*Прикладная механика и техническая физика, 1996, т. 37, № 3*

УДК 532.522:532.135

# ЭЛОНГАЦИОННОЕ ТЕЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННО ИЗОГНУТОЙ СТРУИ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ

**В. М. Шаповалов**

**Волгоградский государственный технический университет,
400103 Волгоград**

Продольное течение аномальных жидкостей непосредственно связано с технологией формования синтетических волокон и измерением реологических свойств [1]. Значительное число работ посвящено исследованию нетривиальных гидродинамических эффектов, сопровождающих течение прямолинейных струй [2, 3]. Впервые стационарное течение непрямолинейной вязкоупругой струи рассмотрено в [4].

В данной работе исследуется продольное течение свободной струи в условиях поперечного действия сил собственного веса. Обнаружено новое гидродинамическое явление — бифуркация растягивающих напряжений и стационарной конфигурации струи. Исследованы динамические режимы течения. Дано объяснение механизма возникновения автоколебаний.

**1.** Рассмотрим основные закономерности стационарного течения. Схема течения и баланс сил, действующих на элементарный участок струи, показаны на рис. 1. Жидкость из насадка поступает с постоянной заданной скоростью $v_0$. Из зоны течения струя равномерно отбирается приемным устройством (валком), задающим некоторое значение продольной скорости $v_1$. Ось $x$ направлена горизонтально. Точки истечения и отбора находятся на одном уровне. Начало эйлеровой системы координат помещено в сечении, где закончилась перестройка профиля. Струя и оси координат лежат в одной вертикальной плоскости. Сопротивлением трения о воздух и поверхностным натяжением жидкости пренебрегаем. Будем считать вязкие силы настолько большими, что по сравнению с ними инерционные эффекты и капиллярные силы пренебрежимо малы. На элемент струи действует сила собственного веса и реологического сопротивления.

Описание будем вести в рамках квазиодномерных уравнений неразрывности и сохранения импульса:

$$\frac{\partial a^2}{\partial t} + \frac{\partial a^2 v}{\partial s} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial s}(P\cos\varphi) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial s}(P\sin\varphi) = \pi a^2 \rho g, \quad P = \pi a^2 \sigma_{11}. \tag{1.1}$$

Здесь $s$ — координата, отсчитываемая вдоль оси струи; $P$ — сила натяжения в нормальном сечении; $a$ — текущий радиус круглой струи; $\sigma_{11}$ — растягивающее напряжение; $\rho$ — плотность жидкости; $g$ — ускорение свободного падения; $v$ — осевая скорость; $\varphi$ — угол наклона оси струи к горизонтали.

Граничные условия для стационарного течения запишем в виде

$$x = 0, \quad y = 0, \quad \varphi = \varphi_0, \quad v = v_0, \quad a = a_0; \quad x = l, \quad y = 0, \quad v = Kv_0, \tag{1.2}$$

где $l$ — длина зоны течения; $K = v_1/v_0$ — кратность вытяжки; $a_0$ — начальный радиус; $\varphi_0$ — начальный угол.

Для замыкания задачи уравнения (1.1) необходимо дополнить зависимостью растягивающих напряжений от скорости деформации. Традиционно одноосной вытяжке подвергаются растворы и расплавы полимеров в изотермических и неизотермических условиях,

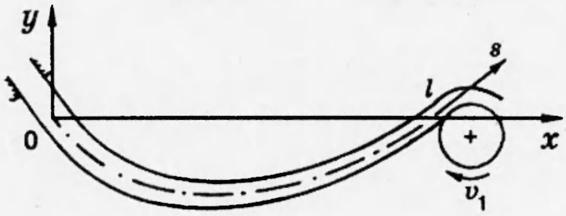


**Рис. 1**

однако основные закономерности рассматриваемого течения обнаруживаются уже в ньютоновском приближении. При одноосном растяжении ньютоновской жидкости напряжение определяется по формуле

$$\sigma_{11} = 3\eta \frac{\partial v}{\partial s} \tag{1.3}$$

($\eta$ — вязкость).

Интегрируя второе уравнение в (1.1), получим $P \cos\varphi = H(t)$. Следовательно, горизонтальная составляющая натяжения $H$ однородна по длине струи и может изменяться во времени только в динамических режимах. Предварительно рассмотрим случай стационарного течения, в котором вместо первого уравнения в (1.1) используем интегральное условие неразрывности $va^2 = v_0 a_0^2$.

Введение безразмерных переменных

$$X = \frac{x}{l}, \quad Y = \frac{y}{l}, \quad V = \frac{v}{v_0}, \quad q = \frac{Hl}{3\eta\pi a_0^2 v_0}, \quad R = \frac{\rho g l^2}{3\eta v_0} \tag{1.4}$$

позволяет записать задачу (1.1)–(1.3) для стационарных условий в форме

$$\begin{gathered} \frac{dY}{dX} = \operatorname{tg}\varphi, \quad \frac{d\varphi}{dX} = \frac{R\cos\varphi}{qV}, \quad \frac{dV}{dX} = \frac{qV}{\cos^2\varphi}, \\ X = 0, \quad Y = 0, \quad \varphi = \varphi_0, \quad V = 1; \quad X = 1, \quad Y = 0, \quad V = K. \end{gathered} \tag{1.5}$$

Использовались очевидные соотношения $ds\cos\varphi = dx$, $\quad ds\sin\varphi = dy$.

Решение задачи (1.5) в квадратурах имеет вид

$$X = \frac{q}{R}\int\limits_{z_0}^{z} \frac{V\,dz}{\sqrt{1+z^2}}, \quad Y = \frac{q}{R}\int\limits_{z_0}^{z} \frac{Vz\,dz}{\sqrt{1+z^2}}, \quad z = \operatorname{tg}\varphi, \quad z_0 = \operatorname{tg}\varphi_0,$$

$$\frac{2R}{q^2}(1 - V^{-1}) = z\sqrt{1+z^2} - z_0\sqrt{1+z_0^2} + \operatorname{Arsh} z - \operatorname{Arsh} z_0 .$$

Анализ задачи (1.5) выполнен методом Рунге — Кутта четвертого порядка. Для заданных $R$ и $q$ варьированием параметра $\varphi_0$ выполнялись условия в точке отбора $X = 1$, $Y = 0$ (метод стрельбы). При этом определялась кратность вытяжки $K = V(X = 1)$.

Результаты анализа представлены на рис. 2. Для гравитационного параметра $R = 0$; 5; 10; 20; 40 (кривые *1*–*5* соответственно) показаны зависимости безразмерного натяжения (*а*) и провисания средней части струи $Y_m = Y(X = 0{,}5)$ от кратности (*б*). Видно, что фиксированным $K$ и $R$ отвечают два значения тянущего усилия $q$ и два существенно различающихся значения провисания. Снижение кратности (уменьшение скорости от-

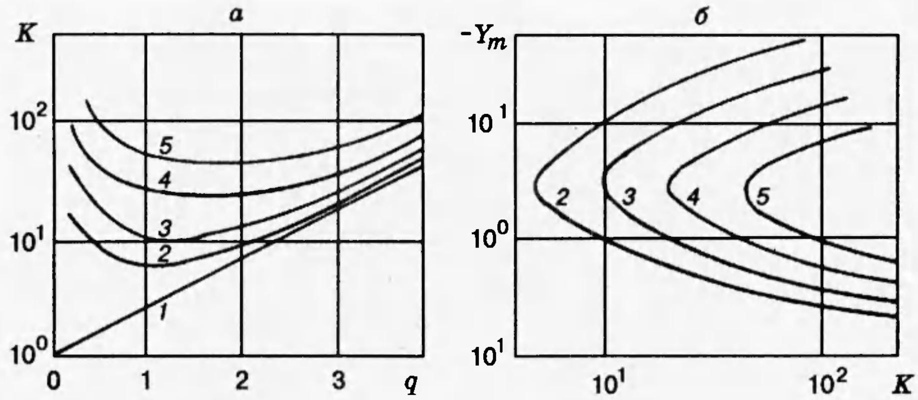


Рис. 2

| Режим | Изменение параметров течения | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $-Y_m$ | $dK/dq$ | $d\|Y_m\|/dR$ | $d\|Y_m\|/dK$ |
| Докритический | $\leqslant 0{,}35$ | $> 0$ | $> 0$ | $< 0$ |
| Критический | $\approx 0{,}35$ | 0 | 0 | 0 |
| Закритический | $\geqslant 0{,}35$ | $< 0$ | $< 0$ | $> 0$ |

бора) приводит к сближению указанных значений $q$ и $Y_m$ вплоть до точки вырождения бифуркации, ниже которой стационарное течение невозможно. Критическим кратностям практически независимо от $R$ соответствуют провисания $Y_m \approx -0{,}35$. Течения с малыми провисаниями ($Y_m \geqslant -0{,}35$) названы докритическими, а с большими — закритическими. Линия $R = 0$ описывается уравнениями $K = \exp(q)$ и $Y_m = 0$.

Отмеченные режимы течения существенно отличаются по реакции на изменение параметров течения, что иллюстрируется таблицей. Так, увеличение скорости отбора в докритическом течении уменьшает провисание, а в закритическом увеличивает. Рост ускорения свободного падения или длины зоны течения в докритическом течении увеличивает провисание, а в закритическом уменьшает.

Явление бифуркации удалось наблюдать на технологической установке горизонтального формования плоской полимерной пленки из расплава полипропилена. Схема течения была подобна представленной на рис. 1. Традиционно процесс формования ведется с малыми провисаниями струи (докритический режим). Увеличением длины зоны течения (путем горизонтального перемещения отборного устройства) струя плавно была переведена в критический режим, что проявилось в прогрессирующем ее перемещении вниз. При восстановлении первоначальной длины зоны течения струя не вернулась в первоначальное положение, а осталась в области больших (закритических) провисаний, сохраняя устойчивость течения. Для высоковязких жидкостей (раствор полиизобутилена, патока) в лабораторных условиях получено подтверждение существования критических кратностей вытяжки и провисаний. Устойчивое закритическое течение в изотермических условиях реализовать не удалось, возможно, ввиду низкой прочности струи в точке отбора.

**2.** Для сравнительной оценки устойчивостей обнаруженных течений исследованы динамические режимы при нанесении возмущений различной величины. Для замыкания задачи (1.1) используем реологическое уравнение обобщенной жидкости Максвелла [5]:

$$\tau + \lambda \frac{D_0 \tau}{D_0 t} = 2\eta d\,.$$

Здесь $\lambda$ — время релаксации; $d$ — тензор скоростей деформации; $\tau$ — девиатор тензора напряжений; $D_0/D_0 t$ — конвективная производная по Олдройду. Ньютоновской жидкости отвечает $\lambda = 0$.

Вычисления выполнялись для случая верхней конвективной производной. В условиях одноосного растяжения осевые напряжения описываются уравнением

$$\sigma_{11}\left(1 - 2\lambda \frac{\partial v}{\partial s}\right) + \lambda v \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial s} = 3\eta \frac{\partial v}{\partial s}\,. \tag{2.1}$$

Начальные и граничные условия для уравнений (1.1), (2.1) следующие:

$$\begin{aligned} t = 0: &\quad a = a_*(x), \quad v = v_*(x), \quad y = y_*(x), \\ t > 0: &\quad x = 0, \quad v = v_0, \quad y = 0, \quad a = a_0, \\ t > 0: &\quad x = l, \quad v = K v_0, \quad y = 0\,. \end{aligned} \tag{2.2}$$

В (2.2) и ниже звездочкой помечены переменные и параметры, соответствующие стационарному течению.

Стационарное течение вязкоупругой струи описывается системой уравнений

$$\begin{gathered} \frac{dY_*}{dX} = \operatorname{sh}\xi_*, \quad \frac{d\xi_*}{dX} = \frac{R}{qV_*}, \quad \frac{dV_*}{dX} = \frac{V_*(q_* \operatorname{ch}^2\xi_* + \mathrm{We}\, R \operatorname{sh}\xi_*)}{1 + \mathrm{We}\, q_* V_* \operatorname{ch}\xi_*}, \quad r_*^2 V_* = 1, \\ X = 0, \quad Y_* = 0, \quad V_* = 1, \quad \xi_* = \xi_{*0}: \quad X = 1, \quad Y_* = 0, \quad V_* = K, \end{gathered} \tag{2.3}$$

где $\tau = tv_0/l$; $r = a/a_0$; $\mathrm{We} = \lambda v_0/l$.

Задача нестационарного течения решалась численно; линеаризация не проводилась. Вначале находилось стационарное решение (2.3). Нестационарное решение представлялось в виде

$$r = r_*(X)[1 + \alpha(X,\tau)], \quad V = V_*(X)[1 + \beta(X,\tau)], \quad Y = Y_*(X) + \gamma(X,\tau)\,. \tag{2.4}$$

Из уравнений (1.1), (2.1) с учетом (1.4), (2.3), (2.4) получим уравнения для отклонений:

$$\begin{gathered} \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} + F_1 \frac{\partial \alpha}{\partial X} = F_2, \quad \frac{\partial \beta}{\partial X} = F_3, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial X} = \operatorname{sh}\zeta - \operatorname{sh}\zeta_*, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial X} = \frac{R(1+\alpha)^2}{qV_*}, \\ F_1 = \frac{1}{\operatorname{ch}\zeta} V_*(1+\beta), \quad F_2 = -\frac{1}{2\operatorname{ch}\zeta} V_*(1+\alpha) F_3, \\ F_3 = \frac{q \operatorname{ch}^2\zeta + \mathrm{We}\, R \operatorname{sh}\zeta}{(1+\alpha)^2 + \mathrm{We}\, q V_* \operatorname{ch}\zeta} - (1+\beta) \frac{q_* \operatorname{ch}^2\xi_* + \mathrm{We}\, R \operatorname{sh}\xi_*}{1 + \mathrm{We}\, q_* V_* \operatorname{ch}\xi_*}. \end{gathered} \tag{2.5}$$

Условия для отклонений в случае возмущения начального радиуса или скорости запишем в виде

$$\begin{aligned} \tau = 0: &\quad \alpha = \beta = \gamma = 0, \quad \zeta = \xi_*(X), \\ \tau > 0: &\quad X = 0, \quad \alpha = \alpha_0, \quad \beta = \beta_0, \quad \gamma = 0, \quad \zeta = \zeta_0(\tau), \\ \tau > 0: &\quad X = 1, \quad \beta = \gamma = 0. \end{aligned} \tag{2.6}$$

Динамические режимы идентичны при возмущениях скорости в начальном или конечном сечении [6]. Тянущие усилия $q_*$ и $q(\tau)$ однородны по длине струи.

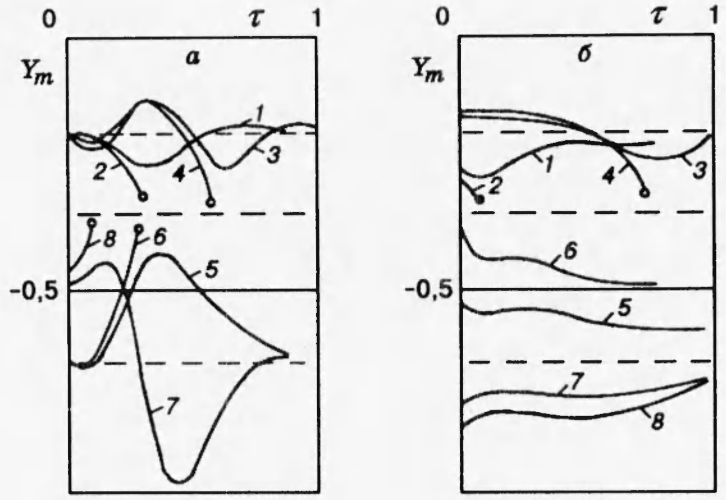


Рис. 3

В пределах каждого «временного слоя» уравнения для $\beta$, $\gamma$, $\zeta$ решались методом Рунге — Кутта четвертого порядка, поскольку имеем задачу Коши для системы трех уравнений первого порядка. Параметры $q$ и $\zeta_0$ подбирались исходя из условий отбора $\beta(X = 1, q, \zeta_0) = 0$, $\gamma(X = 1, q, \zeta_0) = 0$, которые рассматривались как система трансцендентных уравнений. Корни находились по алгоритму секущих — хорд. Для дискретизации одномерного уравнения конвективного переноса использовалась конечно-элементная схема Кранка — Николсона [7]. Порядок аппроксимации $O(\Delta\tau^2, \Delta X^4)$, реализация — трехточечная прогонка. Здесь $\Delta\tau$ и $\Delta X$ — шаг по времени и по $X$.

Рассмотрены динамические режимы вязкой жидкости (We $= 0$) для стационарных течений с близкой кратностью вытяжки и идентичным гравитационным параметром $R = 5$: докритическое течение для $q_* = 1{,}5$, $\xi_*(X = 0) = -0{,}928$, $Y_{*m} = -0{,}181$, $K = 5{,}98$, закритическое для $q_* = 0{,}5$, $\xi_*(X = 0) = -2{,}252$, $Y_{*m} = -0{,}628$, $K = 5{,}76$. Значению $R = 5$ отвечает критический режим с $q_* = 0{,}922$, $\xi_*(X = 0) = -1{,}49$, $Y_{*m} = -0{,}341$, $K = 4{,}74$.

На рис. 3 представлена кинетика перемещения средней части струи $Y_m = Y_{*m}(1 + \gamma_m)$ ($\gamma_m = \gamma(X = 0{,}5)$, $Y_{*m} = Y_*(X = 0{,}5)$) при ступенчатых возмущениях начального радиуса для $\alpha_0 \neq 0$, $\beta_0 = 0$ (*а*) и начальной скорости для $\alpha_0 = 0$, $\beta_0 \neq 0$ (*б*). На рис. 3,*а* кривые *1–8* отвечают $\alpha_0 = 0{,}2$; 0,25; −0,5; −0,6; 0,5; 0,6; −0,55; −0,7, на рис. 3,*б* кривые *1–8* соответствуют $\beta_0 = 0{,}8$; 0,85; −0,6; −0,7; 0,6; 1,1; −0,6; −0,95, а кружки — потере устойчивости. Видно, что непосредственно перед потерей устойчивости струя перемещается в область критических провисаний (линии *2, 4, 6, 8* на рис. 3,*а* и *2, 4* на рис. 3,*б*).

В докритическом течении при возмущениях радиуса по длине струи распространяются быстро затухающие продольные волны сужения и разбухания. При $\alpha_0 > 0$ начинается сужение струи в окрестности точки отбора, провисание увеличивается. Именно в период сужения конечного сечения для $\alpha_0 \geqslant 0{,}25$, $\tau \approx 0{,}2$ наступает потеря устойчивости. При $\alpha_0 < 0$ потеря устойчивости возможна в период $\tau \approx 0{,}6$ за счет сужения выходного сечения струи. В первые же периоды имеет место увеличение выходного сечения.

При возмущениях начального радиуса вертикальные отклонения струи (от положения статического равновесия) в закритическом течении больше, чем в докритическом. Также увеличивается длительность переходных процессов ввиду большей протяженности струи. При $\alpha_0 \geqslant 0{,}6$ потеря устойчивости наступает в момент $\tau \approx 0{,}27$ и обусловлена прогрессирующим утонением струи в окрестности $X \approx 0{,}8$. При $\alpha_0 \leqslant -0{,}7$ потеря устойчивости

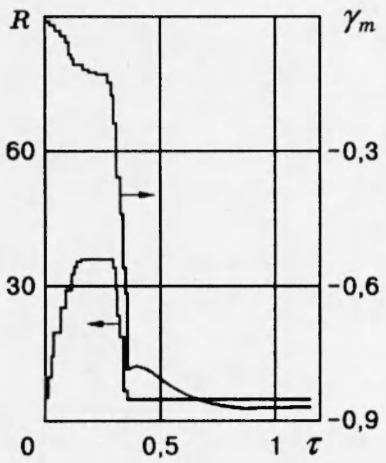


Рис. 4

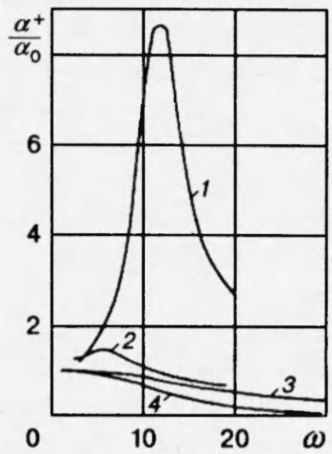


Рис. 5

обусловлена деформациями растяжения в окрестности начального сечения. По окончании переходных процессов для нового стационарного течения характерны следующие соотношения: $\alpha = \alpha_0$, $\beta = \gamma = 0$, $\partial\alpha/\partial\tau = 0$, $\partial\alpha/\partial X = 0$, $\zeta = \xi_*$, $q = q_*(1 + \alpha_0)^2$.

В случае возмущения начальной скорости ступенчато изменяется натяжение и провисание струи. Распределение возмущений скорости близко к линейному и мало изменяется в переходном процессе. Закритическое течение весьма устойчиво к отрицательным возмущениям скорости: течение сохранялось и при $\beta_0 = -0{,}95$.

Даже малые возмущения радиуса или скорости в критическом течении ($\alpha_0 \approx \beta_0 \approx \pm 0{,}01$) приводят к быстрой потере устойчивости разностной схемы на первых шагах по времени.

Таким образом, докритический и закритический режимы сопоставимы по устойчивости к возмущениям в начальном сечении.

Аналогичный анализ выполнен для вязкоупругой жидкости. В докритическом режиме возмущения вызывают незначительное вертикальное смещение струи. Устойчивость течения существенно повышается. В целом значительно усиливаются «демпфирующие» свойства системы, которые проявляются в снижении размаха колебаний средней части струи и в быстром затухании переходных процессов. Однако в закритическом режиме при $\alpha_0 < -0{,}2$ в струе возникают автоколебания, приводящие к потере устойчивости.

Для вязкоупругой жидкости проведен вычислительный эксперимент по переходу докритического течения в закритическое путем изменения параметра $R$, что эквивалентно изменению длины зоны течения. Стационарное докритическое течение имело следующие характеристики: $R = 5$, $\mathrm{We} = 0{,}1$, $q_* = 15$, $K = 9{,}5$, $\xi_{*0} = -0{,}0644$, $Y_{*m} = -0{,}0985$. Программа изменения параметра $R$ и провисаний средней части струи показана на рис. 4. Изменение $R$ выполнялось ступенчато в диалоговом режиме через два шага по времени. Начальный шаг по $R$ составлял 5, но при подходе к критическим провисаниям шаг постепенно уменьшался до 0,02 (на рисунке горизонтальное плато при $0{,}15 < \tau < 0{,}3$). Критическим провисаниям отвечает $R = 37{,}5$. Момент перехода течения в закритический режим определялся по характеру изменения провисания от $R$ (см. таблицу). После перехода гравитационный параметр снижался до 5. При этом провисание увеличивалось, приближаясь к стационарному закритическому.

При увеличении $R$ в докритическом течении струя перемещается вниз, ее сечение в средней части увеличивается, соответственно начальное и конечное сечения уменьшаются.

Далее, на плато $R \approx 37{,}5$ волна разбухания перемещается к точке отбора. Именно «упрочнение» выходного сечения делает возможным последующий переход в закритическое течение и предотвращает обрыв струи. Последнее обусловливает трудности в реализации перехода для ньютоновской жидкости.

Таким образом, явление бифуркации не противоречит принципу единственности решения уравнений Навье — Стокса [8], поскольку режим течения однозначно зависит от организации процесса (последовательности операций), т. е. от начальных условий.

Численно исследовано влияние упругих свойств на амплитудно-частотную характеристику системы. В случае гармонических возмущений начального радиуса граничными условиями для (2.5) будут $X = 0, \quad \alpha = \alpha_0 \sin \omega\tau, \quad \beta = \gamma = 0, \quad \zeta = \zeta_0; \quad X = 1, \quad \beta = \gamma = 0$, где $\omega = \omega^0 l / v_0$; $\omega^0$ — частота.

Рассмотрена область умеренных частот в окрестности обратного времени пребывания жидкой частицы в зоне деформации. Амплитуда возмущений $\alpha_0 \leqslant 0{,}1$. Контролировалась амплитуда колебаний выходного радиуса после установления режима колебаний $\alpha^+$. Исследованы докритические и закритические режимы для вязкой ($K = 5{,}98$, $R = 5$) и вязкоупругой ($K = 9{,}5$, $R = 5$, $\mathrm{We} = 0{,}1$) жидкостей.

На рис. 5 представлены амплитудно-частотные характеристики. По оси ординат отложен коэффициент усиления $\alpha^+/\alpha_0$. Линии *1, 2* отвечают докритическому и закритическому течению вязкой жидкости, а *3, 4* — докритическому и закритическому течению вязкоупругой жидкости.

В докритическом течении вязкой жидкости зависимость носит ярко выраженный резонансный характер. Причем в резонансной области зависимость $\alpha(X = 1, \tau)$ имела пикообразные максимумы, подобные описанным в [9]. Вертикальные колебания средней части струи также носили резонансный характер. В закритическом течении усиливаются «демпфирующие» свойства струи и снижается собственная частота. Имеют место значительные вертикальные колебания средней части струи также резонансного характера. Вязкоупругая жидкость обладает ярко выраженными «демпфирующими» свойствами, и усиление возмущений существенно уменьшается на всех умеренных частотах в обоих режимах. Численное исследование коротковолновых возмущений ($\omega \gg 1$) не имеет смысла вследствие использования уравнений длинноволнового приближения.

Проанализировано влияние непрямолинейности струи на «резонанс при вытягивании». Известно, что для прямолинейных струй вязкой жидкости автоколебания конечного радиуса с возрастающей амплитудой наступают при $K > 20, 22$ [10, 11]. В [10] отмечалось, что конечно-разностная аппроксимация для прямолинейных струй дает завышенное критическое значение кратности. Поэтому представленные ниже результаты оставляют возможность лишь качественной оценки влияния условий течения на возникновение автоколебаний.

Для вязкой жидкости ($\mathrm{We} = 0$) давалось ступенчатое возмущение начальной скорости $\beta_0 = 0{,}05$, $\alpha_0 = 0$ в (2.6). При фиксированном $R$ с увеличением $q_*$ (при этом кратность определялась в результате решения стационарной задачи (2.3)) отмечался момент возникновения в системе автоколебаний выходного радиуса возрастающей амплитуды. В случае малого влияния гравитации ($R = 1$, $Y_{*m} = -0{,}0034$) при $q_* < 4{,}9$ $(K < 134)$ происходило затухание колебаний, а при $q_* > 4{,}9$ $(K > 134)$ устанавливались автоколебания синусоидальной формы возрастающей амплитуды. Имеет место нормальная бифуркация рождения цикла. С увеличением прогиба струи в пределах докритических провисаний ($R = 20$, $Y_{*m} = -0{,}058$) автоколебания с возрастающей амплитудой возникали при $q_* > 5{,}05$ $(K > 183)$. Увеличение гравитационного параметра $R$ от 1 до 20 равносильно росту длины зоны течения в $\sqrt{20}$ раз. Таким образом, небольшой прогиб вытягиваемой струи повышает ее устойчивость к возникновению автоколебаний. С увеличением $R$ значение $q_*$, соответствующее моменту возникновения автоколебаний, возрастает несущественно.

При фиксированном $R$ в широком интервале провисаний исследована склонность продольного течения к возникновению автоколебаний. Согласно рис. 2, стационарное провисание однозначно определяется $q_*$. Как было отмечено выше, автоколебания возникают при малых провисаниях (сравнительно больших $K$ и $q_*$). С увеличением провисаний автоколебания появляются в окрестности критического режима течения $Y_* \approx -0{,}3$ (параметрический резонанс). В закритическом режиме автоколебания не обнаружены. С ростом провисаний характер изменения выходного радиуса постепенно переходил от колебательного к апериодически затухающему. Следовательно, неустойчивость течения в критических провисаниях обусловлена возникновением в струе автоколебаний возрастающей амплитуды. Это обстоятельство обусловливает трудность перехода течения от докритического к закритическому.

В рассматриваемом течении самопроизвольное нарастание интенсивности колебаний обусловлено дополнительным подводом энергии в струю. Возникновение автоколебаний с возрастающей амплитудой характерно для систем с обратной связью [12]. Информация об изменяющемся радиусе на выходе возвращается в зону течения в виде изменяющегося во времени и однородного по длине (игнорируются капиллярные и инерционные силы) тянущего усилия. Пульсации тянущего усилия оказывают модулирующее воздействие на динамические процессы в струе. При изотермическом течении вязкой жидкости градиент скорости деформации в точке отбора принимает наибольшее значение, а тянущее усилие определяется $\pi a^2 \eta \partial v/\partial s$. Неизотермичность, дилатансия и упругие свойства снижают градиент скорости растяжения в конечном сечении, и область устойчивого течения расширяется. Обратная связь по растягивающему напряжению снимается в случае режима вытяжки с постоянным тянущим усилием, и «резонанс при вытягивании» не возникает [2].

Автор выражает признательность В. М. Ентову за внимание к работе.

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Зябицкий А.** Теоретические основы формования волокон. М.: Химия, 1979.
2. **Ентов В. М., Ярин А. Л.** Динамика свободных струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей // Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. М.: ВИНИТИ, 1984. Т. 18. С. 112–197.
3. **Шульман З. П., Хусид Б. М.** Нестационарные процессы конвективного переноса в наследственных средах. Минск: Наука и техника, 1983.
4. **Ентов В. М., Махкамов С. М., Мукук К. В.** Об одном эффекте нормальных напряжений // Инж.-физ. журн. 1978. Т. 34, № 3. С. 514–518.
5. **Астарита Дж., Марруччи Дж.** Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. М: Мир, 1978.
6. **Колпащиков В. Л., Мартыненко О. Г., Шнип А. И.** Динамическая модель реакции процесса вытяжки стекловолокна на возмущающие воздействия // Инж.-физ. журн. 1984. Т. 47, № 5. С. 817–822.
7. **Флетчер К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 1. М.: Мир, 1991.
8. **Джозеф Д.** Устойчивость движений жидкости. М.: Мир, 1981.
9. **Ярин А. Л.** Влияние теплоотвода на нестационарные режимы формования волокон // Инж.-физ. журн. 1986. Т. 50, № 5. С. 810–818.
10. **Ярин А. Л.** О возникновении автоколебаний при формовании волокон // Прикл. математика и механика. 1983. Т. 47, вып. 1. С. 82–88.

11. **Берман В. С., Ярин А. Л.** Динамические режимы формования волокон // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 6. С. 31–37.
12. **Винер Н.** Кибернетика. М.: Сов. радио, 1958.

*Поступила в редакцию 9/III 1995 г.*