

верхности горения в электропроводность прогретого слоя и соответственно к уменьшению расчетной погрешности. Так, экспериментально измеренная электропроводность поверхности горения пороха Π составляет $\sigma_{\text{эф}} = 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ (при $T_{\text{п}} = 660 \text{ К}$).

Задаваясь градиентом температуры вблизи поверхности пороха 6 К/мкм [3], можно определить толщину прогретого слоя $\delta = (T_{\text{п}} - T_0) / (dT/dx)_{x=0}$. Принимая для баллиститного пороха $T_{\text{п}} = 660 \text{ К}$, $T_0 = 330 \text{ К}$, а также учитывая $\rho_{\text{эф}} = 10^2 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, с помощью выражений (1) и (9) можно рассчитать отклонение измеренной $T_{\text{ш}}$ от действительной $T_{\text{п}}$ при разной толщине λ реакционного слоя в к-фазе. Учитывая громоздкость выражения (9), расчеты проводили с помощью ЭВМ.

Расчет зависимости $\alpha = (T_{\text{п}} - T_{\text{ш}}) / T_{\text{п}}$ от толщины реакционного слоя λ по формуле (9) с учетом $z_{\text{эф}}(x) = \rho(x) / \rho_{\text{эф}}$ дал следующие результаты:

λ , мкм	2	5	10	20	40
α , %	1,4	0,6	0,3	0,16	0,07

Видно, что реальная погрешность измерения температуры меньше 1%.

Таким образом, измеряемая шумовая температура поверхности пороха практически не отличается от действительной из-за малого влияния подповерхностных слоев пороха. Последнее связано с их различием в электрофизических свойствах.

Поступила в редакцию 11/III 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. С. Иващенко, В. М. Зенченко. ФГВ, 1979, 15, 4, 19.
2. Ю. С. Иващенко, В. М. Зенченко. ФГВ, 1981, 17, 5, 127.
3. А. Сэбедэл, Д. Виноград, М. Саммерфилд. РТК, 1965, 3, 9, 16.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОРИОЛИСОВЫХ И ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ НА РАЗВИТИЕ ПОЛУОГРАНИЧЕННЫХ ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩИХ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ

В. К. Баев, М. А. Гороховский, С. Ю. Рыбаков
(Новосибирск, Алма-Ата)

1. Движение жидкости в поле кориолисовых и центробежных сил встречается во многих инженерных приложениях (рабочее колесо турбомашин, охлаждающие тракты турбинных лопаток и т. п.). При этом в ряде задач необходимо исследовать влияние кориолисовых и центробежных сил на процессы тепло- и массообмена в струйных турбулентных течениях.

Обзор литературы по вопросу влияния вращения на течение в турбомашинных дан в [1]. В теоретических работах [2, 3] в рамках параболической модели приведены расчеты течений во вращающихся каналах. Следует также отметить работу [4] по численному моделированию турбулентных следов за лопатками рабочего колеса турбомашин.

2. На рис. 1 приведена конфигурация анализируемого в настоящей работе течения. Из щели размером L_0 истекает плоская струя жидкости с некоторой скоростью U_0 и распространяется вдоль полубесконечной пластины, равномерно вращающейся с угловой скоростью Ω . Предполагается, что течение в струе стационарно и развивается во вращающемся совместно с пластиной пространстве. На этом же рисунке показано рас-

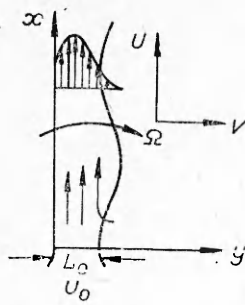


Рис. 1. Схема распространения струи вдоль вращающейся пластины.

положение осей декартовой системы координат, вращающейся вместе с пластиной с угловой скоростью Ω : ось x совпадает с доминирующим направлением развития потока (вдоль пластины); ось y направлена нормально к пластине.

Далее предполагается, что зоны рециркуляции в течении отсутствуют; значения локальных чисел Рейнольдса достаточно велики, чтобы пренебречь диффузией массы, теплом, тепла в доминирующем направлении развития потока; поле давления вниз по потоку не влияет на поле давления вверх по потоку. С учетом этих допущений уравнения переноса основных транспортных величин осредненного течения записываются в проекции на координатные направления x и y в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho UV) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_{\text{эфф}}}{Pr_t} \frac{\partial U}{\partial y} \right) - 2\rho V\Omega - \rho y\Omega^2 = -\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho UV) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V^2) + 2\rho U\Omega - \rho x\Omega^2 = -\frac{\partial p}{\partial y},$$

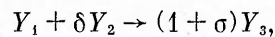
$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho UH) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho VH) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_{\text{эфф}}}{Pr_t} \frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho UV_i) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho VY_i) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_{\text{эфф}}}{Pr_t} \frac{\partial Y_i}{\partial y} \right) = \langle \dot{S}_i \rangle, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V) = 0,$$

где $\mu_{\text{эфф}}$ — эффективная вязкость; H — полная энтальпия, определяемая формулой $H = c_p T + QY_i$, а газовая смесь предполагается калорически совершенной и подчиняется уравнению состояния идеального газа.

При моделировании горения рассматривается одноступенчатая необратимая химическая реакция



где Y_1, Y_2, Y_3 — массовые концентрации соответственно топлива, окислителя, продукта; σ — стехиометрический коэффициент. Формальные параметры этой реакции аппроксимируют кинетику и тепловой эффект реакции горения метана в воздухе. Источниковый член в уравнении переноса компонентов смеси взят в форме Аррениуса (без учета влияния температурных пульсаций), при этом линеаризация источника проведена в соответствии с рекомендациями [5, 6].

3. Анализ течения с помощью теории подобия [7] показывает, что решение гидродинамической задачи является функцией следующих величин:

$$U/U_0, \quad V/L_0\Omega = f(x \cdot \Omega/U_0, y/L_0, \nu/L_0^2\Omega).$$

Вводя критерии Экмана и Рейнольдса

$$\mathcal{E}_0 = \frac{L_0^2\Omega}{\nu}, \quad Re_0 = \frac{U_0 L_0}{\nu}, \quad Re_x = \frac{x\Omega}{U_0} = \frac{x^2\Omega}{\nu} \cdot \frac{\nu}{U_0 x},$$

перепишем соотношение (5) в виде

$$U/U_0, V/U_0 \cdot Re_0/\mathcal{E}_0 = F(\mathcal{E}_x/Re_x, y/L_0, \mathcal{E}_0).$$

Отметим, что порядок эффектов за счет действия кориолисовых и центробежных сил определяется соответственно величинами \mathcal{E}_0/Re_0 и $(\mathcal{E}_0/Re_0)^2$

и может быть существен при числах Росби

$$Ro = \frac{\Theta_0}{Re_0} = \frac{L_0 \Omega}{U_0} \geq 0,01.$$

4. Для описания турбулентного обмена запишем полную систему уравнений для пульсационных моментов $\langle u'_i u'_j \rangle$, $\langle u'_i t' \rangle$ во вращающейся с угловой скоростью Ω декартовой системе координат:

$$\begin{aligned} & \underbrace{U_i \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i u'_k \rangle}_{1} + \underbrace{\langle u'_k u'_i \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{2} + \underbrace{\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial U_k}{\partial x_j}}_{3} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i u'_j u'_k \rangle}_{3} + \\ & + \underbrace{2\Omega_l (\varepsilon^{ilm} \langle u'_m u'_k \rangle + \varepsilon^{klm} \langle u'_m u'_i \rangle)}_{4} + \underbrace{\nu \left(\left\langle u'_k \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_l \partial x_j} \right\rangle + \left\langle u'_i \frac{\partial^2 u'_k}{\partial x_l \partial x_j} \right\rangle \right)}_{5} = \\ & = - \underbrace{\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \langle u'_k p' \rangle + \frac{\partial}{\partial x_k} \langle u'_i p' \rangle \right)}_{6} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\underbrace{U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i t' \rangle}_{1} + \underbrace{\langle u'_j u'_i \rangle \frac{\partial T}{\partial x_j}}_{2} + \underbrace{\langle u'_j t' \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{3} - \underbrace{2\varepsilon^{ijk} \Omega_j \langle u'_k t' \rangle}_{4} = - \underbrace{\left\langle \frac{p'}{\rho} \frac{\partial t'}{\partial x_i} \right\rangle}_{6}, \quad (8)$$

где 1 — конвекция; 2 — генерация; 3 — перенос пульсациями скорости; 4 — действие кориолисовых сил; 5 — вязкая диссипация; 6 — обменный член.

Традиционные способы расчета турбулентных течений, как правило, основаны на использовании k - ε -модели турбулентности [8]. При этом уравнение для кинетической энергии турбулентности (КЭТ) получается сверткой уравнения (7)

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P - \varepsilon + c_k \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k/\varepsilon \cdot \langle u'_i u'_i \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), \quad (9)$$

а для расчета «изотропной» вязкой диссипации ε строится транспортное уравнение

$$U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + c_{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k}{\varepsilon} \langle u'_j u'_i \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right), \quad (10)$$

где P — генерация КЭТ. Однако вращение не вызывает изменения КЭТ, так как источники члены в уравнениях (9), (10), связанные с кориолисовыми силами, равны нулю. Кроме того, в рамках k - ε -модели явление анизотропии поля турбулентности не рассматривается. Поэтому при математическом описании турбулентного смешения необходимо использовать соотношения для пульсационных моментов $\langle u'^2 \rangle$, $\langle v'^2 \rangle$, $\langle u'v' \rangle$ и т. д.

В соответствии с общепринятыми представлениями Ротта — Лаундера [9, 10], вклад кориолисовых сил при моделировании обменного члена в уравнениях (7), (8) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \left\langle p' \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle & \sim \dots - 2c_{2c} \Omega \langle v' u' \rangle, \quad i = 1, j = 2, \\ \left\langle p' \frac{\partial t'}{\partial x_j} \right\rangle & \sim \dots - 2c_{2c} \Omega \langle v' t' \rangle, \quad j = 2, \end{aligned} \quad (11)$$

где многоточием обозначены известные выражения, описывающие так называемые турбулентную и среднедеформационную части обменного члена [11]. Аналогично [12] демпфирующее влияние стенки на поперечные пульсации скорости моделируется включением поправки к нормальной компоненте обменного тензора.

В рамках алгебраического моделирования напряжений [10, 13] с помощью соотношений (7), (8), (11) получим выражения, определяющие пульсационную структуру течения

$$\langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} k \frac{c_1 - 1 + c_2 p/\varepsilon + 6\Omega \langle u'v' \rangle/\varepsilon}{c_1 + p/\varepsilon - 1} \cdot G_2, \quad (12)$$

$$-\langle u'v' \rangle = \frac{(1 - c_2 + 3/2 c_2 c_2' f) v'^2}{(c_1 + 3/2 c_1' f) k} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial y} - 2\Omega \frac{k}{\varepsilon} \frac{\langle u'^2 \rangle - \langle v'^2 \rangle}{c_1 + 3/2 c_1' f}, \quad (13)$$

$$\langle u' \rangle^2 = \frac{2}{3} k \frac{c_1 - 1 + 3/2 c_1' f \cdot \langle v'^2 \rangle/k + P/\varepsilon (c_2 + 3 - \frac{3}{2} c_2 c_2' f)}{c_1 - 1 + P/\varepsilon} - 4\Omega k \frac{P/(\varepsilon \frac{\partial U}{\partial y})}{c_1 - 1 + P/\varepsilon}, \quad (14)$$

$$\langle v't' \rangle = - \frac{\langle u'v' \rangle - \langle v'^2 \rangle \cdot \beta/\gamma}{\left(\frac{\partial U}{\partial y} - 2\Omega \right) (1 - c_2 c) + c_{1c}' \alpha_{12} \frac{\varepsilon}{k} \cdot \frac{\beta}{\gamma} \Delta} \cdot \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (15)$$

где

$$G_2 = \frac{1 - \frac{2c_2 c_2' P/\varepsilon f}{c_1 - 1 + c_2 P/\varepsilon [1 + 6\Omega/(c_2 \partial U/\partial y)]}}{1 + 2 \frac{c_1' f}{c_1 - 1} + P/\varepsilon}, \quad (16)$$

$$\beta = (c_{1c} + c_{1c}' \alpha_{11}) \varepsilon/k,$$

$$\Delta = (c_{1c} + c_{1c}' \alpha_{22}) \varepsilon/k, \quad (17)$$

$$\gamma = 2\Omega (1 - c_2 c) + c_{1c}' \frac{\varepsilon}{k} \alpha_{21},$$

а коэффициент α_{ii} является безразмерной анизотропной частью напряжения Рейнольдса $(\langle u'_i u'_i \rangle/k - \frac{2}{3} \delta_{ii})$. Значения k и ε рассчитываются из уравнений (9), (10), приведенных к параболической форме.

В работе используется концепция вихревой вязкости в форме Колмогорова — Прандтля:

$$\mu_{\text{эфф}} = \mu + c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon},$$

где

$$c_\mu = \frac{\langle v'^2 \rangle (1 - c_2)}{k} \frac{1 + \frac{3}{2} \frac{c_2 c_2' f}{1 - c_2}}{c_1} = \frac{\langle v'^2 \rangle}{k} \frac{1 - c_2}{c_1} G_1.$$

Подставляя выражение для $\langle v'^2 \rangle/k$, найдем, что $c_\mu = 0,09 G_1 G_2$.

Турбулентное число Прандтля, записанное, согласно определению [11], в форме $Pr = \frac{\langle u'v' \rangle \partial T/\partial y}{\langle v't' \rangle \partial U/\partial y}$, рассчитывается с помощью соотношений (13), (15).

4. Вкратце этапы вычислительного алгоритма заключались в следующем:

а) из «статического» аналога уравнения (1), а именно

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -2\Omega \rho U + \rho y \Omega^2,$$

ищется предварительное распределение давления;

б) методом контрольного объема [14] решаются уравнения количества движения. При этом поперечная компонента уравнения импульсов

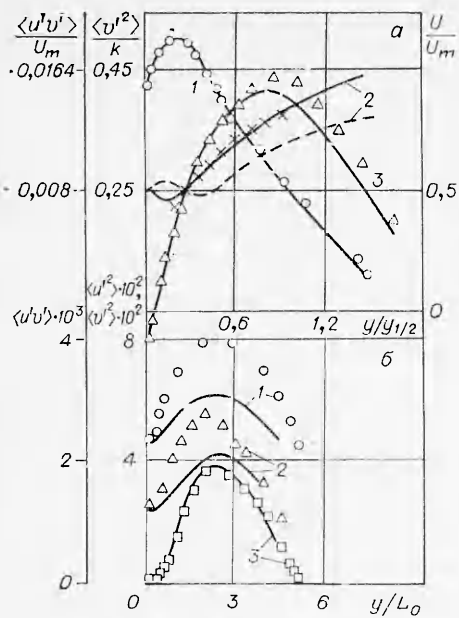


Рис. 2. Сравнение численных распределений с экспериментальными.

а) поперечные профили: 1 — U/U_m , 2 — $\langle v'^2 \rangle/k$, 3 — $\langle u'v' \rangle/U_m^2$ (○, △, × — данные [17], — — — расчет [10]); б) значения пульсационных характеристик: 1 — $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}/U_0^2$, 2 — $\sqrt{\langle v'^2 \rangle}/U_0^2$, 3 — $\langle u'v' \rangle/U_0^2$ при $x/L_0=40$ (○, △, □ — данные [18]).

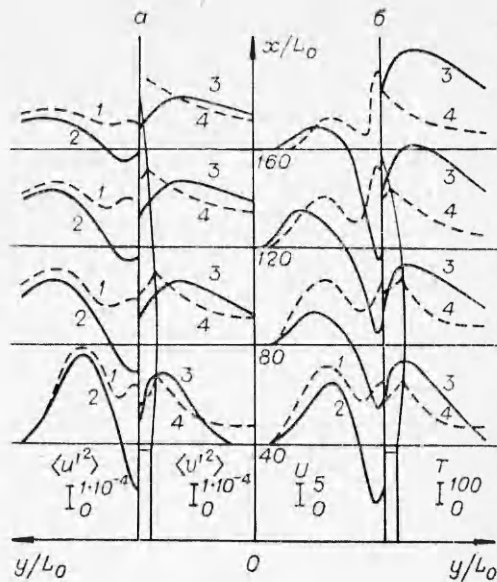


Рис. 3. Влияние вращения пластины на развитие диффузионного факела.

а) $\Omega = 0$ c⁻¹; б) $\Omega = 25$ c⁻¹; 1 — $\langle v'^2 \rangle/U_0^2$, 2 — $\langle u'v' \rangle/U_0^2$, 3 — U/U_0 , 4 — T/T_0 .

рассчитывается на вспомогательной сетке, смещенной относительно основной на полшага в поперечном направлении;

в) предполагаемое поле давления может не отвечать действительному, поэтому для удовлетворения уравнению неразрывности используется известная процедура SIMPLE [15, 16] коррекций полей давления и скорости;

г) рассчитываются соотношения, описывающие турбулентный обмен;

д) решаются уравнения переноса скалярной величины (энергии, концентрации);

е) выбирается сечение с новым значением продольной координаты, и пункты а) — д) повторяются.

На рис. 2, а, б приведены экспериментальные значения пульсационных и осредненных параметров течения в изотермических полуограниченных затопленных струях. Для конкретного сопоставления с данными эксперимента проведены модельные расчеты, результаты которых представлены на рис. 2, а, б сплошными линиями. Согласие расчетных и измеренных распределений хорошее. Сравнения, аналогичные приведенным на рис. 2, а, сделаны авторами работы [12]. Следует отметить, что если поведение демпфирующей функции $f(y/L)$ не ограничивать ее значением у стенки (как это сделано в настоящей работе), то по сравнению с экспериментом численные значения величины $\langle v'^2 \rangle/k$ предсказываются лучше, а значения $\langle u'v' \rangle/U_0^2$ хуже, чем в [12]. Разницу между расчетными и экспериментально полученными распределениями $\langle u'^2 \rangle$ и $\langle v'^2 \rangle$ на рис. 2, б можно объяснить неучетом конвективного переноса этих величин в соответствующих транспортных соотношениях.

При систематических расчетах вращающихся пристенных диффузионных факелов установлено, что весь участок развития течения можно разбить на три характерные зоны: 1) преобладание вынужденной конвекции, 2) смешанная конвекция, 3) доминирующее влияние кориолисовых и центробежных сил. Соотношение интенсивностей двух видов конвекций (вынужденной и массовой) определяет характер поведения ха-

рактических течений по мере его развития: рост или падение максимальной скорости струи и поверхностного трения, «поджатие» струи к стенке и т. д.

В качестве примера на рис. 3, *a, б* демонстрируется влияние вращения пластины на картину течения в полуограниченных факелах. Параметры задачи соответствуют следующей физической ситуации: струя разбавленного инертным наполнителем топлива (25% CH_4) развивается вдоль вращающейся адиабатической пластины в покоящемся пространстве окислителя. Кроме дежурного факела, расположенного у кромки сопла, стабилизация горения осуществляется струей обогащенного кислородом воздуха (33,2% O_2), а также высокой температурой ($T_\infty = 800$ К), при которой поддерживается окружающее пространство окислителя (15% O_2). Начальная скорость струи $U_0 = 20$ м/с. Температура потоков на выходе из сопла $T_0 = 400$ К. Из рис. 3 следует, что вращение пластины приводит к существенной перестройке динамики течения.

Отметим неоднозначное влияние вращения обтекаемой пластины на распределение пульсационных величин в данном сечении x : вблизи стенки до точки максимума скорости струи уровень пульсаций скорости и напряжений сдвига повышается с ростом Ω , во внешней области струи вращение обуславливает ламинаризацию течения. С ростом скорости вращения повышается уровень анизотропии турбулентности. Подобное поведение гидродинамических профилей ведет к следующему факту: рост скорости вращения пластины способствует сокращению длины диффузионного факела, топливо во вращающемся диффузионном пристенном факеле выгорает быстрее.

Авторы выражают искреннюю признательность В. И. Головичеву за помощь и плодотворное обсуждение результатов работы.

*Поступила в редакцию 5/IV 1983
после доработки — 23/IX 1983*

ЛИТЕРАТУРА

1. J. P. Johnston, R. M. Hallen, D. K. Lezius. *J. of Fluid Mech.*, 1972, 56, 3, 533.
2. A. K. Majumdar, V. S. Pratap, D. B. Spalding. *Trans. ASME.*, 1977, 199c, 1, 148.
3. J. H. G. Howard, S. V. Patankar, R. M. Bordyniuk. *Trans. ASME., J. Fluids Eng.*, 1980, 102, 4, 456.
4. С. Нан, В. Lakshminarayana. *Trans. ASME., J. Fluids Eng.*, 1980, 102, 4, 462.
5. В. К. Баяв, В. И. Головичев, В. А. Ясаков. Двумерные турбулентные течения реагирующих газов. Новосибирск: Наука, 1976.
6. D. B. Spalding. A general computer program for two-dimensional parabolic phenomena. London: Pergamon Press, 1977.
7. Б. С. Петухов. Методы подобия и размерностей в теории теплообмена. М.: МЭИ, 1981.
8. В. Е. Launder, D. B. Spalding. *Comput. Meth. in Appl. Mech. and Engn.*, 1974, 3, 269.
9. J. C. Rotta. *Z. Phys.*, 1951, 129, 547.
10. В. Е. Launder, G. J. Reece, W. Rodi. *J. Fluid Mech.*, 1975, 68, 350.
11. П. Брэдшоу. Турбулентность. М.: Машиностроение, 1980.
12. M. Ljuboja, W. Rodi. *Trans. ASME., J. Fluids Eng.*, 1980, 102, 3, 350.
13. W. Rodi. *ZAMM.* 1976, 56, 219.
14. П. Роуч. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
15. S. V. Patankar, D. B. Spalding. *ИЖИМТ*, 1972, 15, 1787.
16. A. Berlemont, F. C. Lockwood, G. Gouesbet. Prediction of laminar parabolic flows — C. F. R. Report January, 1979.
17. A. Tailand. Contribution a l'etude d'un jet plan dirige tangentiellement a une paroi plane. Doctoral thesis, Universite de Lyon, N 648, 1970.
18. З. Б. Сакипов, Д. Б. Кожакметов, В. П. Рябинин и др. — В кн.: Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики. Вып. 10. Алма-Ата, 1974.