

8. Дремин А. Н., Канель Г. И. Волны сжатия и разрежения в ударно-сжатых металлах.— ПМТФ, 1976, № 2.
9. Lipkin J., Asay J. R. Reshock and release of shock-compressed 6061-T6 aluminum.— J. Appl. Phys., 1977, vol. 48, N 1.
10. Канель Г. И. Вязкоупругие свойства металлов в ударной волне.— В сб.: Детонации. Критические явления. Физико-химические превращения в ударных волнах. Черногоровка, 1978.
11. Kusubov A. S., Thiel M. Dynamic yield strength of 2024-T4 aluminum at 313 kbar.— J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, N 2.
12. Erkman J. O. Elastoplastic effects in the attenuation of shock waves.— In: Proc. 4th Sympos. (Internat.) on Detonation, Washington, 1967, p. 277.
13. Erkman J. O., Christensen J. Attenuation of shock waves in aluminium.— J. Appl. Phys., 1967, vol. 38, N 13.
14. Asay J. R., Lipkin J. A self-consistent technique for estimating the dynamic yield strength of a shock-loaded material.— J. Appl. Phys., 1978, vol. 49, N 7.
15. Bridgman P. W. Studies in large plastic flow and fracture. L.—N. Y.: McGraw-Hill, 1952.

УДК 532.593+539.374

**РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ
О ВОЛНЕ РАЗГРУЗКИ
В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ,
ПОДЧИНЯЮЩЕЙСЯ СХЕМЕ ПРАНДТЛЯ**

А. В. Чернов

(Москва)

Распространение плоских волн в полубесконечном стержне постоянного сечения и в полупространстве с плоской границей, заполненным сплошным материалом, в результате действия импульса напряжений, приложенного к торцу стержня вдоль его оси или нормально к поверхности полупространства, описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных

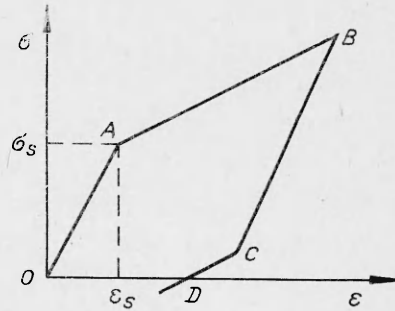
$$(1) \quad \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial h} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial h} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0,$$

где ρ_0 — начальная плотность материала; u — массовая скорость элементарных слоев материала, расположенных перпендикулярно направлению распространения волны; t — время; h — лагранжева координата, помечающая начальное положение слоя; σ — напряжение, действующее в сечениях, параллельных фронту волны вдоль направления ее распространения в случае полупространства, в случае стержня это условное напряжение, т. е. усилие, действующее в некотором сечении стержня, отнесенное к начальной площади поперечного сечения (считается положительным при сжатии); $\varepsilon = -\partial W/\partial h$ — деформация, W — смещение элементарного слоя.

Поведение отдельных упругопластических материалов в случае одноосного напряженного состояния, осуществляющегося при сжатии — растяжении тонких стержней, или случае одноосной деформации, характерной для нагружения материалов плоскими ударными волнами, можно приближенно описать в некотором диапазоне деформаций схемой Прандтля [1] (фиг. 1).

Нагружение материала из начального недеформированного состояния до напряжений, меньших предела текучести σ_s , происходит чисто упруго. Связь напряжений с деформациями подчиняется линейному соотношению $\sigma = \rho_0 c_0^2 \varepsilon$, где c_0 — скорость распространения продольных

упругих волн. В случае стержней $\rho_0 c_0^2 = E$ (модуль Юнга), в случае полупространства $\rho_0 c_0^2 = \lambda + 2\mu$ (λ и μ — упругие постоянные Ламэ). Нагружение на пластическом участке AB выше предела текучести подчиняется соотношению $\sigma = \sigma_s + \rho_0 c^2 (\epsilon - \epsilon_s)$, где $\rho_0 c^2$ — модуль упрочнения, ϵ_s — деформация, соответствующая пределу текучести σ_s . Кроме того, в этой модели предполагается, что разгрузка элемента материала достигнутого некоторого состояния B , осуществляется вдоль прямой BC , параллельной упругому участку OA , до тех пор, пока в точке C не начнется обратное пластическое течение вдоль прямой CD , параллельной AB .



Ф и г. 1

Рассмотрим волновой процесс в упругопластическом материале, подчиняющемся схеме Прандтля, возникающий в результате действия на границе импульса напряжений, показанного слева вверху на фиг. 2. Начальная стадия импульса представляет собой плавное нагружение материала на границе от нуля до максимального напряжения σ_m , вторая стадия характеризуется плавной разгрузкой от σ_m до нуля.

Качественная волновая картина процесса в плоскости (фиг. 2, справа сверху) подробно рассматривалась в работе [1], где показано, что течение в этой плоскости разбивается на ряд упругих и пластических областей, отделенных на фигурах друг от друга сплошными линиями. В области I распространяется упругий предвестник, в котором напряжение возрастает от нуля на прямой $h = c_0(t+T)$, где $T > 0$ — продолжительность нарастания нагрузки, до σ_s на прямой $h = c_0(t-t_A)$. В области II напряжение постоянно и равно σ_s . Области III и IV представляют собой волну пластического нагружения и упругую разгрузку соответственно. Они разделяются линией OM , названной в [1] волной разгрузки, на которой выполняются условия непрерывности напряжений, скоростей и деформаций.

Система уравнений (1) с учетом σ - ϵ -диаграммы Прандтля, записанная в характеристической форме [2], легко интегрируется и приводит к следующим соотношениям:

а) в упругих областях I и IV вдоль прямых $h = c_0 t + \text{const}$ выполняется

$$(2) \quad \sigma + \rho_0 c_0 u = \text{const};$$

вдоль прямых $h = -c_0 t + \text{const}$ выполняется

$$(2') \quad \sigma - \rho_0 c_0 u = \text{const};$$

б) в пластической области III на прямолинейных C^+ - и C^- -характеристиках $h = \pm ct + \text{const}$ соответственно выполняются соотношения

$$\sigma \pm \rho_0 c u = \text{const}.$$

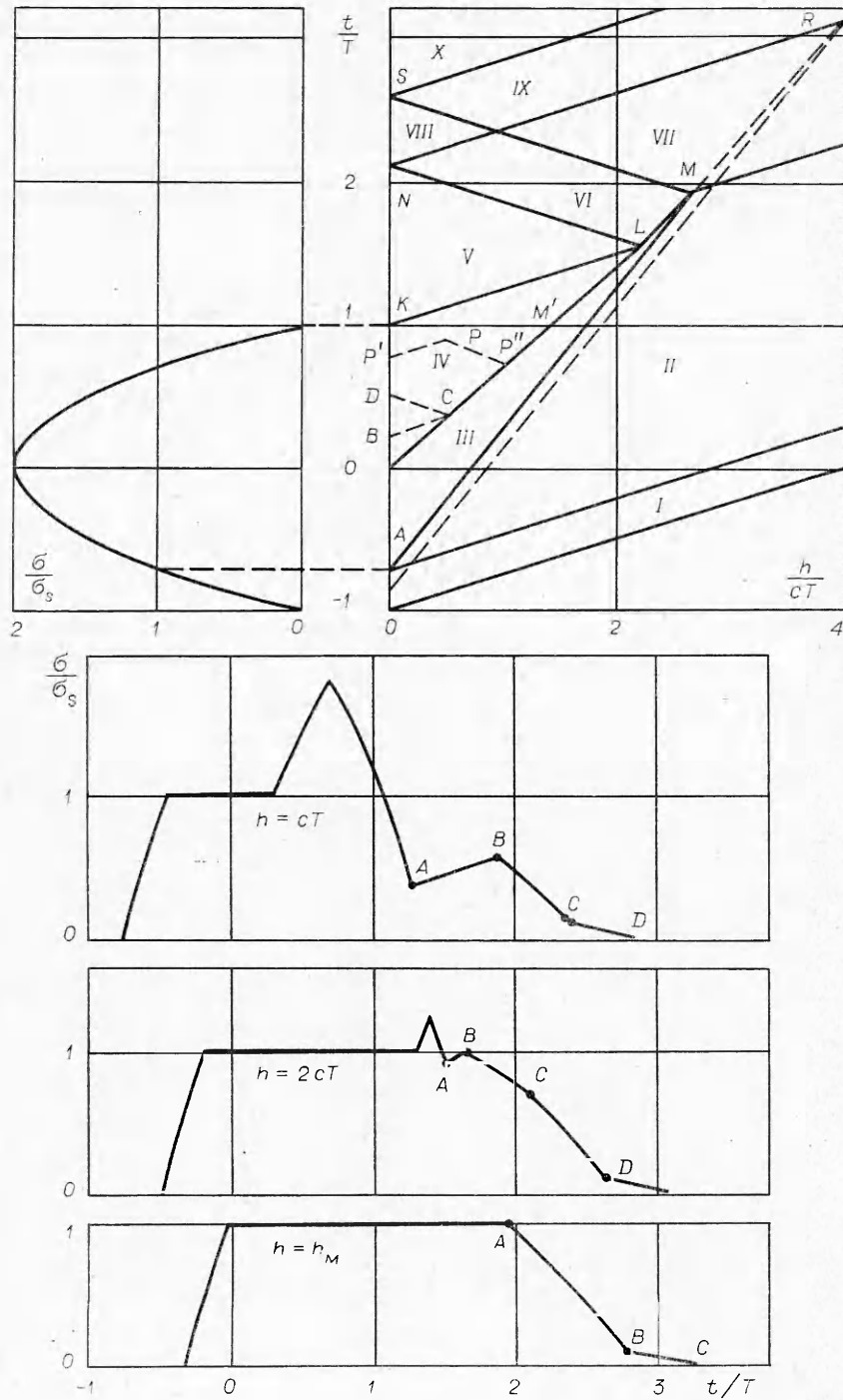
Обозначим через $f(t)$ напряжение на возрастающей части граничного импульса для $t \leq 0$, через $g(t)$ — напряжение на спаде импульса при $t > 0$.

Решение в областях I, II и III известно:

$$\sigma(h, t) = \rho_0 c_0 u(h, t) = f(t - h/c_0) \quad (\text{область I}),$$

$$\sigma(h, t) = \rho_0 c_0 u(h, t) = \sigma_s \quad (\text{область II}),$$

$$\sigma(h, t) = \sigma_s \frac{c_0 - c}{c_0} + \rho_0 c u(h, t) = f(t - h/c) \quad (\text{область III}).$$



Ф и г. 2

Основная задача заключается в определении вида кривой разгрузки OM и течения в области IV . Обозначим скорость материала на границе через $w(t)$, а уравнение кривой OM — через $H(t)$. Запишем характеристические соотношения, работающие вдоль C^+ -характеристики BC и C^- -характеристики CD (см. фиг. 2):

$$(3) \quad g [t - H(t)/c_0] + \rho_0 c_0 w [t - H(t)/c_0] = \frac{c_0 + c}{c} f [t - H(t)/c] - \frac{c_0 - c}{c} \sigma_s,$$

$$g [t + H(t)/c_0] - \rho_0 c_0 w [t + H(t)/c_0] = \frac{c_0 - c}{c} \sigma_s - \frac{c_0 + c}{c} f [t - H(t)/c].$$

Решение полученной системы функциональных уравнений (3), определяющих неизвестные функции w и H , весьма сложно, поэтому воспользуемся обратным методом решения задачи о волне разгрузки [1], предполагая, что волна разгрузки представляется прямой линией, т. е. $H(t) = at$. Это предположение позволяет получить явное аналитическое решение задачи для некоторых простых, но достаточно интересных форм граничного импульса напряжений. Подставляя $H(t) = at$ в первое уравнение системы (3) и заменяя $(c_0 - a)t/c_0$ через z , получаем соотношение

$$g(z) + \rho_0 c_0 w(z) = \frac{c_0 + c}{c} f \left(\frac{z_0}{c} \frac{c - a}{c_0 - a} z \right) - \frac{c_0 - c}{c} \sigma_s.$$

Второе уравнение дает соотношение

$$g(z) - \rho_0 c_0 w(z) = \frac{c_0 - c}{c} \sigma_s - \frac{c_0 + c}{c} f \left(\frac{z_0}{c} \frac{c - a}{c_0 + a} z \right).$$

Заданный вид нагружающей части импульса $f(z)$ однозначно определяет напряжение $g(z)$ и массовую скорость $w(z)$ на спадающей части импульса для $t > 0$:

$$(4) \quad g(z) = \frac{c_0 + c}{2c} f \left(\frac{z_0}{c} \frac{c - a}{c_0 - a} z \right) - \frac{c_0 - c}{2c} f \left(\frac{z_0}{c} \frac{c - a}{c_0 + a} z \right),$$

$$w(z) = \frac{1}{2\rho_0 c_0} \left[\frac{c_0 + c}{c} f \left(\frac{z_0}{c} \frac{c - a}{c_0 - a} z \right) + \frac{c_0 - c}{c} f \left(\frac{z_0}{c} \frac{c - a}{c_0 + a} z \right) - 2 \frac{c_0 - c}{c} \sigma_s \right].$$

Предположим, что функция $f(t)$ при $t \leq 0$ имеет вид

$$(5) \quad f(t) = \sigma_m [1 - (-t/T)^\alpha],$$

где α больше нуля. Тогда при $t \geq 0$ из (4), (5)

$$(6) \quad \sigma(0, t) = g(t) = \sigma_m [1 - K(t/T)^\alpha],$$

где

$$(7) \quad K = \frac{1}{2c} \left[\frac{z_0 (a - c)}{c} \right]^\alpha \left[\frac{c_0 + c}{(c_0 - a)^\alpha} - \frac{c_0 - c}{(c_0 + a)^\alpha} \right].$$

Значение a изменяется в интервале $c \leq a \leq c_0$, что представляет собой необходимое условие существования волны разгрузки [1, 3]. В этом интервале формула (7) определяет K как функцию a , монотонно возрастающую от нуля при $a = c$ до $+\infty$ при $a \rightarrow c_0$. Отметим, что для $\alpha = 1$ и 2 при $K = 1$ формула (7) приводит к зависимостям a от K с точностью до обозначений, совпадающим с формулами для начальной скорости волны разгрузки OM , полученными ранее и приведенными в работе [1].

Для скорости материала на границе при $t \geq 0$ получим

$$(8) \quad u(0, t) = w(t) = u_{r2} - \frac{\sigma_m}{\rho_0 c_0} L (t/T)^\alpha,$$

где

$$L = \frac{1}{2c} \left[\frac{z_0 (a - c)}{c} \right]^\alpha \left[\frac{c_0 + c}{(c_0 - a)^\alpha} + \frac{c_0 - c}{(c_0 + a)^\alpha} \right];$$

$$u_m = \sigma_s / \rho_0 c_0 + (\sigma_m - \sigma_s) / \rho_0 c.$$

Из (6), (8) следует, что напряжение $\sigma(0, t)$ и массовая скорость $u(0, t)$

на границе материала в области упругой разгрузки связаны линейным соотношением

$$\sigma = \sigma_m + \rho_0 c_0 (K/L)(u - u_m).$$

Для произвольной точки P в области IV (фиг. 2), пользуясь характеристическими соотношениями (2), граничными условиями на оси t (6), (8) в точке P' и граничными условиями на линии разгрузки OM в точке P'' , получаем решение задачи

$$(9) \quad \begin{aligned} \sigma(h, t) = & \sigma_m \left\{ 1 - \frac{c_0 + c}{2c} \left[\frac{a - c}{c_0 - a} \left(\frac{c_0}{c} \frac{t}{T} - \frac{h}{cT} \right) \right]^\alpha + \right. \\ & \left. + \frac{c_0 - c}{2c} \left[\frac{a - c}{c_0 + a} \left(\frac{c_0}{c} \frac{t}{T} + \frac{h}{cT} \right) \right]^\alpha \right\}, \\ u(h, t) = & u_m - \frac{\sigma_m}{\rho_0 c_0} \left\{ \frac{c_0 + c}{2c} \left[\frac{a - c}{c_0 - a} \left(\frac{c_0}{c} \frac{t}{T} - \frac{h}{cT} \right) \right]^\alpha + \right. \\ & \left. + \frac{c_0 - c}{2c} \left[\frac{a - c}{c_0 + a} \left(\frac{c_0}{c} \frac{t}{T} + \frac{h}{cT} \right) \right]^\alpha \right\}. \end{aligned}$$

Дифференцируя σ по t и учитывая условие $at - h \geq 0$, выполняющееся в области IV , получаем, что в этой области $\partial\sigma/\partial t < 0$, т. е. действительно происходит разгрузка материала.

Напряжения в пластической волне нагрузки достигают максимума на прямой OM' . Распределение этих максимальных напряжений по координате h определяется выражением

$$(10) \quad \sigma_0(h) = \sigma_m \left[1 - \left(\frac{a - c}{a} \frac{h}{cT} \right)^\alpha \right].$$

Прямая $H = at$ пересекает головную C^+ -характеристику AM , на которой напряжение равно σ_s , в точке с координатами

$$\frac{t_*}{T} = \frac{c}{a - c} \left(-\frac{t_A}{T} \right), \quad \frac{h_*}{cT} = \frac{a}{a - c} \left(-\frac{t_A}{T} \right),$$

где

$$\left(-\frac{t_A}{T} \right) = \left(1 - \frac{\sigma_s}{\sigma_m} \right)^{1/\alpha}.$$

Далее, в зависимости от амплитуды граничного импульса σ_m могут осуществляться различные режимы течения. Если амплитуда удовлетворяет неравенству

$$(11) \quad \frac{\sigma_m}{\sigma_s} < 1 + \frac{2c \left(\frac{c_0 - a}{c_0 + a} \right)^\alpha}{(c_0 + c) \left[1 - \left(\frac{c_0 - a}{c_0 + a} \right)^\alpha \right]} = A,$$

то C^- -характеристика, выходящая из точки (t_*, h_*) , пересекает ось t в момент времени, когда действие граничного импульса еще не прекратилось.

Длина зоны пластических деформаций определяется координатой h_* . Длительность проходящего в материал, расположенный дальше сечения h_* , чисто упругого импульса напряжений такова же, что и исходного граничного импульса, срезается только вершина импульса напряжений выше σ_s .

Если амплитуда граничного импульса напряжений удовлетворяет двойному неравенству

$$(12) \quad A < \frac{\sigma_m}{\sigma_s} < 1 + \frac{2c}{(c_0 - c) \left[1 - \left(\frac{c_0 - a}{c_0 + a} \right)^\alpha \right]} = B,$$

где A определено в (11), то будет осуществляться режим течения, для которого C^- -характеристика, выходящая из точки (t_*, h_*) , пересекает ось t в момент времени, когда действие граничного импульса уже прекратилось. C^+ -характеристика, выходящая с оси t в момент прекращения действия граничного импульса, пересекает головную C^+ -характеристику AM пластической волны в более поздний момент времени, чем линия разгрузки, поэтому пластическое течение по-прежнему заканчивается в точке (t_*, h_*) . Длина зоны пластических деформаций определяется координатой h_* . Однако длительность проходящего в материал, расположенный правее h_* , чисто упругого импульса увеличивается по сравнению с длительностью граничного импульса.

На фиг. 2 приведены результаты расчета задачи, решение которой при помощи графоаналитического метода приведено в работе [1]. Параметры задачи имеют следующие значения: $\alpha = 2$, $c/c_0 = 0,25$, $a/c_0 = 0,359$ ($K = 1$), $\sigma_m/\sigma_s = 2$. Граничный импульс представляет собой параболу, показанную в левой верхней части фиг. 2. В данном случае амплитуда импульса удовлетворяет условию $\sigma_m/\sigma_s > B$, где B определено в (12), так что C^+ -характеристика KL пересекает прямую OM' в точке L , куда приходит C^+ -характеристика пластической волны нагружения, несущая значение напряжения, большее предела текучести σ_s . Поэтому пластическое течение уже не заканчивается на прямолинейном участке линии разгрузки OL .

В области V на границе материала выше точки K напряжения отсутствуют, скорость границы на участке KN в зависимости от времени определяется из соотношения

$$\rho_0 c_0 u(0, t) = \frac{c_0 - c}{c} \left\{ \sigma_{rn} \left[1 - \left(\frac{c_0}{c} \frac{a - c}{c_0 + a} \frac{t}{T} \right)^\alpha \right] - \sigma_s \right\}.$$

Отсюда получаем решения для области V

$$(13) \quad \sigma(h, t) = \sigma_{rn} \frac{c_0 - c}{2c} \left(\frac{a - c}{c_0 + a} \right)^\alpha \left[\left(\frac{c_0 t + h}{cT} \right)^\alpha - \left(\frac{c_0 t - h}{cT} \right)^\alpha \right], \quad \rho_0 c_0 u(h, t) = \\ = \frac{c_0 - c}{c} (\sigma_m - \sigma_s) - \sigma_{rn} \frac{c_0 - c}{2c} \left(\frac{a - c}{c_0 + a} \right)^\alpha \left[\left(\frac{c_0 t + h}{cT} \right)^\alpha + \left(\frac{c_0 t - h}{cT} \right)^\alpha \right].$$

и области VII

$$(14) \quad \rho_0 c_0 u(h, t) = \sigma(h, t) = \frac{c_0 - c}{2c} (\sigma_m - \sigma_s) - \sigma_{rn} \frac{c_0 - c}{2c} \left(\frac{a - c}{c_0 + a} \frac{c_0 t - h}{cT} \right)^\alpha.$$

Уравнение следующего, вообще говоря, криволинейного участка LMR линии разгрузки можно получить, выражая C^+ -инвариант (2) через значения переменных течения вдоль части границы KN и через значения в пластической волне нагружения, что дает соотношение

$$(15) \quad \frac{c_0 + c}{2c} \left(\frac{h - ct}{cT} \right)^\alpha - \frac{c_0 - c}{2c} \left(\frac{a - c}{c_0 + a} \frac{c_0 t - h}{cT} \right)^\alpha = 1.$$

Для случаев $\alpha = 1$ и 2 соответственно получаем

$$\frac{h}{cT} = \frac{2c(c_0 + a)}{c_0^2 + 2ac_0 + c^2} + \frac{2c_0 c^2 + a(c_0^2 + c^2)t}{c(c_0^2 + 2ac_0 + c^2)T}$$

или $h/cT = b + \lambda/c \cdot t/T$, где $c < \lambda < a$,

$$\frac{h}{cT} = \frac{\left(1 - \delta \frac{c_0}{c} \gamma^2\right) \frac{t}{T} + \sqrt{\delta \gamma^2 \left(\frac{c_0 - c}{c}\right)^2 \frac{t^2}{T^2} + (1 - \sigma \gamma^2) \frac{2c}{c_0 + c}}}{1 - \sigma \gamma^2},$$

где $\gamma = (a - c)/(c_0 + a)$; $\delta = (c_0 - c)/(c_0 + c)$.

Для произвольного α можно получить параметрическое представление кривой LMR . Положим $z = (h - cT)/cT$ и $\xi = (c_0 t - h)/c_0 T$. Тогда связь между этими параметрами определяется соотношением (15). Две формы параметрического представления кривой LMR выглядят следующим образом:

$$\frac{t}{T} = \frac{c}{c_0 - c} \left[z + \frac{c_0 + a}{a - c} \left(\frac{c_0 + c}{c_0 - c} z^\alpha - \frac{2c}{c_0 - c} \right)^{1/\alpha} \right], \quad \frac{h}{cT} = \frac{t}{T} + z,$$

где z меняется от значения в точке L ($z_L = (h_L - ct_L)/cT$) до значения в точке M или A ($z_A = (1 - \sigma_s/\sigma_m)^{1/\alpha}$);

$$(16) \quad \frac{t}{T} = \frac{c_0}{c_0 - c} \left\{ \xi + \frac{c}{c_0} \left[\frac{2c}{c_0 + c} + \frac{c_0 - c}{c_0 + c} \left(\frac{a - c}{c_0 + a} \frac{c_0}{c} \xi \right)^\alpha \right]^{1/\alpha} \right\},$$

$$\frac{h}{cT} = \frac{c_0}{c} \left(\frac{t}{T} - \xi \right),$$

где ξ меняется в соответствующем интервале от значения в точке L или K до значения в точке M .

Решение задачи в области VI можно представить в виде

$$\frac{c_0 t + h}{cT} = \frac{c}{c_0 - c} \left[2z + \frac{c_0 + c}{c_0} \frac{c_0 + a}{a - c} \left(\frac{c_0 + c}{c_0 - c} z^\alpha - \frac{2c}{c_0 - c} \right)^{1/\alpha} \right],$$

$$\sigma = \frac{c_0 - c}{2c} \sigma_m \left[z^\alpha - \left(\frac{a - c}{c_0 + a} \frac{c_0 t - h}{cT} \right)^\alpha \right],$$

$$\rho_0 c_0 u = \frac{c_0 - c}{2c} \sigma_m \left[2 \frac{\sigma_m - \sigma_s}{\sigma_m} - z^\alpha - \left(\frac{a - c}{c_0 + a} \frac{c_0 t - h}{cT} \right)^\alpha \right].$$

Если разрешить второе и третье уравнения относительно z и подставить в первое, то получатся два соотношения, определяющие σ и u как неявные функции h и t .

Решение в любой точке области $VIII$ легко определяется, поскольку известны значения напряжений и массовой скорости на границе NS в зависимости от времени: напряжение $\sigma = 0$, массовая скорость определяется в параметрическом виде

$$\rho_0 c_0 u = \frac{c_0 - c}{c} \sigma_m \left(\frac{c_m - \sigma_s}{\sigma_m} - z^\alpha \right) = w(t) \rho_0 c_0,$$

$$\frac{t}{T} = \frac{c_0}{c_0 - c} \left[2z + \frac{c_0 + c}{c_0} \frac{c_0 + a}{a - c} \left(\frac{c_0 + c}{c_0 - c} z^\alpha - \frac{2c}{c_0 - c} \right)^{1/\alpha} \right]$$

или в неявном виде, если разрешить первое уравнение относительно z и подставить во второе. Для любой точки (h, t) имеем

$$\sigma(h, t) - \rho_0 c_0 u(h, t) = -\rho_0 c_0 w(t + h/c_0)_s$$

$$\sigma(h, t) + \rho_0 c_0 u(h, t) = \rho_0 c_0 w(t - h/c_0).$$

В области IX $\sigma(h, t) - \rho_0 c_0 u(h, t) = 0$, $\sigma(h, t) + \rho_0 c_0 u(h, t) = \rho_0 c_0 w \times (t - h/c_0)$.

Для этих областей можно также получить формулы, определяющие σ и u как неявные функции h и t .

В области X состояние покоя.

В нижней части фиг. 2 приведены зависимости напряжений от времени в трех сечениях: $h = cT$, $h = 2cT$ и $h = h_M$. Из сравнения этих графиков с приведенными в работе [1] видно, что графоаналитический метод в данном случае не выявляет характерные особенности решения в области разгрузки. Например, в сечении $h = cT$ при графоаналитическом подходе не проявился немонотонный характер изменения напряжения на участке $ABCD$, а также явные изломы на соответствующих характеристиках. Третий график показывает, что для чисто упругого импульса, проходящего в материал после того, как пластическое течение закончилось, графоаналитический метод дал неправильное направление выпуклости на участке ABC . Штриховой кривой LMR на $h - t$ -диаграмме фиг. 2 показана полная волна разгрузки, начинающаяся в точке L на характеристике KL и кончающаяся в точке R на характеристике NR , соответствующая изменению параметра ξ в формуле (16) от значения ξ_K до значения ξ_N . Эта кривая не зависит от конкретного значения величины σ_m/σ_s . При увеличении значения σ_m/σ_s точка M будет передвигаться вдоль этой кривой по направлению к точке R и совпадает с точкой R при значении

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_s} = \left(\frac{c_0 + c}{c_0 - c} \right)^2 \frac{1 - \frac{c_0 - c}{c_0 + c} \left(\frac{c_0 - a}{c_0 + a} \right)^\alpha}{1 - \left(\frac{c_0 - a}{c_0 + a} \right)^\alpha}.$$

При дальнейшем увеличении амплитуды появится второй криволинейный участок волны разгрузки, определяемый граничными условиями на части границы NS , и т. д. до бесконечности. Это вытекает из закона сохранения импульса. Для сохранения полного импульса при снижении амплитуды упругого импульса, проходящего в недеформируемый пластически материал, до σ_s его длительность должна соответствующим образом увеличиваться.

Однако при конкретных расчетах необходимо помнить о следующих двух обстоятельствах. Во-первых, схема Прандтля становится неприемлемой при весьма больших давлениях. Например, в случае одноосной деформации сжатия из схемы Прандтля вытекает: нулевой удельный объем, т. е. бесконечная плотность материала, достигается при конечном напряжении сжатия, что физически абсурдно. Во-вторых, при разгрузке может начаться обратное пластическое течение. Это означает, что в некоторый момент времени между O и t_K с оси t на $h - t$ -диаграмме должна выходить линия пластической волны разгрузки, за которой будет располагаться область обратного пластического течения. В этом случае на решение задачи будут влиять новые граничные условия на этой линии, так что вышеизложенное решение становится неприменимым.

Поступила 12 V 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматулин Х. А., Демьянов Ю. А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. М.: Физматгиз, 1961.
2. Курант Р., Фридрихе К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М.: ИЛ, 1950.
3. Morland L. W. Propagation of plane irrotational waves.— Phil. Trans. Roy. Soc. London, ser. A., 1959, vol. 251, N 997.