

**РАСЧЕТ ДЕЙСТВИЯ ВЗРЫВА В ХРУПКОЙ ГОРНОЙ ПОРОДЕ.
СЛУЧАЙ РАЗРУШЕНИЯ С ОБРАЗОВАНИЕМ ТРЕЩИН ОТРЫВА**

А. Б. Багдасарян

(Ереван)

Задача о действии взрыва в хрупкой горной породе в общем виде изучена в работе [1]. Здесь рассматривается один из случаев этой задачи, соответствующий относительно небольшим давлениям во взрывной полости, когда разрушение происходит только путем образования радиальных трещин.

Решение в области, еще не разрушенной под действием взрыва радиальными трещинами, описывается формулами [1]

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\rho C_0^2 \left\{ \frac{f^{**}(\zeta)}{x} + \frac{2(1-\sigma)}{1-\sigma} \left[\frac{f^*(\zeta)}{x^2} + \frac{f(\zeta)}{x^3} \right] \right\} - P_h \\ \sigma_\varphi = \sigma_\theta &= -\rho C_0^2 \left\{ \frac{\sigma}{1-\sigma} \frac{f^{**}(\zeta)}{x} - \frac{1-2\sigma}{1-\sigma} \left[\frac{f^*(\zeta)}{x^2} + \frac{f(\zeta)}{x^3} \right] \right\} - P_h \\ V &= C_0 \left[\frac{f^{**}(\zeta)}{x} + \frac{f^*(\zeta)}{x^2} \right], \quad u = r_0 \left[\frac{f^*(\zeta)}{x} + \frac{f(\zeta)}{x^2} \right] \\ \zeta &= \tau - x, \quad x = r / r_0, \quad \tau = C_0 t / r_0 \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь σ_r , σ_θ , σ_φ — напряжения на координатных площадках, являющиеся в силу сферической симметрии главными; V — радиальная скорость частиц; u — смещение в радиальном направлении; x , τ — безразмерные координаты; C_0 — скорость звука в неразрушенном материале; r_0 — начальный радиус полости; t — время; r — лагранжева координата; σ — коэффициент Пуассона; ρ — начальная плотность. Единственная неопределенная функция $f(\zeta)$ в этих формулах находится из граничных условий задачи.

Если начальное давление P_0 в полости мало, то разрушение не произойдет, и каверна будет излучать упругую волну, описываемую формулами (1), в которых функция $f(\zeta)$ имеет вид

$$\begin{aligned} f(\zeta) &= a_1 (p_0 - p_h) \left\{ 1 - a_2 e^{-a_3(\zeta+1)} \sin \left[a_4 (\zeta + 1) + \arcsin \frac{1}{a_2} \right] \right\} \\ a_1 &= \frac{1-\sigma}{2(1-2\sigma)}, \quad a_2 = \sqrt{2(1-\sigma)}, \quad a_3 = \frac{1-2\sigma}{1-\sigma} \\ a_4 &= \frac{\sqrt{1-2\sigma}}{1-\sigma}, \quad p_0 \equiv \frac{P_0}{\rho C_0^2}, \quad p_h = \frac{P_h}{\rho C_0^2} \end{aligned} \quad (2)$$

где P_h — начальное гидростатическое давление в среде.

Принимаем обычные условия разрушения

$$\sigma_\theta = \sigma_* \quad (\text{путем отрыва}) \quad (3)$$

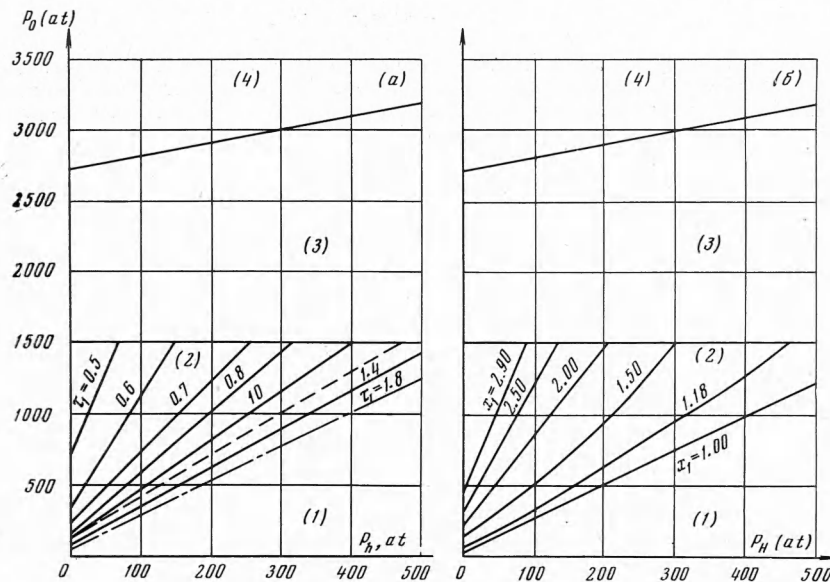
$$\sigma_r - \sigma_\theta = -2\tau_* \quad (\text{путем скола}) \quad (4)$$

где σ_* , τ_* — прочностные постоянные материала. Установим, при каких начальных условиях возникает разрушение путем отрыва. Из формул (1), (2) имеем

$$\sigma_r \Big|_{x=1}^{\tau=0} = -P_0, \quad \sigma_\theta \Big|_{x=1}^{\tau=0} = -\frac{\sigma}{1-\sigma} P_0 - \frac{1-2\sigma}{1-\sigma} P_h \quad (5)$$

$$(\sigma_r - \sigma_\theta) \Big|_{x=1}^{\tau=0} = -\frac{1-2\sigma}{1-\sigma} (P_0 - P_h)$$

Отсюда видно, что в начальный момент напряжения σ_r и σ_θ сжимающие, и, следовательно, разрушения путем отрыва в начальный момент



Фиг. 1

не произойдет; разрушения не произойдет и путем скола, если еще будет выполнено условие

$$P_0 \leq P_h + \frac{2(1-\sigma)}{1-2\sigma} \tau_* \quad (6)$$

Рассмотрим случай, когда выполняется условие (6), и выясним характер движения, которое в начальный момент описывается формулами (1), (2).

Радиальное напряжение σ_r на границе каверны постоянно, а кольцевое напряжение σ_θ там будет меняться со временем. Из формул (1), (2) легко получить выражения для $\sigma_\theta(\tau, 1)$ и вычислять момент τ_1 , когда на каверне достигается условие разрушения (3). Формула для τ_1 имеет вид

$$P_0 = P_h + \frac{2(\sigma_* + P_h)}{1 - 2a_1 e^{-a_2 \tau_1} [a_5 \sin \psi_1 + a_6 \cos \psi_1]} \quad (7)$$

$$a_5 = \frac{\sigma(1+\sigma)}{2(1-\sigma)^2}, \quad a_6 = \frac{\sigma + \sqrt{1-2\sigma}}{1-\sigma}, \quad \psi_1 = a_4 \tau_1 + \arcsin \frac{1}{a_2}$$

Чтобы определить окончательно условия, при которых будет происходить разрушение только путем отрыва, найдем значение P_0 , при котором выполнены оба соотношения (3), (4) для точки $x = 1$, т. е.

$$P_0^* = 2\tau_* - \sigma_* \quad (8)$$

Таким образом, если $P_0 < P_0^*$, то возможно разрушение только путем отрыва и оно начинается на поверхности полости в момент τ_1 , определяемый формулой (7).

На фиг. 1, а для гранита ($\sigma_* = 45 \text{ кг/см}^2$, $\tau_* = 780 \text{ кг/см}^2$, $\sigma = 0.3$, модуль Юнга $E = 2.22 \times 10^5 \text{ кг/см}^2$ [2]) изображены области изменения P_0 и P_h , в которых разрушения не происходит (область 1), разрушение происходит путем отрыва (область 2), путем скола при достижении на каверне условия (4) (область 3), или разрушение путем скола на каверне начинается непосредственно в начальный момент времени (область 4).

В области 2 изображены изолинии (прямые) $\tau_1(P_0, P_h)$ -момента возникновения разрушения путем отрыва на каверне.

Линия $\tau_1 = 1.8$ (штрих-пунктир) соответствует случаю, когда условие (3) на каверне возникает, но распространения фронта разрушений не происходит (граница областей 1 и 2). Пунктирная линия является аналогичной границей для статического решения задачи. Эта линия расположена выше линии динамического нагружения (штрих-пунктир). Таким образом, при динамических условиях нагружения способность среды выдержать без разрушений приложенное в полости давление меньше, чем при статическом нагружении.

В работе рассматриваются только такие начальные данные, при которых точка (P_0, P_h) попадает в область 2. В этом случае после момента τ_1 от поверхности полости в глубь среды будет распространяться по неизвестному заранее закону $x = x_1(\tau)$ сферический фронт разрушения, насаждающий в среде систему радиальных трещин нормального отрыва. Решение в области $x \geq x_1(\tau)$ дается по-прежнему формулами (1), а неизвестная функция $f(\xi)$ определяется из условия на фронте разрушения, т. е. с учетом решения в области $1 \leq x \leq x_1(\tau)$.

В области разрушения поля напряжений, скоростей и смещений определяются формулами [1]

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\rho C_0^2 \lambda^2 \left[\frac{f_1^*(\xi) - f_2^*(\eta)}{x} + \frac{f_1(\xi) + f_2(\eta)}{x^2} \right] \\ \sigma_\varphi &= \sigma_\theta \equiv 0, \quad V = \frac{C_0 \lambda}{x} [f_1^*(\xi) + f_2^*(\eta)] \\ u &= \frac{r_0}{x} \left[f_1(\xi) + f_2(\eta) + \frac{1-\sigma}{1+\sigma} p_h x^2 \right] \\ \xi &= \lambda\tau - x, \quad \eta = \lambda\tau + x \\ C_1 &= \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/2}, \quad \lambda = \frac{C_1}{C_0} = \left[\frac{(1-2\sigma)(1+\sigma)}{1-\sigma} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (9)$$

где C_1 — скорость звука в материале, разрушенном радиальными трещинами.

В формулах (1), (9) имеем три неизвестные функции $f(\xi)$, $f_1(\xi)$, $f_2(\eta)$, которые должны быть найдены из условия на каверне и из условий сопряжения на фронте разрушения, т. е. на линии $x = x_1(\tau)$, которая также подлежит определению. Эти условия окончательно сводятся к следующей системе соотношений [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{1-\sigma} f^{**}(\xi_1) - \frac{1-2\sigma}{1-\sigma} \left[\frac{f^*(\xi_1)}{x_1(\tau)} + \frac{f(\xi_1)}{x_1^2(\tau)} \right] &= -(\Sigma_* + p_h) x_1(\tau) \\ f^*(\xi_1) + \frac{f(\xi_1)}{x_1(\tau)} &= f_1(\xi_1) + f_2(\eta_1) + \frac{1-\sigma}{1+\sigma} p_h x_1^2(\tau) \end{aligned}$$

$$f''(\xi_1) + \frac{2(1-2\sigma)}{1-\sigma} \left[\frac{f'(\xi_1)}{x_1(\tau)} + \frac{f(\xi_1)}{x_1^2(\tau)} \right] - \quad (10)$$

$$- \lambda^2 \left[f_2'(\xi_1) - f_2'(\eta_1) + \frac{f_1(\xi) + f_2(\eta_2)}{x_1(\tau)} + p_h x_1(\tau) \right] =$$

$$= x_1'(\tau) \left\{ f''(\xi_1) + \frac{f'(\xi_1)}{x_1(\tau)} + \lambda [f_1'(\xi_1) + f_2'(\eta_1)] \right\}$$

$$\lambda^2 [f_1'(\xi^\circ) - f_2'(\eta^\circ) + f_1(\xi^\circ) + f_2(\eta^\circ)] = p_0 \left[1 + f_1(\xi^\circ) + \right.$$

$$\left. + f_2(\eta^\circ) + \frac{1-\sigma}{1+\sigma} p_h \right]^{-3\gamma}, \quad \Sigma_* \equiv \frac{\sigma_*}{\rho C_0^2}$$

$$\xi_1 = \tau - x_1(\tau), \quad \xi_1 = \lambda\tau - x_1(\tau),$$

$$\eta_1 = \lambda\tau + x_1(\tau) \quad \xi^\circ = \lambda\tau - 1, \quad \eta^\circ = \lambda\tau + 1$$

где γ — показатель адиабаты продуктов взрыва (при больших давлениях $\gamma \approx 3$, при малых $\gamma \approx 1.25$).

Процесс распространения взрывных волн может быть разбит на следующие последовательные стадии:

1) в течение времени $0 \leq \tau \leq \tau_1$ поверхность каверны излучает упругую волну, разрушений в среде не происходит;

2) в неразрушенной среде распространяется упругая волна, вокруг полости среда разрушается; граница между неразрушенной и разрушенной зонами (ударная волна разрушения) распространяется от поверхности полости в глубь среды;

3) фронт разрушения остановился, по неразрушенной среде распространяется упругая волна, границей служит контактный разрыв: нового разрушения среды не происходит;

4) контактный разрыв перемещается в разрушенную область; излучение упругих волн продолжается.

Первая стадия полностью описывается формулами (1), (2). Вторая стадия ($\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$) описывается системой (10) (τ_2 — момент, когда фронт разрушения истощается, т. е. когда $\dot{x}_1(\tau_2) = 0$). Третья стадия ($\tau_2 \leq \tau \leq \tau_3$) описывается системой уравнений (10), в которой первое уравнение нужно заменить уравнением $x_1(\tau) = \text{const}$.

Решение, полученное таким образом, будет соответствовать отсутствию новых разрушений, а напряжение σ_θ на границе разрушения со стороны неразрушенной области будет падать от значения σ_* . Если в момент $\tau = \tau_3$ напряжение σ_θ на границе разрушения со стороны неразрушенного материала обратится в нуль, то возникает четвертая стадия, а если оно будет стремиться к своему положительному асимптотическому значению, то третья стадия будет продолжаться до $\tau = \infty$. Четвертая стадия описывается уравнениями, получающимися из системы (10), если в третьем уравнении этой системы правую часть приравнять нулю и положить $\Sigma_* = 0$. Полученное решение соответствует тому, что благодаря изменению знака σ_* на границе разрушенной области возникает сжимающее напряжение, и граница будет перемещаться внутрь разрушенного материала, смыкая трещины. В дальнейшем граница $x = x_1(\tau)$ может колебаться около положения, к которому она стремится асимптотически. Если в процессе этих колебаний фронт $x = x_1(\tau)$ выйдет на истинную границу неразрушенной области, то решение надо строить с учетом нового разрушения, т. е. из уравнений (10).

Метод численного решения рассматриваемой задачи описан в работе [1].

Система уравнений (10) разбивается на две системы обыкновенных дифференциальных уравнений, для которых ставится задача Коши, и эти системы последовательно интегрируются каждый раз для новых данных Коши и для нового интервала изменения независимой переменной с использованием решения предыдущей системы. Для начальных данных нужно построить асимптотическое решение в области $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_1 + \Delta\tau$, где $\Delta\tau$ — начальный отрезок — задаваемая величина. Наличие асимптотического решения системы (10) в $\Delta\tau$ — окрестности начальной точки $(\tau_1, 1)$ означает что функция $f_1(\xi_1)$ будет известна в интервале

$$\xi_{11} = \lambda\tau_1 - 1 \leq \xi_1 \leq \xi_{12} = \lambda(\tau_1 + \Delta\tau) - 1$$

Принимая функцию $f_1(\xi_1)$ известной в интервале $[\xi_{11}, \xi_{12}]$, из первых трех уравнений системы (10) получим систему для определения функций $f(\zeta_1)$, $f_2(\eta_1)$ и $x_1(\tau)$. Рассматривая их как функции от аргумента $\zeta_1 = \tau - x_1(\tau)$ и переходя от дифференцирования по переменным ξ_1 , η_1 , τ к дифференцированию по ζ_1 с учетом формул перехода

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi_1} &= \frac{d}{d\zeta_1} \left[(\lambda - 1) \frac{d\tau}{d\zeta_1} + 1 \right]^{-1}, & \frac{d}{d\eta_1} &= \frac{d}{d\zeta_1} \left[(\lambda + 1) \frac{d\tau}{d\zeta_1} - 1 \right]^{-1} \\ \frac{d}{d\tau} &= \frac{d}{d\zeta_1} \left(\frac{d\tau}{d\zeta_1} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

первые три уравнения системы (10) сводим к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений для определения функций $f(\zeta_1)$, $f_2(\eta_1) = g_2(\zeta_1)$ и $\tau(\zeta_1)$:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{1 - \sigma} \frac{f''(\zeta)}{\tau(\zeta) - \zeta_1} - \frac{1 - 2\sigma}{1 - \sigma} \left\{ \frac{f'(\zeta_1)}{[\tau(\zeta_1) - \zeta_1]^2} + \frac{f(\zeta_1)}{[\tau(\zeta_1) - \zeta_1]^3} \right\} &= -\Sigma_* - p_h \\ f'(\zeta) + \frac{f(\zeta_1)}{\tau(\zeta) - \zeta_1} &= g_1(\zeta_1) + g_2(\zeta_1) + \frac{1 - \sigma}{1 + \sigma} p_h [\tau(\zeta_1) - \zeta_1]^2 \\ f''(\zeta_1) + \frac{2(1 - 2\sigma)}{1 - \sigma} \left\{ \frac{f'(\zeta_1)}{\tau(\zeta_1) - \zeta_1} + \frac{f(\zeta_1)}{[\tau(\zeta_1) - \zeta_1]^2} \right\} - \lambda^2 [g_1'(\zeta_1) - \\ &- \frac{g_2'(\zeta_1)}{(\lambda + 1)\tau'(\zeta_1) - 1} + \frac{g_1(\zeta_1) + g_2(\zeta_2)}{\tau(\zeta_1) - \zeta_1}] + p_h [\tau(\zeta_1) - \\ - \zeta_1] &= \frac{\tau'(\zeta_1) - 1}{\tau'(\zeta_1)} \left\{ f''(\zeta_1) + \frac{f'(\zeta_1)}{\tau(\zeta_1) - \zeta_1} - \lambda \left[g_1'(\zeta_1) + \frac{g_2'(\zeta_1)}{(\lambda + 1)\tau'(\zeta_1) - 1} \right] \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$g_2(\zeta_1) = f_2(\eta_1), \quad \frac{g_2'(\zeta_1)}{(\lambda + 1)\tau'(\zeta_1) - 1} = f_2'(\eta_1) \quad (13)$$

а функции $g_1(\zeta_1) = f_1(\xi_1)$ и $g_1'(\zeta_1) = f_1'(\xi_1)$ известны. Аргументы ξ_1 и η_1 выражаются через ζ_1 формулами

$$\xi_1 = (\lambda - 1)\tau(\zeta_1) + \zeta_1, \quad \eta_1 = (\lambda + 1)\tau(\zeta_1) - \zeta_1 \quad (14)$$

Для системы уравнений (12) ставится задача Коши в интервале $\zeta_{11} \leq \zeta_1 \leq \zeta_{12}$, где $\zeta_{11} = \tau_1 - x_1(\tau)$, а ζ_{12} определяется в процессе интегрирования системы (12) по формуле

$$\zeta_{12} = \xi_{12} - (\lambda - 1)\tau(\zeta_{12}) \quad (15)$$

Начальные данные для системы (12) при $\zeta_1 = \zeta_{11}$ берутся из асимптотического решения. Решая указанную задачу Коши, определим функцию $f(\zeta_1)$ в интервале $[\zeta_{11}, \zeta_{12}]$, $x_1(\tau)$ — в $[\tau_1 + \Delta\tau, \tau_2(\zeta_{12})]$, а $f_2(\eta_1)$ — в $[\eta_{11}, \eta_{12}]$, где

$$\eta_{11} = \lambda(\tau_1 + \Delta\tau) + 1, \quad \eta_{12} = (\lambda + 1)\tau_2(\zeta_{12}) - \zeta_{12}$$

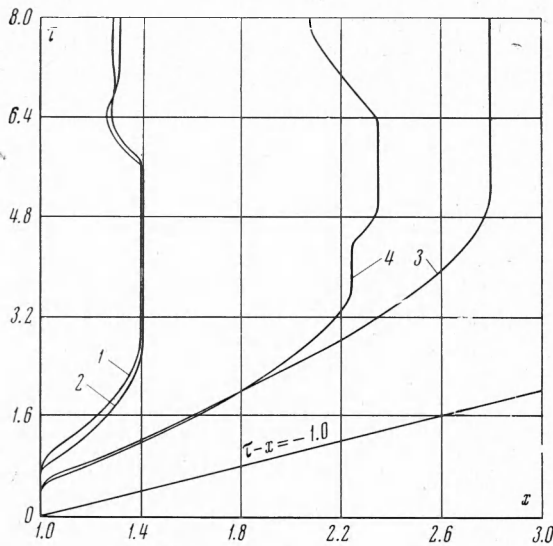
Последнее уравнение системы (10) при переходе к переменному $\eta^\circ = \lambda\tau + 1$ принимает вид

$$\begin{aligned} & \lambda^2 [l^*(\eta^\circ) + f_2^*(\eta^\circ) + l(\eta^\circ) + f_2(\eta^\circ)] = \\ & = p_0 \left[1 + l(\eta^\circ) + f_2(\eta^\circ) + \frac{1-\sigma}{1+\sigma} F_h \right]^{-3\gamma} \end{aligned} \quad (16)$$

где $l(\eta^\circ) = f_1(\xi^\circ)$, а $f_2(\eta^\circ)$ — известная функция в интервале $\eta_{11} \leq \eta^\circ \leq \eta_{12}$. Здесь опять ставится задача Коши, начальные данные для которой берутся при $\eta^\circ = \eta_{11}$ также из асимптотического решения. Решая эту задачу, определим функцию $f_1(\xi_1)$ в интервале $\xi_{12} \leq \xi_1 \leq \eta_{12} + 2$. Опять возвращаемся к системе (12) для новых начальных данных, соответствующих значению ξ_{12} , из предыдущего решения этой же системы и для нового интервала изменения независимого переменного $\xi_{12} \leq \xi_1 \leq \xi_{13}$, где ξ_{13} вычисляется в процессе построения решения по формуле (15), если в ней индекс 12 заменить на 13.

Итак, решая эту задачу, вычислим $f(\xi_1)$, $x_1(\tau)$ и $f_2(\eta_1)$, причем $f_2(\eta_1)$ станет известной в интервале $[\eta_{12}, \eta_{13}]$, где $\eta_{13} = (\lambda + 1)\tau(\xi_{13}) - \xi_{13}$ после чего переходим к решению уравнений (16) и т. д.

Как говорилось выше, для построения решения нужно иметь асимптотическое решение вблизи точки $\tau = \tau_1$, $x = 1$, которое



Фиг. 2

строится путем вычисления значений искомых функций и их производных в точке $(\tau_1, 1)$. В силу требования непрерывности смещений по характеристике $\xi_1 = \tau_1 - 1$ функции $f(\xi_1)$ и $f'(\xi_1)$ должны быть непрерывны на ней и, следовательно, функции $f(\tau_1 - 1) = f_0$ и $f'(\tau_1 - 1) = f_0'$ будут известны. Тогда из первого уравнения системы (10) определим $f_0^{(1)}$. Поскольку в формулах (9) фигурирует только сумма $f_1(\xi) + f_2(\eta)$, то одно из слагаемых в сумме $f_{10} + f_{20}$ можно задавать произвольно, например положить $f_{20} = 0$.

Из системы (10) при $\tau = \tau_1$, $x = 1$ легко вычислить f_0'' , f_{10} , f_{10}' , f_{20}' , а также $x_{10}' = 0$ [1]. Функции $x_1''(\tau)$, $f_1''(\xi_1)$, $f_2''(\eta_1)$, $f^{(IV)}(\xi_1)$, при $\tau \rightarrow \tau_1$, $x \rightarrow 1$ имеют особенности порядка $x_1'' \sim (\tau - \tau_1)^{-1/2}$, $f_1'' \sim (\xi_1 - \xi_{10})^{-1/2}$, $f_2'' \sim (\eta_1 - \eta_{10})^{-1/2}$, $f^{(IV)} \sim (\xi_1 - \xi_{10})^{-1/2}$. С учетом сказанного асимптотическое решение системы (10) вблизи $\tau = \tau_1$, $x = 1$ получаем в виде

$$\begin{aligned} x_1(\tau) &= 1 + a(\tau - \tau_1)^{3/2} + \dots \\ f(\xi_1) &= f_0 + f_0'(\tau - \tau_1) - 1.5af_0'(\tau - \tau_1)^{3/2} + 0.5f_0''(\tau - \tau_1)^2 - \\ & - af_0''(\tau - \tau_1)^{5/2} + 0.5(0.33f_0''' + a^2f_0'')(\tau - \tau_1)^3 + \dots \end{aligned}$$

¹ В дальнейшем функции с индексом 0 соответствует значение этой функции в точке $\tau = \tau_1$, $x = 1$.

$$f_1(\xi_1) = f_{10} + \lambda f_{10}^* (\tau - \tau_1) + (1,33\lambda^2 b - f_{10}^* a) (\tau - \tau_1)^{3/2} + \dots \quad (17)$$

$$+ 0.5 [\lambda c + 1.5ab(1 + 2\lambda)] (\tau - \tau_1)^2 + 0.2 [(2 - 3\lambda)ac + 1.8a^2b] (\tau - \tau_1)^{5/2} + \dots$$

$$f_2(\eta_1) = \lambda f_{20}^* (\tau - \tau_1) + (1,33b\lambda^2 + a f_{20}^*) (\tau - \tau_1)^{3/2} + 0.75 (1 - 2\lambda) ab (\tau - \tau_1)^2 + 0.9a^2b (\tau - \tau_1)^{5/2} + \dots$$

где

$$a = 0.66 \left\{ 2f_0^{***} + 2 \left(\frac{2(1-2\sigma)}{1-\sigma} + \vartheta \right) \frac{f_2^{**} + f_0^*}{\theta} \right\}^{1/2}$$

$$b = \frac{a\theta}{4\lambda^2}, \quad c = -\frac{\lambda^2 + \vartheta}{\lambda(f_0^{**} + f_0^*)}$$

$$\theta = (1 - \lambda^2) f_0^{***} + \frac{3 + \sigma}{1 - \sigma} f_0^* + \frac{2}{1 - \sigma} f_0 + \frac{2(1 - \sigma)}{\lambda^2} p_h - f_{10}$$

$$\vartheta = 3p_0 \gamma \left[1 + f_{10} + \frac{1 - \sigma}{1 + \sigma} p_h \right]^{-1-3\gamma}$$

$$f_0^{**} = \frac{1 - 2\sigma}{\sigma} (f_0^* + f_0) - \frac{1 - \sigma}{\sigma} (\Sigma_* + p_h)$$

$$f_0^{***} = \frac{1 - 2\sigma}{\sigma} (f_0^{**} + f_0^*), \quad f_{10} = f_0^* + f_0 + \frac{1 - \sigma}{1 + \sigma} p_h \quad (18)$$

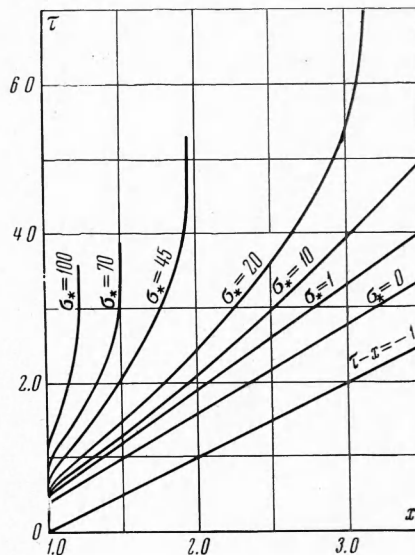
$$f_{10}^* = \frac{\lambda^2}{2} f_0^{**} + \frac{1}{1 - \sigma} (f_0^* + f_0) + \frac{1}{2\lambda^2} p_h - 0.5f_{10} + \frac{1}{2\lambda} (f_0^{**} + f_0^*)$$

$$f_{20}^* = \frac{1}{2\lambda} (f_0^{**} + f_0^*) - \frac{\lambda^2}{2} f_0^{**} - \frac{1}{1 - \sigma} (f_0^* + f_0) - \frac{1}{2\lambda^2} p_h + 0.5f_{10}$$

Для вычислительной машины «Стрела-4» ВЦ МГУ была составлена единая программа, которая позволяет вычислять решенные задачи для всех стадий по описанной выше схеме. С помощью этой программы были рассчитаны многочисленные варианты для различных сред и для различных P_0 и P_h .

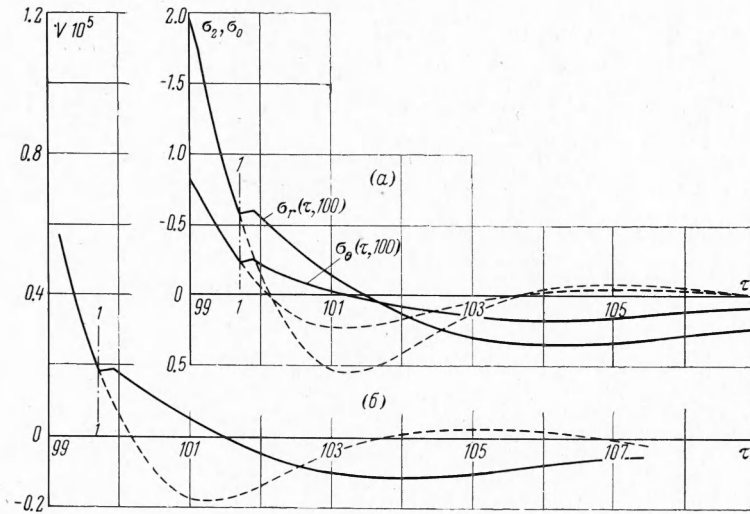
На фиг. 2 приведены результаты расчетов, которые являются характерными и для остальных случаев. Линиями 1 и 3 показан характер движения фронта разрушения в граните соответственно при $P_0 = 500 \text{ ат}$, $P_h = 100 \text{ ат}$ и $P_0 = 1500 \text{ ат}$, $P_h = 100 \text{ ат}$, линиями 2 и 4 — то же соответственно для глинистых сланцев ($\sigma = 0.26$, $E = 1.9 \times 10^5 \text{ кг/см}^2$, $\sigma_* = 38 \text{ кг/см}^2$ [2]) при $P_0 = 500 \text{ ат}$, $P_h = 100 \text{ ат}$ и для известняка ($\sigma = 0.25$, $E = 7 \times 10^5 \text{ кг/см}^2$, $\sigma_* = 25.5 \text{ кг/см}^2$ [2]) при $P_0 = 1000 \text{ ат}$, $P_h = 100 \text{ ат}$.

Данные фиг. 2 показывают, что действительно в зависимости от условий задачи наблюдаются все качественно различные особенности в законе движения фронта разрушения, отмеченные выше. В случае, соответствующем кривым 1, 2 (относительно малые давления в полости), фронт трещин после падения σ_0 до нуля начинает перемещаться обратно в сторону каверны и при этом совершает колебания. В случае, соответствующем кривой 3 (относительно большое давление в полости), такого возвратного движения фронта трещин и его колебаний не наблюдается. Наконец, в случае соответствующем кривой 4 (относительно низкая прочность на отрыв $\sigma_* = 25.5 \text{ кг/см}^2$), возникает повторное разрушение после остановки фронта разрушения и последующее его возвратное движение с колебаниями. Последний эффект связан с тем, что как показывает расчет, величина σ_0 с передней стороны фронта разрушений после мо-



Фиг. 3

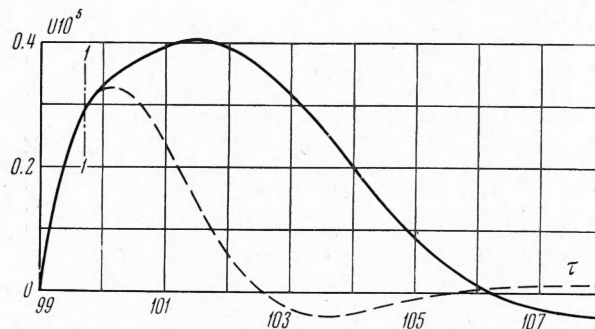
мента его остановки изменяется не монотонно, а совершая колебания, поэтому при небольшом значении σ_* эти колебания величины σ_0 приводят к повторному достижению значения σ_* и к возникновению повторных разрушений. Как показали расчеты для других вариантов, повторное разрушение может возникать и большее число раз.



Фиг. 4

На фиг. 1, б приведена зависимость максимальных значений радиуса зоны разрушения в граните от P_0 и P_h , аналогично фиг. 1, а (изолинии $x_1 = x_1(P_0, P_h)$).

На фиг. 3 показан характер распространения фронта разрушения во времени при различных значениях σ_* в кг/см^2 в среде с механическими характеристиками $\sigma = 0.3$, $E = 2.22 \times 10^5 \text{ кг/см}^2$ для взрыва с параметрами $P_0 = 200 \text{ ат}$, $P_h = 0$. Видно, как с падением σ_* увеличивается зона разрушений и при $\sigma_* = 0$ скорость фронта разрушений становится постоянной и равной C_1 . Для этого случая построены точные решения данной задачи [3].



Фиг. 5

В таблице приводятся значения напряжений σ_r , σ_θ в кг/см^2 и массовых скоростей V в зависимости от $\xi = \tau - x$ и x по результатам вычисления при $P_0 = 200 \text{ ат}$, $P_h = 0$ в граните. На фиг. 4 и 5 сплошными линиями показаны зависимости изменения напряжений, массовых скоростей и смещений на расстоянии $x = 100$ от центра взрыва в случае разрушения, а пунктиром — без разрушения, для взрыва в граните с параметрами $P_0 = 200 \text{ ат}$, $P_h = 0$. На этих фигурах сечение I—I соответствует моменту достижения $x = 100$ упругим возмущением, излученным в момент возникновения разрушения на границе каверны. Видно, что учет разрушения качественно меняет форму упругой волны, излученной из очага взрыва, хотя существенного изменения амплитуды и длительности этой волны не происходит. В то же время при более

| x | ζ | σ_r | σ_θ | V | x | ζ | σ_r | σ_θ | V |
|-----|---------|------------|-----------------|----------|------|---------|------------|-----------------|--------|
| 1.0 | -1.00 | -200.0 | -75.0 | +6.63 | 7.0 | -0.60 | -25.7 | -6.3 | +0.58 |
| 1.0 | -0.60 | -198.0 | -5.2 | +5.86 | 7.0 | -0.12 | -16.2 | -2.4 | +0.34 |
| 1.0 | -0.12 | -195.0 | +45.0 | +4.70 | 7.3 | 0.20 | -10.6 | -0.42 | +0.20 |
| 1.3 | 0.20 | -130.0* | +45.0 | +2.76 | 7.7 | 0.80 | -4.94 | +1.46 | +0.06 |
| | | (-123.0) | (0) | (+2.15) | 7.8 | 0.80 | -2.93 | +2.06 | +0.002 |
| 1.7 | 0.80 | -88.6 | +45.0 | +1.42 | 7.9 | 1.40 | -1.38 | +2.48 | -0.031 |
| | | (-85.0) | (0) | (+1.04) | 8.0 | 1.80 | +0.04 | +2.80 | -0.067 |
| 1.8 | 1.10 | -76.8 | +45.0 | +1.02 | 8.0 | 2.30 | +1.31 | +3.00 | -0.100 |
| | | (274.5) | (0) | (+0.72) | 8.0 | 2.70 | +1.90 | +2.99 | -0.114 |
| 1.9 | 1.40 | -68.9 | +45.0 | +0.72 | 8.0 | 3.00 | +2.41 | +2.99 | -0.126 |
| | | (-67.3) | (0) | (+0.50) | 8.0 | 3.40 | +2.81 | +2.99 | -0.136 |
| 2.0 | 1.80 | -62.3 | +45.0 | +0.44 | 8.0 | 3.80 | +3.12 | +2.73 | -0.141 |
| | | (-61.5) | (0) | (+0.29) | 15.0 | -1.00 | -12.7 | -5.40 | +0.421 |
| 2.0 | 2.30 | -57.6 | +45.0 | +0.16 | 15.0 | -0.60 | -7.96 | -3.20 | +0.261 |
| | | (57.3) | (0) | (+0.10) | 15.0 | -0.12 | -4.93 | -1.43 | +0.144 |
| 2.0 | 2.70 | -56.1 | +45.0 | 0.005 | 15.3 | 0.20 | -2.50 | -0.54 | 0.080 |
| | | (-55.8) | (0) | (-0.007) | 15.7 | 0.80 | -0.49 | +0.35 | +0.012 |
| 2.0 | 3.00 | -55.0 | +42.0 | -0.120 | 15.8 | 1.10 | +0.23 | +0.65 | -0.012 |
| | | (-55.0) | (0) | (-0.12) | 15.9 | 1.40 | +0.78 | +0.87 | -0.030 |
| 2.0 | 3.40 | -54.7 | +37.0 | -0.25 | 16.0 | 1.80 | +1.28 | +1.04 | -0.047 |
| | | (-54.7) | (0) | (-0.25) | 16.0 | 2.30 | +1.69 | +1.16 | -0.061 |
| 2.0 | 3.80 | -55.1 | +35.0 | -0.39 | 16.0 | 2.70 | +1.85 | +1.18 | -0.067 |
| | | (-55.1) | (0) | (-0.39) | 16.0 | 3.00 | +2.00 | +1.20 | -0.071 |
| 3.0 | -1.00 | -64.2 | -26.0 | -0.256 | 16.0 | 3.40 | +2.07 | +1.17 | -0.074 |
| 3.0 | -0.60 | -46.3 | -12.0 | -0.225 | 16.0 | 3.80 | +2.09 | +1.12 | -0.074 |
| 3.0 | -0.12 | -32.4 | -1.76 | -0.140 | 25.0 | -1.00 | -7.66 | -3.30 | +0.253 |
| 3.3 | 0.20 | -22.8 | +3.18 | -0.153 | 25.0 | -0.60 | -4.74 | -2.00 | +0.155 |
| 3.7 | 0.80 | -13.4 | +7.15 | -0.109 | 25.0 | -0.12 | -2.52 | -0.92 | +0.084 |
| 3.8 | 1.10 | -10.2 | +8.29 | -0.029 | 25.3 | 0.20 | -1.37 | -0.40 | +0.045 |
| 3.9 | 1.40 | -7.72 | +9.05 | +0.067 | 25.7 | 0.80 | -0.15 | +1.14 | +0.004 |
| 4.0 | 1.80 | -5.45 | +9.60 | +0.161 | 25.8 | 1.10 | +0.29 | +0.32 | -0.011 |
| 4.0 | 2.30 | -3.44 | +9.84 | +0.283 | 25.9 | 1.40 | +0.62 | +0.46 | -0.022 |
| 4.0 | 2.70 | -2.48 | +9.75 | +0.826 | 26.0 | 1.80 | +0.92 | +0.57 | -0.032 |
| 4.0 | 3.00 | -1.64 | +9.65 | +0.987 | 26.0 | 2.30 | +1.16 | +0.65 | -0.040 |
| 4.0 | 3.40 | -0.93 | +9.41 | +1.493 | 26.0 | 2.70 | +1.25 | +0.67 | -0.043 |
| 4.0 | 3.80 | -0.32 | +8.26 | +2.138 | 26.0 | 3.00 | +1.33 | +0.60 | -0.046 |
| 7.0 | -1.00 | -38.2 | -11.5 | +0.91 | 26.0 | 3.40 | +1.36 | +0.69 | -0.047 |

* Число в скобках соответствует значению за фронтом разрушений.

интенсивном взрыве (большие значения P_0), когда на начальной стадии вокруг полости среда вовлекается в пластическое течение и там распространяется сильная ударная волна уплотнения, упругая волна на далеких расстояниях от очага взрыва оказывается измененной не только качественно, но и количественно — учет указанных эффектов приводит к более интенсивному затуханию амплитуды волны с расстоянием и существенному (на порядок) увеличению ее длительности [4].

Поступила 14 XI 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорян С. С. Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушения твердых горных пород. ПММ, 1967, т. 31, вып. 4.
2. Талобер Ж. Механика горных пород. М., Госгортехиздат, 1960.
3. Багдасарян А. Б. Точные решения задачи о действии взрыва сосредоточенного заряда в хрупкой твердой среде. Изв. АН АрмССР, Механика, 1968, т. 21, № 5, 6.
4. Багдасарян А. Б. Григорян С. С. О действии взрыва в органическом стекле. ПМТФ, 1967, № 3.