

ЛИТЕРАТУРА

1. Басов Н. Г., Беленов Э. М., Данилычев В. А., Сучков А. Ф. Электроионизационные лазеры на сжатом углекислом газе.— УФН, 1974, т. 114, вып. 2.
2. Велихов Е. П., Письменный В. Д., Рахимов А. Т. Несамостоятельный газовый разряд, возбуждающий непрерывные CO₂-лазеры.— УФН, 1977, т. 122, вып. 3.
3. Ельчанинов А. С., Емельянов В. Г. и др. Методы наносекундного ионизирования мегавольтных коммутаторов.— ЖТФ, 1975, т. 45, вып. 1.
4. Басов Н. Г., Беленов Э. М. и др. Электрический ток в сжатых N₂, CO₂ и их смесях в условиях сильной ионизации электронным пучком.— ЖТФ, 1972, т. 42, вып. 12.
5. Браун С. Б. Элементарные процессы в плазме газового разряда. М., Госатомиздат, 1961.
6. Захаров В. В., Каршиков А. А., Чехунов Е. В. Объемный газовый разряд в азоте со стационарной внешней ионизацией.— ЖТФ, 1976, т. 46, вып. 9.
7. Александров В. В., Котеров В. И. и др. Пространственно-временная эволюция катодного слоя в электроионизационных лазерах.— Квант. электроника, 1978, т. 5, № 1.

УДК 537.633.9

**ПАРАКСИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ
НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНОГО РАЗРЯДА
В СОБСТВЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

*Г. Б. Гадияк, В. А. Швейгерт
(Новосибирск)*

Создание мощных электроионизационных лазерных систем на сжатых газах связано с возрастанием как мощности разряда, так и геометрических размеров лазера. Это приводит к увеличению магнитного поля объемного разряда, которое начинает оказывать влияние на движение электронов пучка, осуществляющих ионизацию газа. Действительно, когда ларморовский радиус электронов пучка сравним с поперечными размерами разряда, распределение ионизационных потерь пучка, а следовательно, и плотности электронов разряда будет существенно неоднородно по пространству [1].

В данной работе исследуется приближенная модель газового разряда, ионизируемого мощным релятивистским электронным пучком. В стационарном случае получено аналитическое выражение для пространственного распределения энергии, поглощаемой в разряде.

Для типичной геометрии объемного разряда, когда продольный размер лазера много больше поперечных d , $l \ll l_0$ (d — расстояние между электродами, l — ширина разряда, определяемая шириной пучка, l_0 — длина разряда), можно сформулировать плоскую задачу (фиг. 1). Вдоль оси z с катода инжектируется релятивистский электронный пучок с пучковым разбросом скоростей, энергией электронов U_b и плотностью тока пучка j_b . К электродам приложено напряжение U_0 и в межэлектродном промежутке находится газ под давлением p_0 (атм).

В мощных импульсных лазерах достаточно высокая объемная концентрация электронов разряда $\sim 10^{12} - 10^{13} \text{ см}^{-3}$ достигается за время, много меньшее характерного времени изменения тока разряда τ_p . При такой концентрации электронов разряда процессы зарядовой нейтрализации пучка и установления прикатодного слоя происходят за время порядка нескольких наносекунд. При дальнейшей инжекции пучка плазма газового разряда квазинейтральна и токи проводимости существенно больше токов смещения. Так как характерные размеры прикатодного слоя малы $\sim 10^{-3} - 10^{-4} \text{ см}$ и катодное падение потенциала составляет ма-

лую долю приложенного к разрядному промежутку напряжения [2], то влиянием прикатодного слоя на движение электронов пучка и динамику разряда можно пренебречь. Считая, что в начальный момент времени в межэлектродном промежутке существуют электроны разряда, созданные какой-либо предыонизацией, с плотностью $\sim 10^{12}-10^{13}$ см $^{-3}$, процессы зарядовой нейтрализации пучка и установления прикатодного слоя в дальнейшем не рассматриваем.

При характерных временах изменения тока пучка $\tau_b \gg d/c$, где c — скорость света, процесс инжекции релятивистского пучка можно рассматривать как квазистационарный. Предположения о квазинейтральности и квазистационарности не выполняются для процессов возбуждения пучком колебаний плазмы разряда, однако можно показать, что электрические поля, возникающие при таких колебаниях, малы для обычно используемых токов и не влияют на ионизацию относительно плотного газа ($p_0 \gg \geq 0,1$ атм) [3].

Если характерные времена τ_b и τ_p много больше скипового времени* ($\tau_b, \tau_p \gg 4\pi l^2 \sigma / c^2$, где σ — проводимость газа), то индуцированное электрическое поле мало по сравнению с полем U_0/d , приложенным к разрядному промежутку. Тогда электрическое поле можно записать как $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$.

В дальнейшем не рассматриваются процессы рассеяния электронов пучка на молекулах газа, что позволяет использовать гидродинамические уравнения для описания движения пучка с тензором давлений, равным нулю. Численные расчеты самосогласованных моделей самостоятельного разряда, использующие кинетическое уравнение для описания движения электронов пучка, авторам неизвестны. Во внешнем электромагнитном поле, моделирующем поле объемного разряда и пучка, расчеты ионизационных потерь электронов пучка в газе проведены в работах [5—7] методом Монте-Карло. Если энергия, падающая на электрон пучка на межэлектродном потенциале, много меньше его первоначальной энергии U_b , то влиянием электрического поля на движение электронов пучка можно пренебречь. В связи со сделанными предположениями необходимо подчеркнуть, что исследуется довольно грубая модель газового разряда, позволяющая достаточно просто выяснить характер воздействия магнитного поля разряда на пространственную однородность поглощения электрической энергии в объеме разрядного промежутка.

В рамках этих приближений систему уравнений, описывающих динамику самостоятельного газового разряда, можно записать в виде

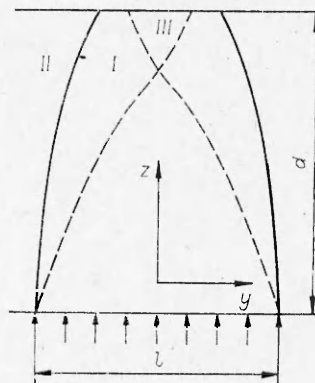
$$\text{rot } \mathbf{h} = -\frac{4\pi}{c} e (\mu n_p \nabla \varphi + n_b \mathbf{v}),$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \frac{1}{\tau_{ib}} n_b - \beta_p n_p^2 + \frac{1}{\tau_{ip}} n_p,$$

$$\text{div } n_b \mathbf{v} = 0, \quad (\mathbf{v} \nabla) \gamma \mathbf{v} = -\frac{z}{mc} [\mathbf{v}, \mathbf{h}],$$

где \mathbf{h} — напряженность магнитного поля; n_p , β_p , μ — плотность, коэффициент рекомбинации и подвижность электронов разряда; n_b и \mathbf{v} — плот-

* Противоположный случай для инжекции пучка с заданной функцией распределения тока рассматривается в работе [4].



Ф и г. 1

ность и скорость электронов пучка; $\gamma = 1 + U_b$; τ_{ib} — время ионизации газа электроном пучка, а τ_{ip} — электроном разряда; e и m — заряд и масса электрона. Пренебрегая ударной ионизацией ($\tau_p/\tau_{ip} \ll 1$) и зависимостью μ , β_p от E , запишем безразмерные уравнения

$$(1) \quad \text{rot } \mathbf{H} = -N_p \nabla \Phi - \eta N_b \mathbf{V};$$

$$(2) \quad \frac{\partial N_p}{\partial \tau} = N_b - N_p^2;$$

$$(3) \quad \text{div } N_b \mathbf{V} = 0;$$

$$(4) \quad (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = -2\kappa [\mathbf{V} \mathbf{H}],$$

где $\mathbf{V} = \mathbf{v}/\beta c$; $N_p = n_p/n_{p0}$; $N_b = n_b e \beta c / j_b$; $h_0 = (4\pi/c) e n_{p0} U_0$; $\mathbf{H} = \mathbf{h}/h_0$; $\Phi = \varphi/U_0$; $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}/d$; $\tau = t/\tau_p$; $\eta = j_b d / e n_{p0} U_0$; $\kappa = e h_0 d / 2 m c^2 \beta \gamma$; $\beta = (\sqrt{\gamma^2 - 1})/\gamma$. При безразмеривании предполагалось, что плотность тока пучка при $z = 0$ записывается в виде $j_b(t) = j_b j(t)$, где j_b — характерная величина тока пучка, а n_{p0} и τ_p выбираются из условия

$$n_{p0} = \sqrt{j_b / \tau_{ib} \beta_p e \beta c} \quad \text{и} \quad \tau_p = 1/\beta_p n_{p0}.$$

Тогда безразмерные граничные и начальные условия для системы уравнений (1)–(4) записываются в виде

$$(5) \quad \Phi|_{z_1=0} = 0, \quad \Phi|_{z_1=1} = 1;$$

$$(6) \quad \mathbf{V}|_{z_1=0} = (0, 0, 1);$$

$$(7) \quad N_b|_{z_1=0} = j(\tau) \theta\left(y_1 + \frac{l}{2d}\right) \theta\left(-y_1 + \frac{l}{2d}\right);$$

$$(8) \quad N_p|_{\tau=0} = \varepsilon \ll 1,$$

где $\theta(y)$ — ступенчатая функция Хевисайда.

Заметим, что решение системы уравнений (1)–(4) зависит от параметров κ , η , l/d и вида функции $j(\tau)$. При численных расчетах использовался вид $j(\tau) = 1 - \exp(-\tau/\tau_\Phi)$. Дальнейшее исследование системы уравнений (1)–(4) с граничными и начальными условиями (5)–(8) проведем в рамках параксиального приближения [8], когда предполагается, что плотность пучка мало меняется вдоль направления движения пучка на расстояниях порядка поперечного сжатия пучка, что означает малость поперечной составляющей скорости V_y и малость поперечных полей [9]. Это приближение позволяет также пользоваться уравнениями холодной гидродинамики (3), (4) при заданном профиле плотности тока пучка (7). Тогда, записывая продольную скорость пучка как $V_z = 1 - \frac{1}{2} V_y^2$, где

$$(9) \quad \frac{1}{2} V_y^2 \ll 1,$$

и пренебрегая членами порядка $\frac{1}{2} V_y^2$, систему уравнений (1)–(4) можно свести к двум уравнениям для определения $N_p(\mathbf{r}_1, \tau)$ и $I_1(\tau)$

$$(10) \quad \frac{\partial N_p}{\partial \tau} = j(\tau) \frac{1}{1 - \kappa(\eta j(\tau) + I_1(\tau)) z_1^2} - N_p^2;$$

$$(11) \quad \int_0^1 \frac{I_1(\tau)}{N_p} \frac{dz_1}{1 - \kappa(\eta j(\tau) + I_1(\tau)) z_1^2} = 1,$$

где $I_1 = Id/en_{p0}\mu U_0 l_0$, I — ток разряда. Для продольной составляющей электрического поля имеем

$$(12) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z_1} = \frac{I_1}{N_p} \frac{1}{1 - \kappa(\eta j(\tau) + I_1(\tau))z_1^2}$$

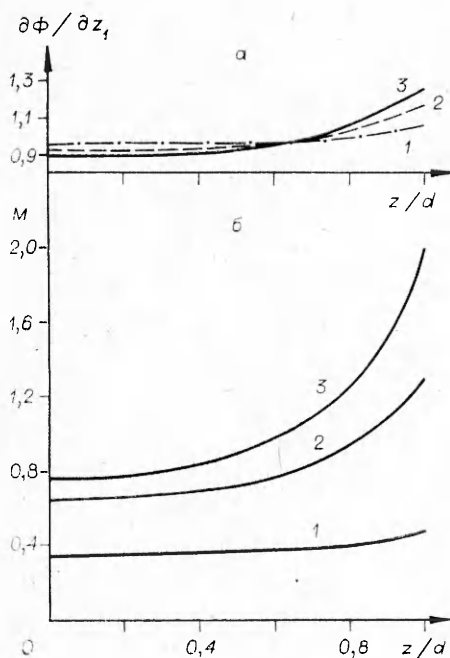
Уравнение (10) описывает плотность разряда в области I (см. фиг. 1), занимаемой пучком в момент времени τ ; в области II происходит рекомбинационный распад плазмы газового разряда. В области I плотность электронов пучка и разряда не зависит от y_1 , а на границе с областью II , описываемой уравнением

$$(13) \quad y_r(z_1, \tau) = \pm \frac{l}{2d} (1 - \kappa(\eta j(\tau) + I_1(\tau))z_1^2),$$

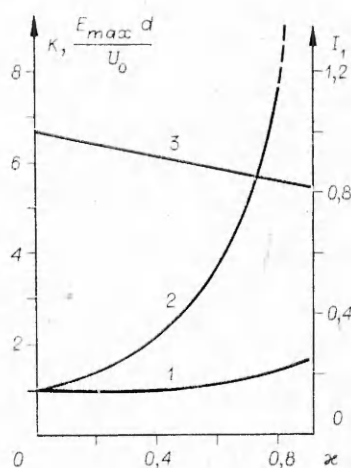
нормальная составляющая электрического поля равна нулю.

Выражение (13) показывает, что уравнения (10), (11) описывают процесс сжатия пучка и соответственно разряда. При κ , больших некоторого κ_* , в определенный момент времени τ_* , когда $y_r(z_1 = 1, \tau_*) = 0$, пучок фокусируется у анода. При дальнейшей инжекции пучка перетяжка разряда передвигается по направлению к катоду (см. фиг. 1, штриховые линии) и в межэлектродном промежутке в принципе может образоваться несколько фокусов пучка. Но пользоваться уравнениями (10), (11) при временах $\geq \tau_*$ нельзя, так как в области III (см. фиг. 1) плотность электронов разряда зависит от y_1 . В реальной ситуации минимальная ширина пучка $y_{r \min}$ всегда остается конечной и обуславливается как разбросом скоростей пучка при $z = 0$, так и диффузией электронов пучка вследствие рассеяния на молекулах газа. Поэтому данная модель не применима в области фокусировки разряда при $\kappa \sim \kappa_*$. Оставаясь в рамках нашей модели, $y_{r \min}$ можно оценить, учитывая члены $\sim V_0^2/2$, тогда $y_{r \min} \geq \approx (U/2d)^3$. Для времен, меньших τ_* , система уравнений (10), (11) решалась

численно. Результаты расчетов для $\kappa = 0,5$, $\eta = 0,1$ и $\tau_\phi = 0,3$ представлены на фиг. 2 (зависимость напряженности электрического поля и мощности разряда (б) от расстояния до анода в различные моменты вре-



Ф и г. 2



Ф и г. 3

мени ($I - t = 0,6 \tau_p$, $2 - t = 1,2 \tau_p$, $3 - t = 1,8 \tau_p$), где M — безразмерная мощность разряда ($M = N_p(\partial\Phi/\partial z_1)^2$), а $\partial\Phi/\partial z_1$ определялось из выражения (12). Отметим, что степень неоднородности мощности разряда $K = M_{\max}/M_{\min}$ намного больше степени неоднородности электрического поля и предположение о независимости β_p и μ от E/p_0 частично оправдано даже для сильно неоднородных по мощности разрядов. Из фиг. 2 видно, что уже при $\kappa = 0,5$ и времени $t = 1,2 \tau_p$ $K \sim 2$, т. е. имеем сильно неоднородный вклад энергии в газ.

В стационарном случае, когда $j(\tau) = 1$ и $\partial N_p/\partial\tau = 0$, решение системы уравнений (10), (11) можно получить аналитически

$$N_p = \left(\frac{1}{1 - \kappa(\eta + I_1)z_1^2} \right)^{1/2},$$

где ток разряда I_1 находится из уравнения

$$(14) \quad \frac{I_1}{\sqrt{\kappa(\eta + I_1)}} \arcsin \sqrt{\kappa(\eta + I_1)} = 1.$$

Из уравнения (13), (14) можно получить значение κ_* , которое может служить оценкой для критических параметров реального разряда

$$(15) \quad \kappa_* = \pi/(2 + \pi\eta).$$

Для степени пространственной неоднородности мощности разряда имеем выражение

$$K = 1/(1 - \kappa(\eta + I_1))^{3/2}.$$

Зависимости максимального перенапряжения $E_{\max} d/U_0$, K и полного тока разряда I_1 от отношения κ в стационарном случае для $\eta = 0,1$ приведены на фиг. 3 (линии 1—3 соответственно).

Один из путей повышения однородности разряда состоит в создании внешнего магнитного поля, компенсирующего влияние магнитного поля объемного разряда [5, 10]. Если к системе (см. фиг. 1) приложено внешнее однородное магнитное поле h_1 , направленное по оси z , то систему уравнений (1)—(4) при условии (9) можно опять свести к двум уравнениям

$$(16) \quad \frac{\partial N_p}{\partial\tau} = j(\tau) \frac{1}{1 - \kappa(\eta j(\tau) + I_1(\tau)) \frac{\sin^2 \kappa_1 z_1}{\kappa_1^2}} - N_p^2,$$

$$\int_0^1 \frac{I_1(\tau)}{N_p} \frac{dz_1}{1 - \kappa(\eta j(\tau) + I_1(\tau)) \frac{\sin^2 \kappa_1 z_1}{\kappa_1^2}} = 1,$$

где $\kappa_1 = eh_1 d/2mc^2\beta\gamma$. Здесь пренебрегается воздействием магнитного поля от тока пучка j_x , возникающего при $h_1 \neq 0$, так как вследствие условия (9) $V_x \ll V_z$. В стационарном случае

$$(17) \quad N_p = \sqrt{\frac{1}{1 - \kappa(\eta + I_1) \frac{\sin^2 \kappa_1 z}{\kappa_1^2}}},$$

где I_1 определяется из (16)

$$(18) \quad \frac{I_1}{\kappa_1} F\left(\kappa_1, \kappa(\eta + I_1) \frac{1}{\kappa_1^2}\right) = 1,$$

$F(\varphi, k^2)$ — эллиптический интеграл первого рода.

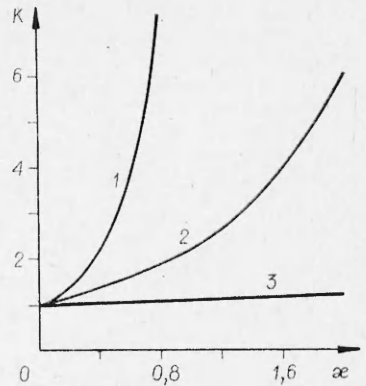
Зависимости степени неоднородности мощности разряда K от κ при различных отношениях κ_1 ($1 - \kappa_1 = 0$; $2 - \kappa_1 = \pi/2$; $3 - \kappa_1 = 3\pi/2$) приведены на фиг. 4. Из соотношений (16), (17) можно получить κ_* в случае внешнего магнитного поля. Для $\kappa_1 \geq \pi/2$ полный ток I_1 при фокусировке разряда равен нулю и

$$\kappa_* = \eta \kappa_1^2,$$

а для

$$(19) \quad \kappa_1 < \frac{\pi}{2} \quad I_1 = \frac{\kappa_1}{\sin \kappa_1 F(\pi/2, \sin \kappa_1)}$$

$$\text{и } \kappa_* = \frac{1}{\eta + I_1} \frac{\kappa_1^2}{\sin^2 \kappa_1}.$$



Ф и г. 4

При $\kappa_1 \ll 1$ соотношение (19), естественно, совпадает с (15), а с возрастанием κ_1 соответственно растет и κ_* .

Как отмечалось выше, результаты данной работы справедливы в довольно узкой области изменения параметров пучка и разряда и носят поэтому скорее качественный, чем количественный характер. Так, сделанные приближения адекватны реальности для мощных разрядов с относительно малыми поперечными размерами, инициируемых высокоэнергетическими электронами. Именно при таких условиях преобладающее влияние на движение электронов пучка оказывает магнитное поле объемного разряда, воздействие которого на пространственное распределение вклада электрической энергии в газ мы и учитывали. В качестве критериев применимости данной модели можно указать условия $\lambda \gg d$, $U_b \gg eU_0/mc^2$, где λ — длина рассеяния электронов пучка на молекулах газа.

Наиболее интересным представляется случай «тонких» разрядов, т. е. разрядов с малым отношением l/d , когда условие (9) выполняется даже при больших неоднородностях вклада энергии. Например, в стационарном случае при $\kappa = \kappa_*$ условие (9) можно записать как $(1/2)(l/d)^2 \ll 1$.

Результаты данной работы показывают, что несамостоятельные разряды с κ порядка κ_* будут существенно неоднородны по пространству, поэтому созданию мощных лазеров на сжатых газах необходимо предварить более детальное исследование физических процессов, ответственных за однородность поглощения электрической энергии в объемном разряде.

Авторы выражают благодарность А. М. Оришичу и А. Г. Пономаренко за полезные дискуссии и консультации.

Поступила 25 IX 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Афонин Ю. В., Долгов-Савельев Г. Г. и др. О влиянии магнитного поля на объемный разряд, возбуждаемый электронным пучком. — Квант. электроника, 1978, т. 5, № 5.
2. Басов Н. Г., Беленов Э. М. и др. Электроионизационные лазеры. — ЖЭТФ, 1973, т. 64, вып. 1.
3. Сыцько Ю. Н., Яковленко С. И. Кинетика ионизации и возбуждения газа жестким источником. — Физика плазмы, 1976, т. 2, вып. 1.
4. Mc. Arthur D. A., Poukey J. W. Return current induced by a relativistic electron beam propagation into neutral gas. — Phys. Rev. Lett., 1971, vol. 27, N 26.
5. Boyer K., Henderson D. B., Morse R. L. Spatial distribution of ionization in electron-beam-controlled discharge lasers. — J. Appl. Phys., 1973, vol. 44, N 12.
6. Henderson D. B. Electron transport in gas discharge lasers. — J. Appl. Phys., 1973, vol. 44, N 12.

7. Halbleib J. A., Vandevender W. H. Coupled electronphoton collisional transport in externally applied electromagnetic fields.— J. Appl. Phys., 1977, vol. 48, N 6.
8. Пирс Дж. Р. Теория и расчет электронных пучков. М., Сов. радио, 1956.
9. Агафонов А. В., Лебедев А. Н. К теории газовой фокусировки сильнооточного электронного пучка.— ЖТФ, 1972, т. 42, вып. 7.
10. Афонин Ю. В., Оришч А. М., Пономаренко А. Г. Однородность объемного разряда, контролируемого электронным пучком, в поперечном магнитном поле. Препринт № 5, ИТМ СО АН СССР, 1977.

УДК 533.95

К РАСЧЕТУ ДИНАМИКИ ЗАРЯЖЕННОГО ГАЗОВОГО ОБЛАКА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ю. И. Лысков
(Ворошиловград)

Задача о разлете газового облака имеет несколько подходов, среди которых, по-видимому, наиболее доступным в отношении возможности получения аналитических решений является подход, основанный на результатах работы [1], где получена исходная общая система уравнений для элементов матрицы, определяющей решение уравнений гидродинамики, и отмечено, что возможно нахождение некоторых первых интегралов этой системы. В приложении к разлету в вакуум газового облака в работах [2, 3] найдено несколько первых интегралов, причем в некоторых простых случаях система была проинтегрирована до конца. В работе [4] проведен учет гравитационного взаимодействия в рамках той же модели и проведено детальное рассмотрение свойств решения на основе качественной теории дифференциальных уравнений. Указано на возможность проинтегрировать систему в некоторых случаях при введении преобразования времени. В [5] решение системы из работы [1] в приложении к разлету газового облака применено к анализу некоторых свойств плазменного облака в экспериментах по ЛТС (лазерный термоядерный синтез). Таким образом, подход [1] позволил получить ряд интересных результатов в физике плазмы и астрофизике. Следует полагать, что в указанных областях возможности подхода далеко еще не исчерпаны, поскольку найденные точные решения соответствуют частным ситуациям, при которых система уравнений весьма существенно упрощается. Одной из возможных дополнительных сфер применения подхода является, по-видимому, случай движения облака идеального газа при наличии малого заряда частиц во внешнем постоянном магнитном поле. В таком варианте задача может возникнуть как в астрофизике, так и в физике плазмы, где ее решение поможет уточнить качественное поведение объектов, например в задаче УТС (управляемый термоядерный синтез). Наличие такой возможности расширения области применения подхода связано с тем, что дополнительное слагаемое, порождаемое магнитным полем в уравнении движения, пропорционально координате частицы (лагранжевой координате), что и является необходимым условием решения системы по методу [1].

В данной работе проведено рассмотрение динамики облака заряженных частиц, форма которого представляет эллипсоид, при наличии внешнего магнитного поля, направление которого совпадает с одной из осей эллипсоида (в случае сфероида — с продольной осью).

Ось вращения облака совпадает по направлению с магнитным полем. Газ считаем идеальным, процесс расширения участков облака — адиабатическим. Осуществляя переход от декартовых x_i к лагранжевым a_i координатам выделенных участков газа

$$(1) \quad x_i(t) = F_{ik}(t)a_k$$

(здесь и ниже повторяющиеся индексы показывают суммирование от 1 до 3), из уравнений неразрывности, Пуассона и первого начала термоди-