g_{(\beta\beta)}}}{\partial x^3} - \\ - \sum_{i=1}^N h_i \dot{w}_i - \left(\sum_{i=1}^N c_{pi} I_i \right) \frac{\partial T}{\partial x^3} + \frac{u^\alpha}{\sqrt{g_{(\alpha\alpha)}}} \frac{\partial n}{\partial x^\alpha} + \left\{ u^3 \frac{\partial p}{\partial x^3} + \frac{4}{3} \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \left(\frac{\partial u^3}{\partial x^3} \right)^2 \right\};$$

$$(1.5) \quad \rho Dc_i + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} I_i}{\partial x^3} = \dot{w}_i, \quad i = 1, \dots, N - Ne,$$

$$\rho Dc_k^* + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g} I_k^*}{\partial x^3} = 0, \quad k = 1, \dots, Ne - 1,$$

$$\frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial x_i}{\partial x^3} = \sum_{j=1}^N \frac{m^2}{m_i m_j} S_{ij} (c_i I_j - c_j I_i) - \left\{ \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} x_i \left(1 - \frac{m_i}{m} \right) \frac{\partial \ln p}{\partial x^3} \right\},$$

$$p = R_G \rho \frac{T}{m}, \quad \sum_{k=1}^{Ne} I_k^* = 0, \quad \sum_{k=1}^{Ne} c_k^* = 1, \quad m = \left(\sum_{i=1}^N \frac{c_i}{m_i} \right)^{-1},$$

$$c_p = \sum_{i=1}^N c_i c_{pi}, \quad x_i = \frac{c_i m}{m_i}, \quad D = \frac{u^\alpha}{\sqrt{g_{(\alpha\alpha)}}} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} + u^3 \frac{\partial}{\partial x^3}$$

$$g_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta} - 2b_{\alpha\beta} x^3 + a^{\gamma\lambda} b_{\gamma\alpha} b_{\lambda\beta} (x^3)^2, \quad g = \det \|g_{ij}\|,$$

$$A_{jk}^i = \frac{1}{2 \sqrt{g_{(jj)} g_{(kk)}}} \left[\sqrt{g_{(ii)}} g^{il} \left(\frac{\partial g_{kl}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jl}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^l} \right) - \delta_j^i \frac{\partial \sqrt{g_{(jj)}}}{\partial x^k} - \right. \\ \left. - \delta_k^i \frac{\partial \sqrt{g_{(kk)}}}{\partial x^j} \right].$$

Здесь по паре одинаковых индексов производится суммирование; по индексам, заключенным в круглые скобки, суммирование отсутствует; латинские индексы, если специально не оговорено другое, принимают значения 1, 2, 3, греческие — 1, 2; $a_{\alpha\beta}$, $b_{\alpha\beta}$ — ковариантные компоненты симметричных тензоров, определяющих соответственно первую и вторую квадратичные формы поверхности; $V_\infty u^i$ — физические составляющие вектора скорости, отвечающие осям x^1 , x^2 , x^3 ; $\rho_\infty V_\infty^2 p$, $\rho_\infty \rho$, $T_0 T$ — давление, плотность и температура смеси газов, состоящей из N химических компонентов ($T_0 = V_\infty^2 / c_{p\infty}$) $\mu_\infty \mu$, $c_{p\infty} c_p$, Re_∞ , σ , m — коэффициенты вязкости, удельной теплоемкости, числа Рейнольдса, Прандтля и молекулярная масса смеси; c_i , m_i , $c_{p\infty} T_0 h_i$, $c_{p\infty} c_{pi}$, $\rho_\infty V_\infty I_i$, $\rho_\infty V_\infty \dot{w}_i / R$ — массовая концентрация, молекулярная масса, удельные энтальпия и теплоемкость, нормальная компонента вектора диффузионного потока, скорость образования массы i -го компонента; c_k^* , $\rho_\infty V_\infty I_k^*$ — концентрация и нормальная

компонента вектора диффузионного потока k -го элемента; Ne — число элементов; $S_{ij}(i, j = 1, \dots, N)$ — бинарные числа Шмидта; $c_{p\infty}R_G$ — универсальная газовая постоянная; V_∞ — модуль вектора скорости набегающего потока. Все линейные размеры отнесены к характерному линейному размеру R , которым является радиус кривизны затупления. Здесь и в дальнейшем индексы ∞, w, s относятся к параметрам в набегающем потоке, на поверхности тела и на внутренней границе УВ.

Если опустить члены в фигурных скобках, то получим систему уравнений тонкого вязкого ударного слоя [7], в которой метрика пространства учитывается полностью, включая внепорядковые члены (в [7] принималось $g_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta}$). Назовем систему (1.1)–(1.5) системой I, а уравнения с опущенными членами в фигурных скобках — системой II.

При пренебрежении скольжением, скачками температуры и концентраций граничные условия на поверхности тела следующие:

$$x^3 = 0, \quad u^\alpha = u^3 = 0, \quad q = \Gamma T^4, \quad \Gamma = \varepsilon \sigma_B T_0^4 / (\rho_\infty V_\infty^3),$$

$$I_i = -\rho k_{wi} c_i, \quad i = 1, \dots, N - Ne, \quad I_k^* = 0, \quad k = 1, \dots, Ne - 1,$$

где ε — коэффициент черноты поверхности; σ_B — постоянная Стефана — Больцмана; $V_\infty k_{wi}$ — константа скорости гетерогенной рекомбинации.

Для системы I на внешней границе задаются условия, отвечающие параметрам набегающего потока. Для системы II в качестве граничных условий на УВ задаются обобщенные соотношения Рэнкина — Гюгонио, которые в сверхзвуковом приближении при пренебрежении химическими реакциями внутри УВ имеют вид

$$(1.6) \quad \rho \left(u^3 - \frac{u^\alpha}{\sqrt{g_{(\alpha\alpha)}}} \frac{\partial x_s^3}{\partial x^\alpha} \right) = u_\infty^3, \quad u_\infty^3 (u^\alpha - u_\infty^\alpha) = \frac{\mu}{Re_\infty} \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}} \frac{\partial u^\alpha / \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}}}{\partial x^3},$$

$$u_\infty^3 \left(H - H_\infty - \frac{(u_\infty^3)^2}{2} \right) = \frac{\mu c_p}{\sigma Re_\infty} \frac{\partial T}{\partial x^3} - \sum_{i=1}^N h_i I_i + \frac{\mu}{Re_\infty} B_{\alpha\beta} \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}} \frac{\partial u^\alpha / \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}}}{\partial x^3} u^\beta,$$

$$p = (u_\infty^3)^2, \quad H = h + \frac{1}{2} B_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta, \quad B_{\alpha\beta} = \frac{g_{\alpha\beta}}{\sqrt{g_{(\alpha\alpha)} g_{(\beta\beta)}}};$$

$$(1.7) \quad u_\infty^3 (c_k^* - c_{k\infty}^*) + I_k^* = 0, \quad k = 1, \dots, Ne - 1;$$

$$(1.8) \quad u_\infty^3 (c_i - c_{i\infty}) + I_i = 0, \quad i = 1, \dots, N - Ne.$$

При рассмотрении химических реакций предполагается наличие в возмущенной области течения компонентов N_2, O_2, N, O, NO , между которыми протекают реакции диссоциации — рекомбинации и обменные реакции. Система реакций, константы скоростей реакций и коэффициенты переноса совпадают с применяемыми в [7]. Используется допущение, что внутренние степени свободы возбуждены равновесно.

2. О методе численного решения задачи. Предположим, что уравнение поверхности тела в окрестности критической точки можно аппроксимировать со вторым порядком точности уравнением эллиптического параболоида $2y^3 = (y^1)^2 + k(y^2)^2$, $k = R_1/R_2$ (R_1, R_2 — радиусы главных кривизн поверхности в критической точке, $\{y^i\}$ — декартова система координат, связанная с критической точкой).

Для численного решения задачи вводились переменные Дородницына [8] и новые функции:

$$(2.1) \quad \xi^\alpha = x^\alpha, \quad \eta = \frac{1}{\Delta} \int_0^{x^3} \rho \sqrt{g} dx^3, \quad u^\alpha = d_{(\alpha)} \xi^{(\alpha)} \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}} \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial \eta},$$

$$\rho \sqrt{g} u^3 = - \frac{\partial [\Delta d_{(\alpha)} \xi^{(\alpha)} \varphi_\alpha]}{\partial \xi^\alpha} - \Delta d_{(\alpha)} \xi^{(\alpha)} \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x^\alpha}, \quad d_1 = 1, \quad d_2 = k.$$

При этом уравнение неразрывности для смеси удовлетворялось тождественно.

Система I на критической линии решалась в рамках локально-авто-модельного приближения уравнений Навье — Стокса [9]. Искомое решение представлялось в виде рядов. Подставляя разложения в систему I и применяя процедуру обрезания рядов [10], получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для нулевых членов разложения и уравнений для определения градиентов давления. Плотность находилась из (1.3), давление — из уравнения состояния. Сетка сгущалась в областях УВ (по профилю $1/\rho$) и пограничного слоя (по профилю энthalпии) так, чтобы они содержали не менее 5—7 узлов.

Переход к переменным (2.1) в системе II разрешает все особенности, возникающие в коэффициентах уравнений в критической точке. При этом получается система обыкновенных дифференциальных уравнений, в которой градиенты давления определялись из уравнения (1.3) (с опущенными членами в фигурных скобках) после применения к нему оператора $(d_{(\alpha)} \xi^{(\alpha)})^{-1} \partial / \partial \xi^\alpha$, само давление — из (1.3) системы II, плотность — из

уравнения состояния. Для системы II $\Delta = \int_0^{x_s^3} \rho \sqrt{g} dx^3$ (находилось в процессе решения задачи), для системы I $\Delta = 1$.

Для численного решения задачи использовалась схема [11], имеющая четвертый порядок точности по поперечной координате. Для преодоления нелинейности уравнений производились простые итерации. Более подробное описание методов решения систем I и II приведено в [7, 9].

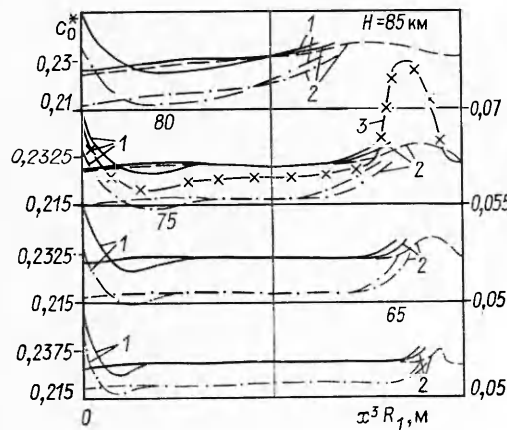
3. Анализ численных результатов. Рассмотрим движение тела вдоль траектории входа в атмосферу Земли [12] (линия 7 на рис. 4), которая предполагалась изотермической с распределением плотности от высоты $H(\text{км})$ $\rho_\infty = 1,225 \cdot 10^{-3} \exp(-0,142 H)$ г/см³, $T_\infty = 250$ К. Результаты расчетов в окрестности критической точки, в которых меньший из радиусов кривизны $\tilde{R}_1 = 0,5$ м, $k = 0,4$, $\varepsilon = 0,85$, приведены ниже.

На рис. 1 показано влияние каталитических свойств поверхности, многокомпонентной диффузии и бародиффузии на профили концентрации элемента кислорода для разных точек траектории. Сплошные линии — решение системы II, штриховые — системы I без учета бародиффузии. Линии 1, 2 на рис. 1, 2 соответствуют идеально каталитической и некаталитической поверхности.

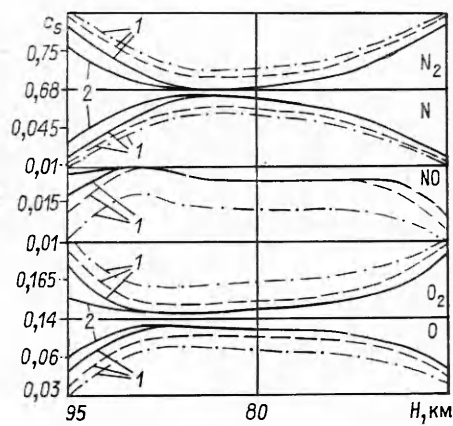
На высотах $H \geq 85$ км толщина УВ и ударного слоя одного порядка и эффекты молекулярного переноса существенны во всей возмущенной области течения, изменение каталитических свойств поверхности приводит к изменению всего профиля концентраций. С уменьшением высоты полета начинает формироваться зона невязкого течения, в которой разделение химических элементов практически не зависит от каталитических свойств поверхности. В вязкой пристеночной области элементный состав существенно зависит от модели протекания гетерогенных реакций. Толщина ударного слоя для равновесных реакций на поверхности меньше, чем для замороженных. С уменьшением высоты полета ($H < 65$ км) и толщины пограничного слоя влияние каталитичности поверхности на отход практически исчезает.

Сравнение результатов расчетов тонкого вязкого ударного слоя с упрощенными уравнениями Навье — Стокса показывает, что профили концентраций хорошо совпадают, за исключением области, примыкающей к УВ: отход УВ в модели тонкого вязкого ударного слоя меньше.

Пренебрежение диффузионным потоком в граничных условиях для концентраций (штрихпунктирные линии) приводит к снижению доли элемента О, причем внутри ударного слоя разница концентраций превышает значение диффузионного потока на границе УВ. Таким образом, УВ является как бы стоком химического элемента О. Это происходит потому, что при фиксированном граничном условии $c_{is}^* = c_{i\infty}^*$ применение



Р и с. 1



Р и с. 2

уравнений переноса на границе автоматически дает на ней диффузионный поток элемента. В граничных условиях (1.7), (1.8) используются законы сохранения, и этот диффузионный поток компенсируется обратным конвективным потоком.

Учет бародиффузии в упрощенных уравнениях Навье — Стокса (линия 3), вызывая перераспределение химических компонентов (более легкие атомы N и O концентрируются в зоне УВ), уменьшает концентрацию элемента O в ударном слое. В области УВ влияние бародиффузии на концентрации компонентов и элементов значительно преобладает над влиянием многокомпонентной диффузии.

Рассмотрим соотношения Рэнкина — Гюгонио для концентраций на критической линии с учетом химических реакций внутри УВ:

$$c_{is} - c_{i\infty} = I_{is} + J_{is}, \quad J_{is} = \int_{x_s^3}^{\infty} \dot{w}_i dx^3, \quad i = 1, \dots, N.$$

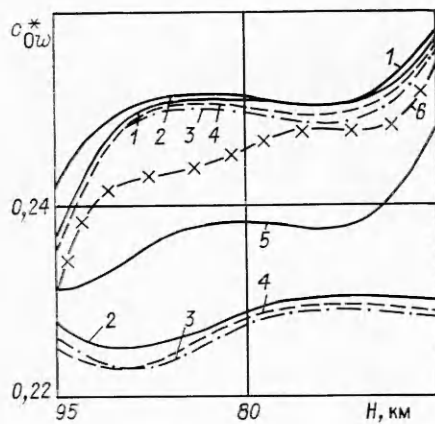
Примем для упрощенных уравнений Навье — Стокса за внутреннюю границу УВ точку x_s^3 , в которой профиль плотности имеет наибольший наклон. Для более точной локализации x_s^3 проводилось несколько расчетов одного варианта с незначительно измененным шагом сетки (в пределах шага в УВ), так что структура УВ определялась значениями величин в 30—60 точках. Заметим, что при таком выборе x_s^3 максимум температуры достигается внутри УВ.

На рис. 2 сплошными линиями даны значения концентраций компонентов на УВ, полученные в результате решения уравнений тонкого вязкого ударного слоя (система II), штриховыми — c_{is} , а штрихпунктирными — значения $c_{i\infty} + I_{is}$, полученные при решении упрощенных уравнений Навье — Стокса (система I) без учета бародиффузии. Разница между значениями, показанная штриховой и штрихпунктирной линиями, определяет интеграл от источникового члена.

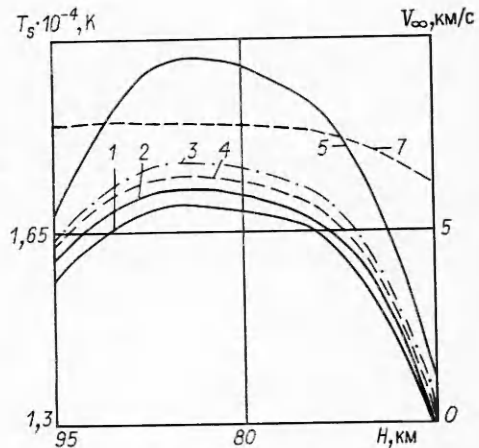
На участке траектории 90—65 км, где химические реакции существенны на границе УВ, интеграл от источникового члена составляет 10—25 % от диффузионного потока на внутренней границе УВ.

На высотах $H < 65$ км с уменьшением диффузионного потока на границе УВ одновременно уменьшается относительный вклад в величину c_{is} химических реакций в УВ. При $H > 95$ км реакции заморожены в сильно размытой УВ и при $x^3 = x_s^3$ у диффузионного потока знак может быть противоположным знаку $c_{is} - c_{i\infty}$. В модели тонкого вязкого ударного слоя на границе УВ знак I_{is} всегда совпадает со знаком $c_{is} - c_{i\infty}$.

При $H \leq 95$ км диффузионный поток на границе УВ, полученный при решении системы II, по абсолютной величине превышает как $|I_{is}|$, так и $|I_{is} + J_{is}|$ системы I. Добавление к граничным условиям (1.8) системы



Р и с. 3



Р и с. 4

II интеграла от источникового члена только увеличило бы отличие концентраций от решения системы I.

Влияние бародиффузии в системе I на концентрации в области УВ существенно больше, чем вклад химических реакций при отсутствии бародиффузии. Поэтому рассмотрение структуры переднего фронта УВ для учета химических реакций в граничных условиях для концентраций в модели вязкого ударного слоя имеет смысл только при одновременном учете бародиффузии. Заметим также, что при учете бародиффузии $|J_{is}|$ увеличивается, но вместе с тем отношение J_{is}/I_{is} может уменьшаться почти в 2 раза.

Для оценки степени влияния химических реакций в переднем фронте УВ на характеристики течения в граничные условия (1.8) системы II вместо диффузионного потока подставлялись значения I_{is} и $I_{is} + J_{is}$ из решения системы I.

На рис. 3 представлена концентрация элемента O на теле в зависимости от высоты полета. Линии 1, 6 соответствуют решению системы I без учета и с учетом бародиффузии, 2 — решению системы II, 3—5 — решению системы II с использованием в граничных условиях (1.8) вместо I_i значений I_{is} , $I_{is} + J_{is}$ и 0. Три нижние кривые относятся к некаталитической поверхности, остальные — к идеально каталитической.

В результате учета химических реакций в УВ (члена J_{is}) изменение концентраций на теле значительно меньше, чем изменение концентраций при учете бародиффузии в системе I. Применение обычных соотношений Рэнкина — Гюгонио приводит к существенной погрешности в элементном составе на поверхности.

На рис. 4 показана температура на границе УВ в зависимости от высоты полета, а на рис. 5 — профили температуры при $H = 75$ км для идеально каталитической поверхности. Обозначения линий совпадают с рис. 3. Изменение граничных условий для концентрации приводит к изменению профиля температуры в основном только в области, примыкающей к УВ. Бародиффузия практически не оказывает влияния на профиль температуры.

Тепловой поток к поверхности тела состоит из суммы конвективной и химической составляющих:

$$q = q_k + q_x, \quad q_k = \frac{\mu c_p}{\sigma \text{Re}_\infty} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_x = - \sum_{i=1}^N h_i I_i.$$

При изменении концентрации на границе УВ в случае каталитической поверхности меняются обе составляющие, причем в противоположные стороны. Относительное изменение q_x возрастает с увеличением высоты, и на $H \geq 95$ км q_x может отличаться в несколько раз. Но в верхней части

траектории степень диссоциации незначительна из-за малой плотности набегающего потока и вклад q_x в тепловой поток мал. Изменение q_k с понижением высоты до $H \sim 95 - 90$ км возрастает, а затем уменьшается. Наибольшее различие в тепловых потоках достигается на высотах $H \sim 95 - 90$ км, где режим течения соответствует размытому слою при значительной степени диссоциации.

Так, для идеально каталитической поверхности отличие теплового потока при учете химических реакций в УВ (использование в граничном условии (1.8) значений $I_{is} + J_{is}$ в отличие от I_{is}) следующее: q_k меньше на 1,3 %, q_x больше на 12 %, а суммарный поток q больше только на 0,1 %. С формированием зоны невязкого течения изменение концентраций на УВ практически не сказывается на величине теплового потока и на высотах $H \leq 75$ км для указанного выше случая тепловой поток увеличивается менее чем на 0,003 %.

Для некаталитической поверхности $q_x = 0$ и максимальное уменьшение теплового потока составляет 1,1 % при $H = 95$ км. При использовании модели [13] каталитической активности поверхности, в которой константы рекомбинации зависят от температуры, отличие теплового потока при учете химических реакций в УВ не превышает 1 %.

Применение обычных соотношений Рэнкина — Гюгонио для концентраций в отличие от условий (1.7), (1.8) в большей степени изменяет тепловой поток. Для идеально каталитической поверхности в диапазоне $H = 110 - 50$ км максимальное отличие достигается на $H = 90$ км: q_k больше на 10,7 %, q_x меньше на 58 %, а q уменьшается только на 0,8 %. Для некаталитической поверхности q больше на 11,6 % при $H = 95$ км, а для $H \leq 75$ км отличие не превышает 1 %.

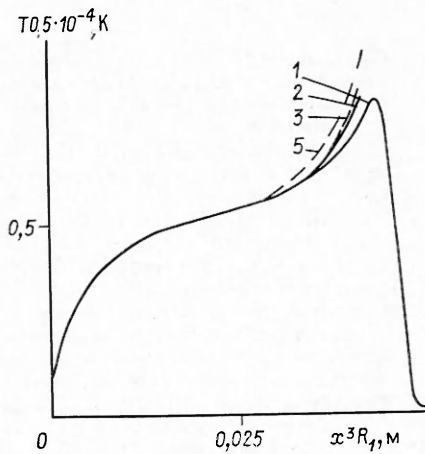
Учет химических реакций в УВ уменьшает коэффициенты трения для идеально каталитической поверхности до 0,2 %, а для некаталитической — до 0,35 %. Использование обычных соотношений Рэнкина — Гюгонио для концентраций увеличивает коэффициенты трения для идеально каталитической поверхности до 1,6 %, а для некаталитической — до 3,5 %. Максимальное изменение коэффициентов трения достигается на $H = 95 - 90$ км, а на $H \leq 75$ км коэффициенты трения практически совпадают.

Учет бародиффузии в упрощенных уравнениях Навье — Стокса уменьшает тепловой поток не более чем на 2 % и изменяет коэффициенты трения не более чем на 0,3 %.

Тепловой поток, полученный при решении системы II, превышает решение системы I на высотах $65 \leq H \leq 90$ км не более чем на 4 %, а коэффициенты трения совпадают с точностью до 1 %.

В заключение можно сделать вывод, что допущение о замороженности химических реакций в УВ приводит к меньшей ошибке в определении поля концентраций, теплового потока и коэффициентов трения, чем пренебрежение эффектами бародиффузии. Пренебрежение химическими реакциями в УВ оправдано при определении теплового потока и коэффициентов трения при движении по планирующей траектории (максимальная ошибка в определении теплового потока порядка 1 %). На высотах, где сформировалась область невязкого течения, тепловой поток практически не зависит от граничных условий для концентраций на УВ.

Автор выражает благодарность Г. А. Тирскому за постоянное внимание к работе.



Р и с. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Cheng H. K. Hypersonic shock-layer theory of the stagnation region at low Reynolds number // Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Institute.— Stanford, 1961.
2. Cheng H. K. The blunt body problem in hypersonic flow at low Reynolds number // J. Astronaut. Sci.— 1963.— N 92.
3. Седов Л. И., Михайлова М. П., Черный Г. Г. О влиянии вязкости и теплопроводности на течение газа за сильно искривленной ударной волной // Вестн. МГУ. Сер. физ.-мат. наук.— 1953.— № 3.
4. Залогин Г. Н., Лунев В. В. О модели вязкого неравновесного ударного слоя с тонкой ударной волной // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1973.— № 5.
5. Горинов А. С., Магомедов К. М. Метод расщепления для решения релаксационных уравнений при наличии диффузии // ЖВММФ.— 1973.— Т. 13, № 5.
6. Гершбейн Э. А. Асимптотическое исследование задачи пространственного гиперзвукового обтекания вязким газом затупленных тел с проницаемой поверхностью // Гиперзвуковые пространственные течения при наличии физико-химических превращений.— М., 1981.
7. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Исследование пространственного обтекания тел с каталитической поверхностью при их движении в атмосфере Земли // Космич. исслед.— 1985.— № 3.
8. Тирский Г. А. К теории гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных затупленных тел вязким химически реагирующим газом при наличии вдува // Тр. Ин-та механики МГУ.— 1975.— № 39.
9. Гершбейн Э. А., Щербак В. Г. Исследование гиперзвукового пространственного обтекания затупленных тел в рамках параболизированных уравнений Навье — Стокса // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1987.— № 4.
10. Kao H. C. Hypersonic viscous flow near the stagnation streamline of a blunt body // AIAA J.— 1964.— V. 2, N 11.
11. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы.— М., 1964.
12. Masek R. V., Hender D., Forney J. A. Evaluation of aerodynamic uncertainties for space shuttle.— N. Y., 1978.— (Paper/AIAA; N 737).
13. Scott C. D. Catalytic recombination of nitrogen and oxygen on high-temperature reusable insulation.— N. Y., 1980.— (Paper/AIAA; N 1477).

Поступила 6/Х 1987 г.

УДК 533.17; 539.196.3

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДИМЕРОВ CO_2 В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ГАЗОВЫХ СТРУЯХ, ИСТЕКАЮЩИХ В ВАКУУМ

А. А. Вигасин, В. Н. Макаров

(Москва)

Конденсация молекулярных газов в двигательных, энергетических и лазерных газодинамических установках привлекает внимание исследователей на протяжении десятилетий. Однако лишь в настоящее время способность истекающих в вакуум газов к ассоциации стала активно использоваться для изучения самых ранних стадий этого процесса и в первую очередь слабых межмолекулярных взаимодействий, приводящих к образованию ван-дер-ваальсовских или водородосвязанных комплексов. Основу этих исследований составили специально развитые методы микроволновой и оптической спектроскопии. Использование спектральных методов в сочетании с газодинамическим способом генерации молекулярных комплексов позволило получить обширную информацию о структуре и свойствах комплексов (см., например, [1]). В то же время дальнейшее развитие и повышение чувствительности спектральных методов зондирования газовых потоков требуют в ряде случаев все более детального теоретического описания физико-химических процессов в неравновесных движущихся средах. В частности, при постановке экспериментов, направленных на получение спектров молекулярных комплексов определенных состава и размеров, как правило, необходимо тщательно обоснованный и по возможности оптимальный выбор геометрических и других параметров.

Изучение кинетики начальной стадии конденсации — димеризации таких молекулярных газов, как водяной пар или углекислый газ, проводилось в ряде работ [2—7], однако в основном для выявления зависимости квазистационарной концентрации димеров, устанавливающейся в молекулярном пучке, от параметров в форкамере и диаметра сопла. Измерение доли димеров в [2—4] осуществлялось с помощью масс-спектрометра и состав газа контролировался лишь вдоль направления распространения молекулярного пучка.