

УДК 519.17+519.24

ГЕНЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО КРИТЕРИЮ НАДЁЖНОСТИ РАССТАНОВКИ СТОКОВ В БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЯХ

© Д. А. Мигов, К. А. Волжанкина, А. С. Родионов

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 6*

E-mail: mdinka@rav.sccc.ru

Рассматриваются задачи структурной оптимизации сетей в целях получения наиболее надёжных топологий в условиях случайных отказов элементов. В качестве надёжности приведены несколько показателей, отказам при этом подвергаются узлы сети. Для ускорения поиска оптимальных решений используется подход с кумулятивным уточнением границ надёжности сети, позволяющий отсекал ненадёжные варианты на ранних этапах. В рамках этого подхода предлагается на промежуточных этапах оптимизации давать оценку надёжности по тренду для заведомо надёжных вариантов. Приводятся результаты численных экспериментов.

Ключевые слова: оптимизация сети, проектирование сети, надёжность сети, случайный граф, генетический алгоритм, бионический алгоритм, метод факторизации, беспроводные сенсорные сети.

DOI: 10.15372/AUT20210303

Введение. Одной из главных задач проектирования и модернизации сетей различного назначения, элементы которых подвержены случайным отказам, является получение наиболее надёжных вариантов топологий [1]. Как правило, проектирование выполняется в условиях ограничения бюджета и некоторых других ограничений, например диаметра проектируемой сети. Для разных задач структурной оптимизации сетей, в том числе с учётом надёжности, используются различные биоинспирированные (бионические) техники [2–7], в основном генетические алгоритмы.

Как показатели качества надёжности проектных решений могут использоваться вероятность связности сети (всерминальная надёжность — ATR, All-Terminal Reliability [8]), математическое ожидание числа узлов, связанных с выделенным узлом (управляющим узлом, центром обработки данных, стоком, MENC (Mathematical Expectation of the Number of Connected nodes) [9, 10]), математическое ожидание площади, мониторируемой сетью области [11], вероятность того, что количество связанных с каким-либо стоком узлов не ниже, чем заданное пороговое значение [12], а также другие показатели. Выбор показателя или набора показателей существенно зависит от назначения сети. Первый из этих показателей важен для сетей различного назначения, в том числе и сетей мониторинга, так как он эквивалентен вероятности связи всех узлов сети с выделенным узлом и соответственно вероятности передачи сообщения от удалённого сенсора центру управления. Это крайне важно при мониторинге опасных производств (при контроле уровня радиации на атомных электростанциях или концентрации опасных газов на химических заводах).

Для беспроводной сенсорной сети (БСС) может отсутствовать необходимость в обеспечении связности выделенного узла с абсолютно всеми узлами сети вследствие высокого риска отказов узлов и их изначальной избыточности. Математическое ожидание MENC характеризует качество функционирования БСС. Например, в случае равномерного размещения сенсоров по площади он соответствует доле уверенно мониторируемой части обла-

сти. При неравномерном размещении необходимо учитывать радиусы мониторинга и координаты сенсоров наряду с их надёжностью [13], аналогом MENC будет математическое ожидание площади мониторируемой сетью области. Такие показатели, как вероятность покрытия сетью заданной доли области [14] (сильное Q -покрытие) и вероятность связности со стоками как минимум заданного количества сенсоров целесообразно использовать при необходимости обеспечения гарантированно высокой надёжности БСС.

Хорошо известна NP-трудность решения задач ATR и MENC и вообще всех задач исследования надёжности, сводимых к вычислению k -терминальной связности случайного графа [15, 16], поэтому при решении оптимизационных задач, требующих многократного вычисления значений оптимизируемого показателя, приходится использовать его приближения либо границы [17, 18]. Применение приближённых методов при принятии решения о надёжности сети может привести к ошибкам первого и второго рода. Использование же границ может не дать решения, если заданный порог лежит в их пределах.

В [19] предложено применять кумулятивные оценки границ, сходящиеся к точному значению вероятности связности случайного графа для однозначного принятия решения о его надёжности, впоследствии развитые в [10, 20, 21] и др. Идея проста: при каждом обновлении нижней и/или верхней границы (LB и/или UB) они сравниваются с заданным пороговым значением R_0 . Если $LB > R_0$ или $UB < R_0$, принимается однозначное решение о надёжности. Обязательные условия для применения метода: неубывающий характер LB и невозрастающий UB , а также совпадение LB , UB и точного решения R на последнем шаге вычислений.

Применение подобной техники ускорения поиска оптимальных решений, позволяющей отсекалть недостаточно надёжные варианты по показателю ATR на ранних этапах (результаты кроссовера и мутации), представлено в работе [22]. Рассматривалась задача нахождения наиболее надёжной топологии из заданной избыточной структуры при заданных стоимостях размещения каналов связи и условии ограниченной стоимости конечного решения.

В предлагаемом исследовании приведена задача применения кумулятивных оценок для оптимизации расстановки объектов в узлах сети (стоков в БСС) с точки зрения надёжности мониторинга области по вышеупомянутым показателям. Предлагается наряду с уточнением границ использовать оценку надёжности по тренду [10] для заведомо надёжных промежуточных вариантов. Приводятся результаты численных экспериментов.

1. Обозначения и определения. Будем представлять структуру сети в виде неориентированного графа $G = (V, E)$, в котором V — множество вершин, E — множество рёбер. Обозначим количество вершин графа N , количество рёбер M . Если речь идёт об оптимизации БСС, то задано также подмножество узлов K — стоков.

Элементы сети подвержены независимым отказам, что описывается значениями вероятностей их присутствия в графе. Далее эту характеристику будем называть также надёжностью элемента e и обозначать p_e . В случае если надёжности всех узлов (или рёбер) совпадают, для этого используем обозначение p .

Элементарным событием назовём частную реализацию графа, определяемую присутствием или отсутствием каждого из ненадёжных элементов. Пространство элементарных событий представим Γ , оно состоит из 2^L элементов, где L — количество ненадёжных элементов сети. Через W_Q обозначим множество исправных элементов события Q . Вероятность элементарного события равна произведению вероятностей присутствия исправных элементов и вероятностей отсутствия отказавших элементов:

$$P(Q) = \prod_{v \in W_Q} p_v \prod_{v \notin W_Q} (1 - p_v).$$

Показатели надёжности сети определяются как математические ожидания некоторых случайных величин на Γ . Для MENC это случайная величина $M : \Gamma \rightarrow \mathbf{N}$, $M(Q)$ — количество вершин из W_Q , связанных с каким-либо стоком посредством исправных узлов. Для ожидаемой площади покрытия M_S это случайная величина $S : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$, $S(Q)$ — площадь области, образованной всеми вершинами плоскости, каждая из которых находится в радиусе мониторинга некоторого исправного узла, связанного с каким-либо стоком посредством исправных узлов.

Показатель ATR определяется как математическое ожидание характеристической функции связности, равной 1 на связных реализациях и 0 на несвязных. Вероятность связности со стоками не менее заданного количества T сенсоров $R_{K,T}(G)$ определяется как математическое ожидание более сложной характеристической функции, равной 1, если количество узлов, связанных с каким-либо стоком посредством исправных узлов не менее T и стоки связаны друг с другом, и 0 в противном случае. Для некоторых случаев условие связности стоков будет лишним, например, если они могут устанавливать соединение с базовой станцией для передачи данных напрямую и независимо друг от друга. Такой показатель обозначим $R_{\bar{K},T}(G)$. Отметим, что эти показатели можно определить и как вероятности соответствующих событий [12].

2. Получение оценок математического ожидания неотрицательной дискретной случайной величины. Все известные алгоритмы получения математического ожидания некоторой функции μ (предполагаем её неотрицательность) случайного графа G так или иначе сводятся к суммированию множества значений, соответствующих различным вариантам его реализации. Согласно определению математического ожидания дискретной случайной величины примем

$$E[\mu(G)] = \sum_{H \in \Gamma} P(H)\mu(H). \quad (1)$$

Пусть мы имеем множество Γ_0 реализаций, для которых известны их вероятность наступления и значение функции μ . Тогда можно получить нижнюю LB и верхнюю UB оценки $E[\mu(G)]$, исходя из следующих соображений.

Так как мы условились считать $\mu(G)$ неотрицательной, в качестве LB можно взять частичную сумму:

$$E_0[\mu(G)] = \sum_{H \in \Gamma_0} P(H)\mu(H). \quad (2)$$

Обычно, исходя из смысла $\mu(G)$ и теоретических соображений, можно определить её возможные минимальное и максимальное значения. Так, вероятность связности выделенных k вершин в реализации G не может быть меньше 0 и больше 1, размер компоненты связности, содержащей выделенную вершину, меньше 1 и больше N , и т. д. Обозначив возможные минимальное и максимальное значения как μ_m и μ_M , соответственно получаем границы:

$$LB = \sum_{H \in \Gamma_0} P(H)\mu(H) + \mu_m \left(1 - \sum_{H \in \Gamma_0} P(H)\right), \quad (3)$$

$$UB = \sum_{H \in \Gamma_0} P(H)\mu(H) + \mu_M \left(1 - \sum_{H \in \Gamma_0} P(H)\right). \quad (4)$$

Из этого легко получить коррекцию границ при очередной реализации H_i с известными вероятностью для $P(H_i)$ и значением $\mu(H_i)$:

$$LB_i = LB_{i-1} + P(H_i)[\mu(H_i) - \mu_m], \quad UB_i = UB_{i-1} - P(H_i)[\mu_M - \mu(H_i)].$$

В [10] предложено использовать текущие значения кумулятивных границ для получения точечной оценки рассматриваемой функции случайного графа. Представим соответствующие соображения.

Наиболее очевидной аппроксимацией функции $\mu(G)$ по её границам является среднее значение $\hat{\mu}(G) = (LB + UB)/2$. Однако границы сходятся к точному значению с различной скоростью. Рассмотрим другой способ оценки $\mu(G)$: точки пересечения прямых, полученных линейной аппроксимацией траекторий LB и UB . Пусть на некотором шаге $i > 0$ получены границы LB_i и UB_i и пусть $\hat{\mu}_i(G)$ — соответствующая аппроксимация. Исходя из приведённых соображений имеем пропорцию

$$(\mu_M - UB_i) : (LB_i - \mu_m) = (UB_i - \hat{\mu}_i(G)) : (\hat{\mu}_i(G) - LB_i),$$

откуда

$$\hat{\mu}_i(G) = \frac{\mu_M LB_i - \mu_m UB_i}{\mu_M - UB_i - \mu_m + LB_i}.$$

Отметим, что при использовании постоянных μ_m и μ_M точка пересечения даёт значение общей накопленной суммы в (3) и (4) (для краткости обозначим её как S), делённой на сумму вероятностей, учтённых в сумме реализаций (обозначим как P):

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_i(G) &= \frac{\mu_M LB_i - \mu_m UB_i}{\mu_M - UB_i - \mu_m + LB_i} = \\ &= \frac{\mu_M [S + \mu_m(1 - P)] - \mu_m [S + \mu_M(1 - P)]}{\mu_M - \mu_m - S - \mu_M(1 - P) + S + \mu_m(1 - P)} = \frac{(\mu_M - \mu_m)S}{(\mu_M - \mu_m)P} = \frac{S}{P}. \end{aligned} \quad (5)$$

При равновероятных значениях (например, при оценивании среднего арифметического вероятности парной связности) имеем просто среднее арифметическое учтённых значений.

На рис. 1 показаны сходимости границ и оценок значения MENC на примере графа с 30 узлами и 93 ребрами, далее обозначаемого как Gr (рис. 2), который был сгенерирован с помощью свободно распространяемой утилиты для моделирования графов беспроводных сенсорных сетей TRMSim-WSN [23]. Надёжность каждого узла $p = 0,9$, в качестве стока взят самый нижний узел сети. Разный цвет узлов графа, сгенерированного указанной утилитой, соответствует разделению сенсоров на различные типы с возможностью иметь особенности в их функционале. Далее в расчётах этот факт никак не учитывается, так как рассматриваются задачи оптимизации структуры сетей по доступности всех сенсоров со стоков с точки зрения различных показателей.

Очевидно, что предложенная оценка ближе к истинному значению, чем арифметическое среднее границ.

3. Генетические алгоритмы расстановки стоков в БСС. Генетические алгоритмы (ГА) являются разновидностью эволюционных алгоритмов, т. е. оптимизационных техник, основанных на принципах естественной эволюции, теорию которой Дарвин представил в [24] в 1859 г. В процессе оптимизации генетическим алгоритмом формируется

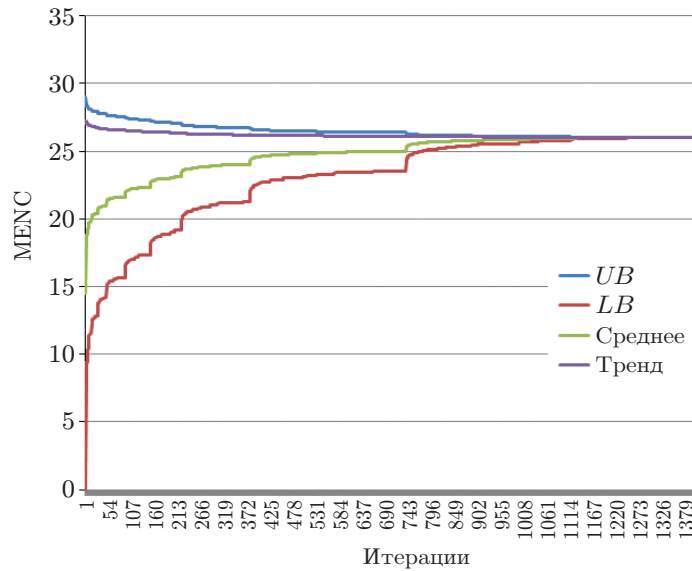


Рис. 1. Поведение границ и аппроксимаций MENC, точное значение 26,014291297

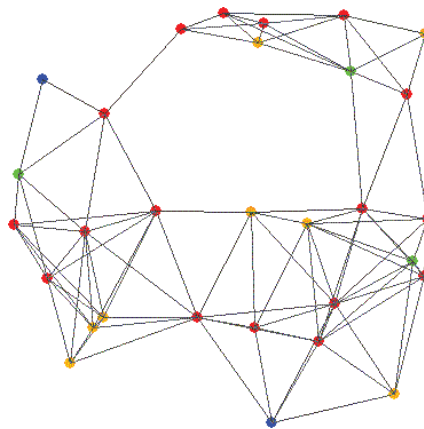


Рис. 2. Тестовый граф

начальная популяция из особей (или хромосом), каждой из которых соответствует некоторое решение оптимизационной задачи. Для каждой из них вычисляется функция пригодности. Далее идёт эволюционный процесс: с помощью оператора селекции определяются пары родителей (например, турнирной селекцией) и происходит скрещивание (оператор crossover), после чего потомки подвергаются мутации. Новое поколение формируется из самых лучших среди прошлого поколения и новых сформированных потомков. Критерием остановки алгоритма могут быть количество поколений, временное ограничение или стагнация — отсутствие улучшения решения в течение нескольких поколений.

Рассмотрим задачу расстановки стоков в узлах сети для обеспечения наиболее надёжного мониторинга области с точки зрения показателей надёжности в условиях отказов узлов (разд. 1). Для неё мы используем ГА в сочетании с кумулятивными оценками.

Алгоритм точного расчёта математического ожидания площади мониторируемой сетью области приводится в [11]. Для получения алгоритма уточнения границ LB , UB этого показателя необходимо по рекурсии передавать значение pr вероятности получения текущих событий, изначально равное 1 и умножаемое на p_v по ветви стягивания узла v и на $1 - p_v$ по ветви удаления узла v . В данном случае $\mu_m = 0$, а значение μ_M необходимо вычис-

лить вначале выбранным методом расчёта площади. Таким образом, $LB_0 = 0$, $UB_0 = \mu_M$. Тогда уточнение границ по схеме $LB = LB + prS$, $UB = UB - pr(\mu_M - S)$ происходит в случае получения события, при котором нет больше непройденных узлов (с вероятностью ни 0 и ни 1), надёжно связанных с каким-либо стоком (т. е. смежных абсолютно надёжному узлу). Математическое ожидание числа узлов, связанных с каким-либо центральным узлом, предназначенным для сбора информации (стоком), является вырожденным случаем математического ожидания площади мониторируемой сетью области, когда окрестности мониторинга не пересекаются и их площади совпадают для всех узлов. Для такого показателя как вероятность того, что количество связанных с каким-либо стоком узлов не ниже, чем заданное пороговое значение, алгоритм кумулятивных оценок приведён в [25].

Для представления решения (генотипа) будем использовать битовые строки, каждый бит кодирует наличие стока в узлах заданного графа. Функцией пригодности (пригодности) является значение для некоторой расстановки стоков в вершинах $V = (v_1, \dots, v_N)$.

Есть несколько типов селекции решений для последующего скрещивания. В этой работе использован метод турнирной селекции, так как он имеет преимущество перед методом колеса рулетки из-за более обширного разнообразия генотипов популяции, что позволяет расширить область поиска решений и предотвратить преждевременное вырождение популяции. Оператор селекции отбирает пары родителей A_i, B_i , $i = 1, \dots, PopSize$, где $PopSize$ — размер популяции для последующего скрещивания. Скрещивание проводится следующим образом: у пары родительских генотипов A и B все совпадающие биты переносятся в новый генотип, оставшиеся биты случайно заполняются единицами, не превышая количества стоков. Оператор мутации реализован двумя разными способами, сохраняющими количество стоков: мутация перестановкой меняет два случайных бита в генотипе, имеющих разные значения, и мутация инверсией выбирает два случайных бита, все биты между которыми переставляются в обратной последовательности.

Модификация операторов ГА (мутации и скрещивания) происходит за счёт использования кумулятивных оценок. При вычислении функции пригодности осуществляется уточнение границ надёжности новой особи. Если верхняя граница пересекла пороговое значение (R_0 или R_{max}), то расчёт останавливается и принимается решение о непригодности данной особи. Если нижняя граница пересекла пороговое значение, то принимается решение о пригодности данной особи и значение надёжности досчитывается до конца.

При использовании оценок по тренду первая популяция в ГА считается полностью, остальные решения считаются с оценками по тренду. Например, для скрещивания берём за пороговое максимальное значение показателя родительских особей. Если при подсчёте показателя для потомка порог был превышен, то берётся оценка по тренду. Полное вычисление показателя происходит в самом конце алгоритма для выявления лучшей особи.

Эксперименты были проведены на нескольких графах. Для расчётов использовался компьютер с четырёхъядерным процессором Intel(R) Core(TM) i3-4130 CPU 3,40 GHz, RAM=6 Gb. Алгоритм останавливает свою работу либо пройдя все поколения, либо при стагнации (когда в нескольких последующих поколениях решение не меняется), но практически в проведённых экспериментах алгоритм останавливался при стагнации. Запуски для разных алгоритмов (ГА, ГА с кумулятивными оценками, ГА с оценками по тренду) с одинаковыми входными данными делались на одной и той же начальной популяции. Были взяты следующие входные данные. Размер популяции равен 20 (в редких случаях 10), итераций (поколений) — 10, вероятность мутации — 0,1, количество расставляемых стоков — 3.

Далее приведены данные экспериментов на решётках 5×5 для показателя $R_{K,T}(G)$ при разных значениях $|K|, T, P$ (надёжности узлов). В табл. 1 представлено сравнение

Таблица 1

**Время работы генетического алгоритма и ускорение,
получаемое с использованием кумулятивных оценок**

P	Время	Выигрыш	Время	Выигрыш	Время	Выигрыш
	$T = 10$		$T = 15$		$T = 20$	
0,1	1 мин 39 с	1 с	1 мин 48 с	6 с	220 мс	144 мс
0,5	1 мин 39 с	3 с	2 мин 23 с	3 с	219 мс	136 мс
0,9	46 с	32 с	1 мин 35 с	15 с	231 мс	139 мс

Таблица 2

**Результаты работы генетического алгоритма
с использованием кумулятивных оценок $R_{\bar{K},T}(G)$**

P	Время	$R_{\bar{K},T}(G)$	Время	$R_{\bar{K},T}(G)$	Время	$R_{\bar{K},T}(G)$
	$T = 10$		$T = 15$		$T = 20$	
0,1	1 мин 28 с	$2,91741 \cdot 10^{-6}$	1 мин 36 с	$4,518386 \cdot 10^{-11}$	125 мс	$5,5511 \cdot 10^{-16}$
0,5	1 мин 2 с	0,42589784	1 мин 9 с	0,045381546	138 мс	$6,03199 \cdot 10^{-5}$
0,9	30 с	0,9999337	1 мин 10 с	0,994451862	159 мс	0,61882517

Таблица 3

**Результаты работы генетического алгоритма
с использованием оценок $R_{\bar{K},T}(G)$ по тренду**

P	Время	$R_{\bar{K},T}(G)$	Время	$R_{\bar{K},T}(G)$	Время	$R_{\bar{K},T}(G)$
	$T = 10$		$T = 15$		$T = 20$	
0,1	54 с	$1,628 \cdot 10^{-6}$	1 мин 5 с	$4,211896 \cdot 10^{-11}$	137 мс	$1,8667 \cdot 10^{-18}$
0,5	56 с	0,3778181	1 мин 5 с	0,0434983	138 мс	$6,03199 \cdot 10^{-5}$
0,9	32 с	0,9999337	1 мин 5 с	0,99441455	132 мс	0,61882517

работы ГА и ГА с использованием кумулятивных оценок. Вторые столбцы (выигрыш) — разница во времени работы алгоритмов в пользу ГА с оценками.

При оптимизации без условия связности стоков (показатель $R_{\bar{K},T}(G)$) эффект от использования кумулятивных оценок схож с аналогичным эффектом при оптимизации по критерию $R_{K,T}(G)$. Сравнение результатов работы генетического алгоритма (время работы и надёжность найденной расстановки) с использованием кумулятивных оценок и оценок $R_{\bar{K},T}(G)$ по тренду приведено в табл. 2 и 3.

Для показателей M_S и MENC эксперименты были также проведены на решётке 5×5 . Использование кумулятивных оценок дало схожее преимущество, как и для оптимизации по ранее рассмотренным показателям, поэтому результаты работы генетического алгоритма (время работы и надёжность найденной расстановки) с использованием кумулятивных оценок и оценок M_S и показателя MENC по тренду приведены соответственно в табл. 4, 5 и табл. 6, 7. Всего было сделано три запуска.

Ещё одним графом для экспериментов с показателем MENC является граф G_r (см. рис. 2), расставлялось уже 6 стоков. Так же, как и ранее, приводятся результаты работы генетического алгоритма (время работы и надёжность найденной расстановки) с

Таблица 4

**Результаты работы генетического алгоритма
с использованием кумулятивных оценок ожидаемой площади покрытия**

P	1-й запуск		2-й запуск		3-й запуск	
	Время	M_S	Время	M_S	Время	M_S
0,1	9 мин 55 с	13,416134	12 мин	12,26264315	9 мин 45 с	13,416134
0,5	14 мин 38 с	18,96251085	9 мин 37 с	18,91158548	6 мин 59 с	18,734219
0,9	6 мин 27 с	21,74113603	8 мин 58 с	21,74113603	6 мин 25 с	21,7393185

Таблица 5

**Результаты работы генетического алгоритма
с использованием оценок ожидаемой площади покрытия по тренду**

P	1-й запуск		2-й запуск		3-й запуск	
	Время	M_S	Время	M_S	Время	M_S
0,1	7 мин 41 с	13,416134	7 мин 45 с	12,26264315	9 мин 32 с	13,416134
0,5	8 мин 56 с	18,96251085	8 мин 47 с	18,56038846	7 мин 31 с	18,9115855
0,9	6 мин 43 с	21,74113603	8 мин 20 с	21,74113603	7 мин 14 с	21,741136

Таблица 6

**Результаты работы генетического алгоритма
с использованием кумулятивных оценок показателя $MENC$ ($MENC_K$)
и его оценок по тренду ($MENC_T$)**

P	$MENC_K$		$MENC_T$	
	Время	$MENC$	Время	$MENC$
0,1	1 мин 30 с 723 мс	1,28992126	1 мин 26 с 812 мс	1,1855958
0,5	1 мин 42 с 585 мс	9,77062988	1 мин 20 с 61 мс	9,68164
0,9	1 мин 59 с 225 мс	19,7782434862	1 мин 34 с 888 мс	19,7782434859

Таблица 7

**Результаты работы генетического алгоритма
с использованием кумулятивных оценок показателя $MENC$
и его оценок по тренду на графе Gr**

P	$MENC_K$		$MENC_T$	
	Время	$MENC$	Время	$MENC$
0,1	10 мин 58 с 678 мс	2,40000000354	9 мин 9 с 725 мс	2,319
0,5	10 мин 24 с 492 мс	12	8 мин 5 с 192 мс	11,98
0,9	12 мин 43 с 125 мс	21,5999999981	7 мин 31 с 887 мс	21,5999991

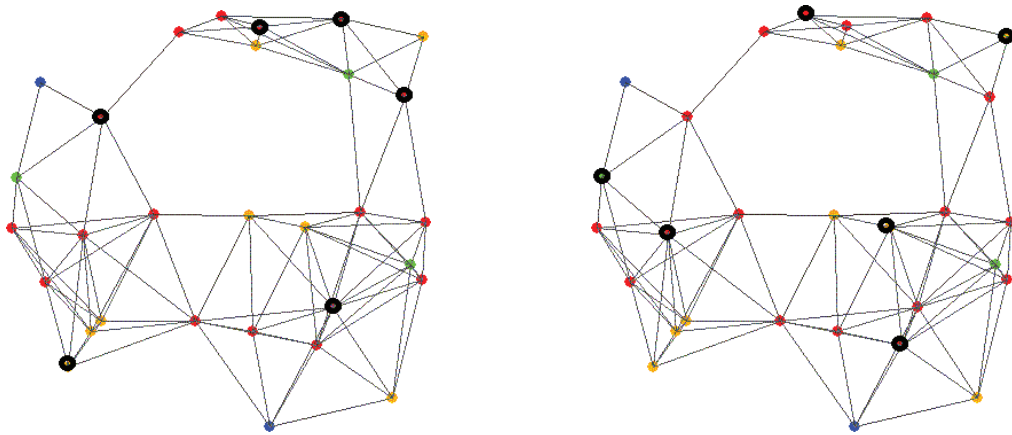


Рис. 3. Найденные варианты расстановки стоков в сети (выделено чёрными точками)

использованием кумулятивных оценок и оценок по тренду (табл. 7).

На рис. 3 приведены найденные варианты расстановки стоков на графе Gr для $P = 0,9$: справа — расстановка, найденная с помощью кумулятивных оценок показателя $MENC$, слева — с помощью оценок по тренду показателя $MENC$. Значения целевой функции на них практически совпадают: кумулятивные оценки позволили найти решение надёжней на $0,0000008$, что в относительном выражении составляет $0,000037\%$. При этом и времени затрачивается существенно больше примерно в $1,7$ раза по сравнению с поиском с оценками по тренду. Для других значений P ситуация схожая: кумулятивные оценки дают возможность найти решение надёжней на доли процента, чем поиск с оценками по тренду, но и последние делают поиск существенно быстрее, особенно для случая высоконадёжных узлов. Очень похожее сравнение алгоритмов получается и на результатах экспериментов из табл. 6.

Сравнение алгоритмов с кумулятивными оценками и с оценками по тренду на результатах экспериментов из табл. 4 и 5 получается совершенно другим. В некоторых случаях результат работы алгоритмов совпадал, но поиск с оценками по тренду был быстрее (более чем в $1,5$ раза). В некоторых случаях кумулятивные оценки давали немного лучшее решение, но и времени требовали немного больше, а в некоторых случаях — прямо противоположная ситуация. Похожая ситуация с экспериментами по показателю $R_{\bar{K},T}(G)$, но уже в некоторых случаях при совпадении результатов работы алгоритмов поиск с оценками по тренду был немного медленнее.

В целом можно сделать вывод, что использование оценок по тренду иногда может давать лучший результат, но чаще решение или такое же, или хуже. Обусловлено это тем, что при оценках по тренду стагнация алгоритма наступает быстрее, что и делает алгоритм более быстрым. При этом практически всегда он работает быстрее, особенно в случае высоконадёжных сетей. В некоторых случаях время вычисления тоже может возрастать в силу более высокого порога оценки решения в сравнении с кумулятивными оценками.

Заключение. Представленный подход к структурной оптимизации сетей с использованием кумулятивного уточнения границ надёжности позволяет в большинстве случаев сокращать время нахождения приемлемого решения, особенно для высоконадёжных сетей. Предлагается останавливать расчёт показателя надёжности для рассматриваемого варианта структуры сети как при достижении нижней границы определённого порога, так и

при достижении верхней. В первом случае мы делаем оценку решения по тренду, во втором — отвергаем текущий вариант из рассмотрения. Данный подход был применён нами к оптимизационной задаче поиска расстановки стоков в узлах беспроводной сенсорной сети в целях обеспечения наиболее надёжного мониторинга области с точки зрения различных показателей надёжности, что позволило ещё немного улучшить в среднем работу алгоритма. Дальнейшие исследования в этом направлении могут быть связаны с использованием стратегий выбора разрешающего элемента при факторизации и принятием решения о последовательности прохождения ветвей (сначала обнадёживание — потом удаление или наоборот) для скорейшего пересечения одной из границ надёжности с пороговым значением.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и государственного фонда естественных наук Китая (проект № 21-57-53011), Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-00460) и Программы фундаментальных научных исследований ИВМиМГ СО РАН (проект № 0251-2021-0005).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Liu B., Iwamura K.** Topological optimization models for communication network with multiple reliability goals // *Comput. Math. Appl.* 2000. **39**, Iss. 7–8. P. 59–69.
2. **Konak A., Smith A.** Network Reliability Optimization /Handbook of Optimization in Telecommunications. Boston: Springer, MA, 2006. P. 735–760.
3. **Song B.** Reliability analysis and optimization of computer communication network based on genetic algorithm // *Intern. Journ. Communication Syst.* (IF 1.319). Wiley Online Library, 2020. e4601.
4. **Мочалов В. А.** Гибридный бионический алгоритм синтеза структуры беспроводной сенсорной сети // *T-Comm.* 2013. **7**, № 1. С. 72–77.
5. **Балашова Т. И.** Повышение надёжности и отказоустойчивости сети передачи данных динамической перестройкой ее топологии // *Системы управления и информационные технологии.* 2015. **61**, № 3. С. 52–55.
6. **Sanner J., Hadjadj-Aoul Y., Ouzzif M., Rubino G.** An evolutionary controllers' placement algorithm for reliable SDN networks // *Proc. of the 13th Intern. Conference on Network and Service Management (CNSM 2017).* Tokyo, Japan, Nov. 2017. P. 1–6.
7. **Монахов О. Г., Монахова Э. А.** Синтез новых семейств оптимальных регулярных сетей на основе эволюционных вычислений и шаблонов функций // *Автометрия.* 2004. **40**, № 4. С. 106–116.
8. **Colbourn Ch. J.** The Combinatorics of Network Reliability. N. Y.: Oxford Univ. Press, 1987. 160 p.
9. **Jereb L.** Network reliability: models, measure and analysis // *Proc. of the 6th IFIP Workshop on Performance Modeling and Evaluation of ATM Networks.* Ilkley, Great Britain, 1998. P. T02/1–T02/10.
10. **Родионов А. С.** Кумулятивные оценки показателей структурной надёжности сети и их использование // *Проблемы информатики.* 2017. № 1. С. 15–24.
11. **Кучеров А. В., Мигов Д. А.** Расчёт ожидаемой площади покрытия беспроводной сенсорной сети с ненадёжными узлами // *Проблемы информатики.* 2018. № 3. С. 21–33.
12. **Migov D., Shakhov V.** Reliability of Ad Hoc Networks with Imperfect Nodes. Springer Lecture Notes in Computer Science (MACOM 2014). 2014. Vol. 8715. P. 49–58.

13. **Shazly M. H., Elmallah E. S., Harms J. J., AboElFotouh H. M. F.** On area coverage reliability of wireless sensor networks // Proc. of 36th IEEE Conference on Local Computer Networks (LCN 2011). Bonn, Germany, 4–7 Oct., 2011. P. 580–588.
14. **Алдын-оол Т. А., Ерзин А. И., Залюбовский В. В.** Покрывание плоской области случайно распределенными сенсорами // Вестн. НГУ. Сер. Математика, механика, информатика. 2010. **10**, вып. 4. С. 7–25.
15. **Valiant L. G.** The complexity of enumeration and reliability problems // SIAM Journ. Computing. 1979. **8**, N 3. P. 410–421. DOI: 10.1137/0208032.
16. **Bodlaender H. L., Wolle T.** A note on the complexity of network reliability problems // IEEE Trans. Inf. Theory. 2004. **47**. P. 1971–1988.
17. **Deuermeyer B. L.** A new approach for network reliability analysis // IEEE Transactions on Reliability. 1982. **R-31**, N 4. P. 350–354.
18. **Xie M., Poh K., Dai Y.** Computing Systems Reliability — Models and Analysis. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004. 306 p. DOI: 10.1007/b100619.
19. **Won J.-M., Karray F.** Cumulative update of all-terminal reliability for faster feasibility decision // IEEE Transactions on Reliability. 2010. **59**, N 3. P. 551–562.
20. **Rodionov A., Migov D., Rodionova O.** Improvements in the efficiency of cumulative updating of all terminal network reliability // IEEE Transactions on Reliability. 2012. **61**, N 2. P. 460–465.
21. **Rodionov A., Migov D.** Obtaining and using cumulative bounds of network reliability // System Reliability /Ed. C. Volosencu. Rijeka, Croatia: Intechopen, 2017. P. 93–112.
22. **Мигов Д. А., Нечунаева К. А., Родионов А. С.** Генетический алгоритм структурной оптимизации сетей с применением подхода кумулятивного уточнения границ надежности // Вестн. СибГУТИ. 2015. № 4. С. 55–61.
23. **Marmol F. G., Perez G. M.** TRMSim-WSN. Trust and reputation models simulator for wireless sensor networks // Proc. of IEEE Conference on Communications (ICC 2009). Dresden, Germany, 14–18 June, 2009. DOI: 10.1109/ICC.2009.5199545. 10 p.
24. **Darwin Ch.** On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life. London: John Murray, 1859. 502 p.
25. **Migov D.** New index for wireless sensor network reliability analysis // Proc. of the IEEE 2nd Intern. Conference on Automation, Electronics and Electrical Engineering (AUTEEE 2019). Shenyang, China, 2 Nov., 2019. P. 334–337.

Поступила в редакцию 03.02.2021

После доработки 17.03.2021

Принята к публикации 22.03.2021