

Р и с. 3

Второй фактор, как видно из рис. 2 и 3, оказывает некоторое влияние на процесс теплообмена в пласте только в диапазоне  $0 < \alpha < 1$ . При  $\alpha > 1$  с ростом  $\alpha$  процесс теплообмена существенно замедляется, а при  $\alpha > 10$  практически не зависит и от  $F_0$ , за исключением диапазона  $F_0 < 1$ , т. е. когда теплообмен между блоками породы и жидкостью незначителен.

Зависимости  $t_{0,9}(\alpha)$ , приведенные на рис. 2 и 3, соответствуют переменной трещиноватости пласта. Зависимость  $t_x(\alpha, m)$  имеет монотонно убывающий характер по  $\alpha$  и монотонно возрастающий по  $m$ , что обуславливается тем, что при жестком режиме отбора теплоносителя, когда дебиты нагнетательной и эксплуатационной скважин совпадают, скорость фильтрации теплоносителя, а следовательно, и интенсивность процесса теплообмена в пласте увеличиваются при росте  $\alpha$  и уменьшении  $m$ , поскольку то и другое приводит к распределению фиксированного расхода по меньшему объему пласта, занятому теплоносителем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Harlow F. H., Pracht W. E. A theoretical study oh geothermal energy extraction // J. Geophys. Res.— 1972.— V. 77, N 35.
2. Vinsome P. K. W., Westerveld J. A simple method for predicting cap and base rock heat losses in thermal reservoir simulators // J. Can. Petrol. Technol.— 1980.— V. 19, N 3.
3. Голф-Рахт Т. Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов.— М.: Недра, 1986.
4. Вукалович М. П. Термодинамические свойства воды и водяного пара.— М.: Энергия, 1965.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности.— М.: Высш. шк., 1967.
6. Булыгин В. Я., Локотунин В. А. Исследование неизоэтермической фильтрации двухфазной жидкости // Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости: Сб. науч. тр.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1977.
7. Рочч П. Вычислительная гидродинамика.— М.: Мир, 1980.

г. Новосибирск

Поступила 6/V 1992 г.,  
в окончательном варианте — 15/X 1992 г.

УДК 539.385+620.178.5

В. А. Долгоруков, В. Н. Шлянников

### ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ИНИЦИАЦИИ НАКЛОННЫХ ТРЕЩИН

Одним из важных элементов решений задач о несущей способности элементов конструкций с дефектами типа трещин, которые на практике ориентированы произвольным образом, является определение направления инициации разрушения  $\theta^*$ . Значение этого угла оказывает существенное влияние на характер траектории разрушения и как следствие на долговечность элементов конструкций [1—3]. Поэтому оценка  $\theta^*$  как одной из сторон критериального анализа в зависимости от краевых условий задач стала традиционным направлением изучения механики трещин. Обзор таких работ приведен в [4, 5].

В рамках таких исследований, однако, имеется ряд вопросов, не нашедших пока должного отражения в литературе, рассмотрение которых и есть цель настоящей работы. К числу таких вопросов относятся концептуальное обоснование подходов к решению задачи и анализ феноменологической стороны процесса в сравнении с экспериментальными данными.

© В. А. Долгоруков, В. Н. Шлянников, 1993

Основой работ по оценке угла  $\theta^*$  служат предположения о том, что направление разрушения обуславливает экстремальное значение некоторой параметрической характеристики. Одна из специфических сторон деформирования и разрушения в вершине трещины — локальность протекания процесса, обусловленная сингулярностью напряженно-деформированного состояния. Это приводит к тому, что адекватное определение  $\theta^*$  не может быть получено на основе лишь континуальной механики без явного учета структурных особенностей материала.

Средствами механики при локальном подходе можно получить (выбрать) лишь те соотношения, которые описывают наиболее общие закономерности, предопределяющие направление разрушения. Даже формально экстремальный анализ некоторой функции от  $\theta$  и критериальное исследование состояния, под которым в рамках инженерных подходов подразумевают сравнение текущей и предельно допустимой величин соответствующих параметров в рамках задач о трещине, не имеют непосредственной связи. Поэтому неслучайно, что сравнение результатов, полученных на основе различных энергетических, силовых, деформационных критериев и экспериментальных данных, показало, что ни один из них в полной мере не описывает особенностей материалов при оценке направления срагивания трещины. Поскольку задача определения угла разрушения  $\theta^*$  не связывается с задачей оценки собственно предельного состояния (нагрузок), результаты работ, приведенных в обзорах [4, 5], можно трактовать как исследование некоторых параметрических особенностей состояния материала в вершине трещины применительно к оценке направления ожидаемого разрушения. Эта особенность изучения  $\theta^*$  подчеркнута и использована в рамках нелинейного анализа [6].

Другая сторона проблемы состоит в предположении о том, что  $\theta^*$  определяет экстремальное значение лишь одного параметра, а это недостаточно для учета структурных особенностей процесса накопления и развития повреждений. В то же время в [7] отмечено, что разрушение только от нормальных напряжений, как и только от касательных, практически невозможно: наступление предельного состояния обусловлено способностью материала оказывать сопротивление как касательным, так и нормальным напряжениям. Подобные рассуждения можно перенести и на предпосылки, лежащие в основе любого критерия, полученного в рамках классической механики. Поэтому феноменологический подход к разработке теорий прочности имеет большие перспективы в рассматриваемом аспекте предельного состояния материала.

В [8] показано, что применительно к теории трещин многие феноменологические решения сводятся к теории прочности Писаренко — Лебедева [7]:

$$(1) \quad \chi \sigma_t + (1 - \chi) \sigma_l = \sigma_p$$

( $\chi = \sigma_p / \sigma_c$ ,  $\sigma_p$ ,  $\sigma_c$  — пределы прочности при растяжении и сжатии).

Авторами [4, 9, 10] отмечена возможность применения этого критерия для задач механики трещин, а в [9] предложено в рамках (1) использовать двучленное разложение для  $\sigma_t$  и  $\sigma_l$  в сингулярной области. Однако формальное распространение минимаксного анализа [10] на случай феноменологических критериев (в частности, критерия (1)) не учитывает его физическую сущность и приводит к некорректным ситуациям.

Соотношение (1) разработано сугубо к критериальному аспекту инженерных теорий прочности при сложном напряженном состоянии. Это значит, что применение левой части (1) в качестве параметрической характеристики требует специального обоснования. С другой стороны, как было отмечено выше, традиционный метод анализа  $\theta^*$  основан лишь на функциональной связи соответствующего выражения с полярным углом  $\theta$ . Поэтому феноменологичность (1), обусловленная применением разнофизических теорий, приводит к отсутствию достаточной обоснованности функции

$$\frac{\partial}{\partial \chi} (\chi \sigma_t(\theta) + (1 - \chi) \sigma_l(\theta)) = 0.$$

Этого можно избежать, если учесть особенности вывода (1), которые сводятся к предположению о том, что свойства (состояние) материала с учетом его микро-макро особенностей лежат в пределах между границами, получаемыми на основе теорий Мизеса и первой теории прочности с интерполяционными функциями по  $\kappa$ . Отсюда следует, что применительно к рассматриваемой проблеме критерий Писаренко — Лебедева следует переписать в виде

$$(2) \quad \kappa \theta^*(\sigma_r) + (1 - \kappa) \theta^*(\sigma_c) = \theta^*.$$

Можно предположить, что в такой постановке феноменологически можно учесть как структурные физические свойства материала посредством  $\kappa$ , так и многостадийность процесса деформирования и разрушения.

Достоверность соотношений типа (1), (2) обусловлена соответствующими оценками на основе выбранных теорий и степенью представительности структурных особенностей на основе  $\kappa$ . Концептуально в (2) должны входить теории, представляющие весь возможный диапазон по  $\theta^*$  для широкого круга материалов. Поэтому в условиях предельной концентрации напряжений за базовые в формулах типа (1), (2) могут быть приняты иные теории, анализ и разработка которых продолжают в настоящее время. Другой задачей, имеющей исходя из (2) самостоятельное значение, является оценка возможности применения параметра  $\kappa$ , а также определения типа функциональной связи на основе этой характеристики.

Главное требование для исследования влияния  $\kappa$  на характер изменения  $\theta^*$  — идентичность внешних краевых условий, что подразумевает эквивалентность как условий нагружения, так и геометрических факторов образцов, на которых проводились эксперименты. В основу анализа положены экспериментальные данные, полученные на ряде алюминиевых сплавов при циклическом двухосном нагружении [1]. Основные характеристики материалов приведены в таблице. Величина  $\kappa$  получена исходя из справочных данных по  $\sigma_r$  и  $\sigma_c$ . Результаты эксперимента в части направления страгивания трещины в зависимости от ее исходной ориентации  $\alpha$  при двухосном нагружении с соотношением двухосности  $\eta$  приведены на рис. 1, где штриховыми линиями обозначен диапазон изменения  $\theta^*$  в эксперименте при различных условиях нагружения, сплошными — кривые  $\theta^* = (\alpha, \eta)$ , полученные по простейшим одночленным вариантам теорий прочности, входящих в базовую модель (1). Из рис. 1 следует, что для решения задачи с учетом стадийности накопления и развития повреждений необходимо найти и использовать в (2) такие варианты теорий, которые обусловили бы достаточно широкий (охватывающий экспериментальные данные) диапазон верхних и нижних оценок  $\theta^*$ .

Анализ влияния величины  $\kappa$  целесообразно проводить безотносительно к виду (2) в части используемых теорий. Поэтому в качестве диапазона по  $\theta^*$  примем интервал, наблюдаемый в эксперименте в зависимости от свойств исследованных материалов. Далее, для наглядного представления особенностей инициации разрушения в условиях, когда диапазон  $\theta^*$  меняется, необходимо принять нормированную ось  $\theta^*$ . Для каждого конкретного случая

| Обозначения<br>рис. 1 | Сплав     | $E$ | $\sigma_b$ | $\sigma_{0,2}$ | $\delta$ ,<br>% | $\eta$ | $\kappa$ |
|-----------------------|-----------|-----|------------|----------------|-----------------|--------|----------|
|                       |           | МПа |            |                |                 |        |          |
| 1                     | АМг6      | 71  | 320        | 160            | 20,0            | 3,72   | 1,0      |
| 2                     | 01420Т    | 75  | 390        | 225            | 14,5            | 4,53   | 0,85     |
| 3                     | 1163АТ    | 72  | 439        | 285            | 19,5            | 4,94   | 0,85     |
| 4                     | Д16ЧАТ    | 72  | 445        | 310            | 18,7            | 9,68   | 0,8      |
| 5                     | 1201АТ    | 71  | 420        | 320            | 13,0            | 3,71   | 0,7      |
| 6                     | 1163АТВМО | 72  | 478        | 369            | 12,2            | 5,14   | 0,7      |
| 7                     | В95АТ1    | 72  | 563        | 506            | 11,0            | 10,05  | 0,5      |
| 8                     | 01419     | 70  | 345        | 300            | 9,0             | —      | 0,5      |

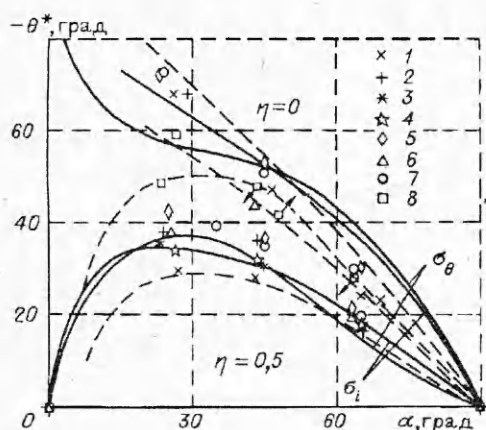


Рис. 1

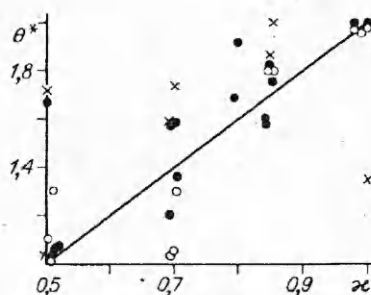


Рис. 2

нагружения за 1 прием верхнее значение диапазона  $\theta^*$ , за 2 — нижнее, т. е. для  $\eta = 0,5$ ,  $\alpha = 25^\circ$  1 соответствует  $\theta^* = -49^\circ$  (01419), 2 —  $\theta^* = -29^\circ$  (АМгб). В то же время при  $\eta = 0$ ,  $\alpha = 65^\circ$  1 отвечает  $\theta^* = -30,2^\circ$  (В95АТ1), а 2 —  $\theta^* = -23^\circ$  (АМгб). Тогда результаты экспериментов [1] можно представить так, как это показано на рис. 2. Линия отражает характер интерполяционных функций по  $\alpha$  в (2).

При анализе приведенных на рис. 2 данных необходимо принять во внимание следующее обстоятельство. Наиболее пригодными при проведении настоящего исследования являются те результаты, которые принадлежат наибольшему из наблюдаемых интервалов изменения  $\theta^*$ . Это имеет место при  $\eta = 0,5$ ,  $\alpha = 25$  и  $45^\circ$  (темные точки на рис. 2). Меньшую модельную чистоту имеют данные, полученные при одноосном растяжении (светлые точки), что объясняется сужением диапазона по  $\theta^*$  (по отношению к двухосному нагружению) и как следствие увеличением влияния метрологических погрешностей и стохастичности процесса. Из рис. 2 видно, что с уменьшением диапазона по  $\theta^*$  рассеивание точек увеличивается. Наибольший разброс данных наблюдается при  $\eta = 0,5$ ,  $\alpha = 65^\circ$  (обозначение  $\times$ ). Интерпретация данных рис. 1 по характеристике  $\kappa$  с учетом замечаний позволила установить закономерность разрушения, состоящую в том, что более пластичные материалы (АМгб) дают наименьший угол отклонения  $\theta^*$ , а более хрупкие — наибольший  $\theta^*$ . При этом последние (В95АТ1, 01419) проявляют особенности поведения по отношению к отмеченной закономерности в условиях двухосного нагружения. Так, при  $\eta = 0,5$  плохо коррелируют с моделью данные для В95АТ1, а для 01419 при одноосном растяжении отмечена диаметрально противоположная тенденция. Таким образом, в целом представленные результаты показывают корреляционную взаимосвязь экспериментальных данных и модельного описания направления срагивания трещины.

В результате исследования установлено, что в рамках локального подхода особенности деформирования и разрушения при инициации наклонных трещин можно моделировать, используя феноменологические соотношения типа (1). При этом необходимо учитывать их специфику, как это проиллюстрировано на примере рассмотрения теории Писаренко — Лебедева. Показано, что характеристика свойств материалов в виде отношения пределов прочности растяжения и сжатия при использовании ее в соотношениях типа (2) в целом позволяет более комплексно решать задачу о направлении и траектории разрушения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шлянников В. Н. Траектории развития криволинейных трещин в алюминиевых сплавах при двухосном циклическом нагружении // Пробл. прочности. — 1991. — № 6.
2. Шлянников В. Н. Методы прогнозирования долговечности для смешанных мод циклического нагружения // Завод. лаб. — 1992. — № 1.
3. Ярема С. Я. Распространение криволинейных трещин в пластинах // Изв. АН СССР. МТТ. — 1988. — № 2.

4. Ярема С. Я., Иваницкая Г. С. Предельное равновесие и развитие косых трещин. Обзор критериев // ФХММ.— 1986.— Т. 22, № 1.
5. Шлянников В. Н. Смешанные моды развития трещин при сложном напряженном состоянии // Завод. лаб.— 1990.— № 6.
6. Долгоруков В. А. Упругопластические характеристики состояния материалов для плоских несимметричных задач механики трещин при двухосном нагружении: Автореф. дис. канд. техн. наук.— М., 1992.
7. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии.— Киев: Наук. думка, 1976.
8. Красовский А. Я. Хрупкость металлов при низких температурах.— Киев: Наук. думка, 1980.
9. Шлянников В. Н., Иваньшин Н. А. Коэффициенты интенсивности напряжений для трещин сложной формы при двухосном нагружении произвольного направления // Изв. вузов. Авиац. техника.— 1983.— № 4.
10. Дель Г. Д., Соляник А. С., Чебаевский Б. П. Определение предельных нагрузок для тела с трещиной по критериям сопротивления материалов // ФХММ.— 1977.— Т. 13, № 4.

г. Казань

Поступила 8/VI 1992 г.,  
в окончательном варианте — 7/IX 1992 г.

УДК 539.3:624.07:629.7

*В. Н. Максименко*

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ И РАСКРЫВАЮЩИХ ТРЕЩИНУ НАПРЯЖЕНИЙ ПО СКАЧКАМ СМЕЩЕНИЙ ЕЕ БЕРЕГОВ

Коэффициенты интенсивности напряжений (КИН), контролирующие рост трещин, согласно принципу суперпозиции, можно вычислить через распределение номинальных (раскрывающих) напряжений, действующих на месте трещины в неповрежденной конструкции. В эксплуатируемой конструкции указанные напряжения могут существенно отличаться от расчетных. Различные расчетно-экспериментальные методы используются для определения номинальных напряжений (вырезание слоев, сверление отверстий, нанесение надрезов [1—5]) и КИН по полям деформаций в области перед вершиной трещины (тензометрия, регистрация раскрытия вблизи вершины трещины с помощью датчиков или компьютерной обработки визуальных изображений, лазерные спекл-методы, фотоупругие и голографические методы [4—10] и др.). К недостаткам указанных методов в большинстве случаев относятся: трудоемкость этапов механической обработки, ограниченность процедур расчета какой-нибудь конкретной конфигурацией, определенный произвол и недостаточная обоснованность их использования.

В настоящей работе на основе интегральных представлений решений задач упругого равновесия анизотропных пластин, ослабленных криволинейным разрезом (трещиной), предложен метод, позволяющий по найденным для нескольких точек экспериментальным скачкам смещений берегов трещины рассчитывать КИН первого и второго рода, а также распределение номинальных напряжений на линии трещины в сложных составных элементах конструкций из металлических сплавов и композитных материалов. Проведена оценка точности и эффективности предложенного подхода путем математического моделирования ряда практически важных задач и сопоставления с данными экспериментов.

1. Выделим в нагруженной конструкции плоский элемент, представляющий собой пластину из упругого прямолинейно анизотропного (в частности, изотропного) материала и занимающий в плоскости  $xOy$  конечную