ных молекул. При относительных энергиях столкновения, больших 9 ε_1, величина колебательной энергии, приобретаемой молекулой, может стать меньше, чем для невозбужденной молекулы. Как видно из фиг. 3,*в*, эффективность возбуждения последних при энергиях столкновения, превышающих 9 ε_1, несколько выше. Следует заметить, что при малых относительных энергиях столкновения ($\sim 0.1\ \varepsilon_1$) колебательно возбужденные молекулы теряют небольшую часть своей колебательной энергии. Однако во всех случаях величина потерь настолько мала, что не может быть показана в масштабе фигуры 3,*в*.

На основании данных фиг. 3,*в* можно сделать вывод, что в среднем для колебательно возбужденной молекулы в диапазоне энергий, представляющих интерес для практики, при столкновении имеет место лишь дополнительное возбуждение, а дезактивации не происходит. Поэтому колебательные степени свободы могут, по-видимому, быть только отрицательным источником теплового потока.

Сравнивая описанные выше результаты с имеющимися для столкновения молекул, можно отметить качественное их согласие. Так, например, согласно [2], вероятность диссоциации возбужденной молекулы чрезвычайно мала, даже если поступательная энергия сталкивающихся молекул больше энергии связи. Диссоциация осуществляется с верхних колебательных уровней, энергия которых близка к энергии диссоциации, причем поступательная энергия может в этом случае не отличаться от средней тепловой энергии.

В работах [3, 4] показано, что при столкновении молекул сечение для колебательного перехода на первый уровень становится порядка газокинетического (вероятность перехода становится близкой к единице) при энергиях столкновения, на порядок превышающих величину колебательного кванта.

В заключение автор благодарит Ю. Н. Беляева, принимавшего участие в проведении расчетов, и А. И. Осипова — за полезное обсуждение результатов.

Поступила 18 IV 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Леонас В. Б. Об обмене энергией при столкновении частиц с твердой стенкой. ПМТФ, 1963, № 6, стр. 124.
2. Ступоченко Е. В., Осипов А. И. О механизме термической диссоциации двухатомных молекул. Ж. физ. химии, 1958, т. 32, стр. 1673.
3. Bauer E. Exitation of Molecular Vibration on Collision. J. Chem. Phys., 1958, vol. 29, p. 26.
4. Salkoff M., Bauer E. Vibrational Relaxation Times in Oxygen. J. Chem. Phys., 1959, vol. 30, в. 1614.

ИЗОТРОПНЫЕ ПОПРАВКИ К МАКСВЕЛЛОВСКИМ ФУНКЦИЯМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ПЛАЗМЕ И СКОРОСТЬ ОБМЕНА ЭНЕРГИЕЙ

Г. С. Бисноватый-Коган *(Москва)*

Изотропная поправка к электронной максвелловской функции распределения в двутемпературной полностью ионизованной плазме найдена в работе [1] путем непосредственного решения кинетического уравнения для электронов. В данной работе такая поправка находится методом Чепмена — Энскога [2], примененным к двутемпературной плазме [3]. Это позволяет найти поправки к функциям распределения и электронов и тяжелых частиц. Рассматривается случай частично ионизованной плазмы. Получено выражение скорости обмена энергией между электронами и тяжелыми частицами для произвольного закона взаимодействия с учетом первых поправок.

Представим изотропную часть функции распределения в виде

$$f_\alpha = f_\alpha{}^\circ (1 - F_\alpha) \tag{1}$$

Здесь $f_\alpha{}^\circ$ — максвелловская функция распределения частиц сорта α, индекс $\alpha = 1, 2, 3$ соответственно для однозарядных ионов, электронов и нейтралов. Температура электронов T_2 отличается от температуры тяжелых частиц $T = T_1 = T_3$. Используя решение работы [3], получим систему уравнений для F_α

$$\sum_{\beta=1}^{3} J_{\alpha\beta} (f_\alpha{}^\circ f_\beta{}^\circ) = I_\alpha (F_\alpha) \quad (\alpha=1, 2, 3) \tag{2}$$

Интегралы $J_{\alpha\beta}$ и I_α определены в [3]. Система (2) решается в виде разложения в ряд по полиномам Сонина $S_{1/2}^{(p)}(x)$, определенным в [2]

$$F_\alpha = \sum_{r=2}^{\infty} g_{\alpha r} S_{1/2}^{(r)}(u_\alpha^2) \tag{3}$$

Здесь u_α — безразмерная скорость частицы в системе координат, движущейся с центром инерции смеси. Разложение начинается со второго полинома, чтобы поправки не меняли плотность n_α и температуру T_α. Оставляя в разложении (3) один полином, получим решение в виде

$$g_{12} = \frac{\psi_{12}}{c_{22}^{11}}\theta_1, \qquad g_{22} = \frac{\psi_{22}}{c_{22}^{22}}, \qquad g_{32} \frac{\psi_{32}}{c_{22}^{33}}\theta_3$$

Здесь

$$\theta_1 = \frac{1 - (\psi_{32}c_{22}^{13} / \psi_{12}c_{22}^{33})}{1 - [(c_{22}^{13})^2 / c_{22}^{11}c_{22}^{33}]}, \qquad \theta_3 = \frac{1 - (\psi_{12}c_{22}^{31} / \psi_{32}c_{22}^{11})}{1 - [(c_{22}^{13})^2 / c_{22}^{11}c_{22}^{33}]} \tag{4}$$

$$\psi_{12} = \frac{9}{2}\frac{n_1}{\tau_2}\frac{T_2 - T}{T_2}\frac{m_2^2}{m^2}, \qquad \psi_{32} = \frac{n_2 n_3}{n_2 + n_3}\frac{T_2 - T}{T}\frac{m_2^2}{m^2}\frac{1}{\tau_{23}}\left(z_1\frac{T}{T_2} - z_2\frac{T_2 - T}{T}\right)$$

$$\psi_{22} = -\frac{T_2 - T}{T_2}\frac{m_2}{m}\left[\frac{9}{2}\frac{n_1}{\tau_2} + \left(z_1 + \frac{m_2}{m}\frac{T_2 - T}{T_2}z_2\right)\frac{n_2 n_3}{n_2 + n_3}\frac{1}{\tau_{23}}\right] \tag{5}$$

$$c_{22}^{11} = \frac{3}{2}\frac{n_1}{\tau_1} + \frac{z_3}{\tau_{13}}\frac{n_1 n_3}{n_1 + n_3} + \frac{15}{2}\frac{n_1}{\tau_2}\frac{m_2}{m}, \qquad c_{22}^{12} = c_{22}^{32} = c_{22}^{21} = c_{22}^{23} = 0 \tag{6}$$

$$c_{22}^{13} = c_{22}^{31} = -\frac{z_4}{\tau_{13}}\frac{n_1 n_3}{n_1 + n_3} \qquad c_{22}^{33} = \frac{1}{2}\frac{n_3}{\tau_3} + \frac{z_3}{\tau_{13}}\frac{n_1 n_3}{n_1 + n_3} + \frac{z_7}{\tau_{23}}\frac{n_2 n_3}{n_2 + n_3}\frac{m_2}{m}$$

$$c_{22}^{22} = \frac{3\sqrt{2}}{4}\frac{n_2}{\tau_2} + 3\left(\frac{69}{16}\frac{T}{T_2} - \frac{17}{16}\right)\frac{n_1}{\tau_2}\frac{m_2}{m} + \left(z_5\frac{T}{T_2} - z_6\frac{T_2 - T}{T_2}\right)\frac{m_2}{m}\frac{n_2 n_3}{n_2 + n_3}\frac{1}{\tau_{23}}$$

$$\tau_1 = \frac{3\sqrt{m}(kT)^{3/2}}{4\sqrt{\pi}\lambda_1 e^4 n_1}, \qquad \tau_3 = \frac{1}{8\sqrt{\pi}\,\Omega^{(2,2)*}\sigma^2}\left(\frac{m}{kT}\right)^{1/2}\frac{1}{n_3}$$

$$\tau_2 = \frac{3\sqrt{m_2}(kT_2)^{3/2}}{4\sqrt{2\pi}\,\lambda_2 e^4 n_2}, \qquad \lambda_\alpha = \frac{1}{2}\ln\frac{k^3 T_\alpha^{\,2} T T_2}{\pi e^6 (n_1 T + n_2 T_2)} \qquad (\alpha = 1, 2) \tag{7}$$

При этом масса ионов и нейтралов считается одинаковой $m = m_1 = m_3$, e — абсолютная величина заряда электрона, k — постоянная Больцмана. Взаимодействие между заряженными частицами является кулоновским, для взаимодействия между нейтралами принимался потенциал Ленарда — Джонса. Расчеты для этого потенциала и таблицы для $\Omega^{(2,2^*)}$ и σ имеются в [4]. Имеем также

$$\frac{z_1}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 16\left[\frac{5}{2}\Omega_{23}^{(1)}(1) - \Omega_{23}^{(1)}(2)\right], \qquad \frac{z_2}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 16\left[2\Omega_{23}^{(1)}(2) - \Omega_{23}^{(2)}(2)\right]$$

$$\frac{z_3}{(n_1 + n_3)\tau_{13}} = 8\left[\frac{35}{32}\Omega_{13}^{(1)}(1) - \frac{5}{8}\Omega_{13}^{(1)}(2) + \frac{1}{8}\Omega_{13}^{(1)}(3) + \frac{1}{8}\Omega_{13}^{(2)}(3)\right]$$

$$\frac{z_4}{(n_1 + n_3)\tau_{13}} = 8\left[\frac{35}{32}\Omega_{13}^{(1)}(1) - \frac{5}{8}\Omega_{13}^{(1)}(2) + \frac{1}{8}\Omega_{13}^{(1)}(3) - \frac{1}{8}\Omega_{13}^{(2)}(3)\right] \tag{8}$$

$$\frac{z_6}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 16\left[\frac{75}{16}\Omega_{23}^{(1)}(1) - \frac{65}{8}\Omega_{23}^{(1)}(2) + \frac{15}{4}\Omega_{23}^{(1)}(3) - \frac{1}{2}\Omega_{23}^{(1)}(4)\right]$$

$$\frac{z_5}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 16\left[\frac{25}{4}\Omega_{23}^{(1)}(1) - 5\Omega_{23}^{(1)}(2) + \Omega_{23}^{(1)}(3)\right], \qquad \frac{z_7}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 40\,\Omega_{23}^{(1)}(1)$$

Интегралы $\Omega_{\alpha\beta}^{(l)}(p)$ определены в [3]. В соотношениях (5) пренебрегалось величинами $\sim (m_2 / m)$ по сравнению с единицей, в соотношениях (6) пренебрегалось величинами $\sim (m_2 / m)^2$. Если взаимодействие между нейтральными и заряженными частицами принять максвелловским, то

$$\tau_{13} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{\varphi_1}(n_1 + n_3)}, \qquad \tau_{23} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{\varphi_2}(n_2 + n_3)}$$

$$z_1 = 0, \quad z_2 = 19.2, \quad z_3 = 5.35, \quad z_4 = 1.7, \quad z_5 = -z_6 = z_7 = 19.9 \tag{9}$$

Величины φ_1 и φ_2 оценены в [3]. Из (4) — (9) следует, что закон взаимодействия между электронами и нейтралами сильно влияет на величину и знак изотропных поправок. Используя определение скорости обмена энергией $Q_2 = -Q_1 - Q_3$, данное в [3], и соотношения (1) — (3), получим, учитывая первую поправку к изотропной функции распределения и пренебрегая величинами $\sim (m_2 / m)^3$

$$Q_2 = Q_{21} + Q_{23}$$

$$Q_{2\alpha}{}^1 = Q_{2\alpha}{}^0 + 16\frac{m_2}{m} g_{22}kT\left\{\frac{5}{2}\Omega_{\alpha 2}{}^{(1)}(1) - \Omega_{\alpha 2}{}^{(1)}(2) - \right.$$
$$\left. - \frac{T_2 - T}{T}\left[\frac{15}{8}\Omega_{\alpha 2}{}^{(1)}(1) - \frac{5}{2}\Omega_{\alpha 2}^{(1)}(2) + \frac{1}{2}\Omega_{\alpha 2}{}^{(1)}(3)\right]\right\} n_2 n_\alpha \quad (\alpha = 1, 3) \tag{10}$$

Здесь $Q_{\alpha\beta}$ — скорость обмена энергией между частицами сорта α и β. Величина $Q_{\alpha\beta}{}^0$ вычисляется для разнотемпературных максвелловских распределений частиц α и β. Ее можно вычислить точно для произвольного значения m_α / m_β. Получаем

$$Q_{\alpha\beta}{}^0 = 16 n_\alpha n_\beta \frac{m_\alpha m_\beta}{(m_\alpha + m_\beta)^2} k (T_\alpha - T_\beta)\Omega_{\alpha\beta}{}^{(1)}(1) \tag{11}$$

Общее выражение для $\overset{\circ}{Q}_{\alpha\beta}$ получено в работе [5] в другом виде. Для модели упругих шаров результат работы [5] совпадает с (11). Для кулоновского взаимодействия (11) совпадает с результатом работы [6]. В случае полностью ионизованной плазмы из (10) и (11) имеем

$$Q_{21}{}^1 = \frac{3n_1 k(T_2 - T)}{\tau_2}\frac{m_2}{m}\left\{1 - \left[\frac{m_2}{m}\frac{T}{T_2}\frac{45}{4\sqrt{2}}\left(1 - \frac{1}{5}\frac{T_2}{T}\right)\frac{n_1}{n_2}\right]\right\} \times$$
$$\times\left\{\left[1 + \left(\frac{69}{4\sqrt{2}}\frac{T}{T_2} - \frac{17}{4\sqrt{2}}\right)\frac{n_1 m_2}{n_2 m}\right]\right\}^{-1} \tag{12}$$

Вычисление интегралов $\Omega_{\alpha\beta}^{(p)}(q)$ для кулоновского взаимодействия имеется в [2]. Для случая квазинейтральной плазмы выражение (12) хорошо совпадает с более точным результатом, полученным в [1]. Место сложной функции $\psi(x)$, определенной в [1], здесь занимает функция

$$\varphi(x) = \frac{1}{1 + (69/4\sqrt{2}\,x)}, \qquad x = \frac{mT_2}{m_2 T} \tag{13}$$

Разница между значениями функций $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ видна из таблицы, которая здесь приведена справа

$x =$	10	20	30	40	100	∞
$\psi =$	0.32	0.52	0.62	0.7	0.9	1
$\varphi =$	0.45	0.63	0.71	0.77	0.9	1

Следует отметить, что в гидродинамическом приближении магнитное поле не влияет на изотропную поправку.

В случае кулоновского взаимодействия при $m_\alpha / m_\beta \ll 1$ выражение (11) переходит в формулу Ландау [7]. Результат работы [5] для кулоновского взаимодействия не совпадает с [6, 7]. На это было указано в работе [8], где для общего выражения скорости обмена энергией при разнотемпературных максвелловских распределениях получена приближенная оценка.

Поступила 8 XII 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Байков И. С., Рамазашвили Р. Р. О релаксации температуры заряженных частиц в плазме. Ж. техн. физ., 1963, т. 33, № 7, стр. 890.
2. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. Изд. иностр. лит., 1960.
3. Бисноватый-Коган Г. С. Перенос тепла и диффузия в частично ионизованной двутемпературной плазме. ПМТФ, 1964, № 3.
4. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. Изд. иностр. лит., 1961.
5. Desloge E. A. Energy exchange between gases at different temperatures. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No 10, p. 1223.
6. Коган В. И. О скорости выравнивания температур заряженных частиц в плазме. Сб. «Физ. плазмы и управляемые термоядерные реакции». 1958, т. 1, стр. 30.
7. Ландау Л. Д. Кинетическое уравнение в случае кулоновского взаимодействия. Ж. эксперим и теор. физ., 1937, т. 7, вып 2 стр. 203.
8. Гуров К. П. О времени релаксации в двутемпературной смеси классических газов. Ж. эксперим. и теор. физ., 1964, т. 46, № 5, стр. 1641.