

**ПОЛЗУЧЕСТЬ НАЧАЛЬНО АНИЗОТРОПНЫХ НЕУПРУЧНЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ**

**О. В. Соснин**

(Новосибирск)

Используя гипотезу существования потенциала скоростей деформаций ползучести и предполагая его функцией от смешанного инварианта тензора напряжений и тензора анизотропных характеристик материала, покажем возможность приближенного описания установившейся ползучести некоторого класса анизотропных материалов и проведем экспериментальную проверку полученных зависимостей для случая ползучести при растяжении и кручении трубчатых образцов.

1. Установившаяся ползучесть материалов при одноосном нагружении обычно описывается зависимостями вида

$$\eta = B\sigma^n, \quad \eta = Ke^{\beta\sigma} \tag{1.1}$$

Здесь  $\eta$  — скорость деформации ползучести,  $\sigma$  — напряжение,  $B$  и  $n$ , или соответственно  $K$  и  $\beta$ , — экспериментальные характеристики материала. Анизотропность в поведении материала при описании ползучести может проявиться как в изменении одной из характеристических величин в (1.1) в зависимости от ориентации в теле вектора прикладываемой нагрузки, так и в одновременном их изменении.

Рассмотрим более простой случай анизотропии, когда в зависимостях (1.1) меняется одна характеристика  $B$ , или соответственно  $K$ , и материал на растяжение и сжатие ведет себя при ползучести одинаково. Ползучесть таких материалов можно описать введением потенциала скоростей деформаций в виде

если брать за исходную первую из зависимостей (1.1)

$$\Phi_1 = \left(\frac{T_1}{S}\right)^m (S)^{1/2(n+1)}, \quad \eta_{ij} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial \sigma_{ij}} \tag{1.2}$$

если брать за исходную вторую из зависимостей (1.1)

$$\Phi_2 = \left(\frac{T_2}{S}\right)^m \exp(\beta_1 S^{1/2}), \quad \eta_{ij} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial \sigma_{ij}} \tag{1.3}$$

$$S = 3\sigma_{ij}^\circ \sigma_{ij}^\circ, \quad \sigma_{ij}^\circ = \sigma_{ij} - 1/3 \delta_{ij} \sigma_{kk}$$

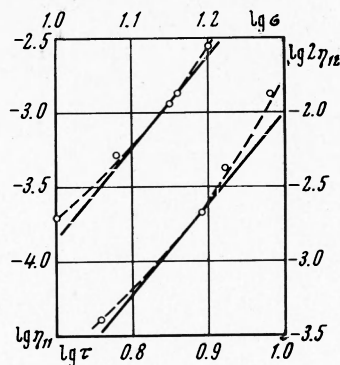
$$T_1 = A_{11}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + A_{22}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + A_{33}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2A_{12}\sigma_{12}^2 + 2A_{23}\sigma_{23}^2 + 2A_{31}\sigma_{31}^2$$

Здесь  $T_2$  имеет аналогичный вид с другими коэффициентами  $A_{ij}$ . Таким образом, в соответствии со структурой зависимостей (1.1) потенциальные функции (1.2) и (1.3) состоят из произведения двух функций: однородной нулевой относительно напряжений степени  $(T/S)^m$ , учитывающей анизотропность материала через коэффициенты  $B$  или  $K$ , и степенной или экспоненциальной функций с изотропной характеристикой  $n$  или  $\beta_1$ . Показатель  $m$  может быть выбран произвольно, в частности, в (1.2) его целесообразно принять равным  $m = (n + 1) / 2$  и в (1.3)  $m = 1$ , и окончательно зависимости (1.2) и (1.3) примут вид

$$\Phi_1 = T_1^{1/2(n+1)}, \quad \eta_{ij} = \partial \Phi_1 / \partial \sigma_{ij} \tag{1.4}$$

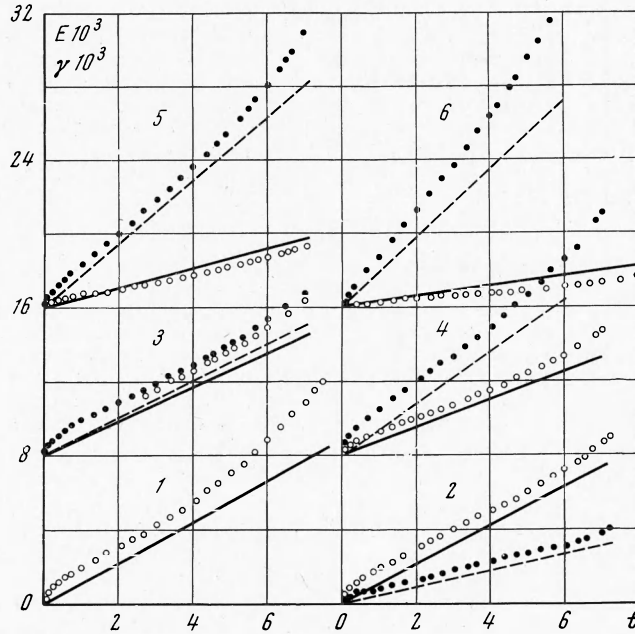
$$\Phi_2 = \exp(\beta_1 S^{1/2}) T_2 / S, \quad \eta_{ij} = \partial \Phi_2 / \partial \sigma_{ij} \tag{1.5}$$

На фиг. 1 в логарифмической системе координат представлены результаты экспериментов в виде зависимости величины установившейся скорости ползучести в осевом направлении  $d\varepsilon / dt \equiv \eta_{11}$  от напряжения при чистом растяжении трубчатых образцов (верхний график) и скорости сдвига  $d\gamma / dt = 2\eta_{12}$  от величины касательного напряжения  $\tau$  при чистом кручении (нижний график). Трубчатые образцы наружным и внутренним диаметрами соответственно 20 и 18 мм и длиной рабочей части 80 мм изготовлялись из прутка Д16Т диаметром 30 мм и испытывались при температуре 250° С. После изготовления образцы термообработке не подвергались. Режим прогрева образцов и его длительность с момента включения до загрузки выдерживались постоянными в течение 2.5 час. Напряжения подсчитывались из условия их равномерного распределения по сечению образца и приравниванием внешнего крутящего момента внутреннему относительно среднего радиуса сечения.



Фиг. 1

Из фиг. 1 видно, что для описания процессов ползучести в широком диапазоне напряжений необходимо использовать зависимости более сложные, чем (1.1). Характеристики  $B$  и  $n$ , соответственно  $K$  и  $\beta$ , могут быть приняты за постоянные величины только для узкого интервала напряжений. Так, например, для уровня напряжений



Фиг. 2

порядка  $14 \text{ кг/мм}^2$  при чистом растяжении и порядка  $8 \text{ кг/мм}^2$  для чистого кручения из фиг. 1 найдем применительно к первой из зависимостей (1.1)

$$n = 6, \quad B_{\sigma} = 1.3 \cdot 10^{-10}, \quad B_{\tau} = 8.65 \cdot 10^{-9} \quad [\text{м.м}^{2n} / \text{кг}^n \cdot \text{час}] \quad (1.6)$$

Беря потенциальную функцию в виде (1.4) и учитывая осевую симметрию материала, коэффициенты в квадратичной форме  $T_1$ , которая применительно к описанию ползучести при растяжении и кручении примет вид

$$T_1 = (A_{22} + A_{33})\sigma^2 + 2A_{12}\tau^2$$

определяется через величины (1.6) [1] (1.7)

$$A_{22} + A_{33} = [B_{\sigma} / (n + 1)]^{2/(n+1)} = 0.86 \cdot 10^{-3}, \quad 2A_{12} = [B_{\tau} / (n + 1)]^{2/(n+1)} = 2.85 \cdot 10^{-3}$$

На фиг. 2 представлены результаты экспериментов по ползучести трубчатых образцов этого материала при совместном действии растяжения и кручения, проведенных при той же температуре по программе нагрузок в  $1 \text{ кг/мм}^2$ , указанных в табл. 1. На гра-

Таблица 1

	$\sigma$	$\tau$	$\eta_{11}^* \cdot 10^9$	$\eta_{11} \cdot 10^3$	$2\eta_{12}^* \cdot 10^3$	$2\eta_{12} \cdot 10^3$	$W_{11} \cdot 10^3$
1	14.18	—	1.15	1.11	—	—	16.3
2	13.80	1.82	1.05	1.03	0.50	0.46	15.4
3	12.35	3.85	0.95	0.93	1.00	0.99	15.6
4	10.25	5.40	0.73	0.75	1.40	1.40	15.0
5	7.00	6.80	0.43	0.53	1.70	1.70	14.6
6	3.50	7.56	0.18	0.26	2.40	1.90	18.8
7	—	7.81	—	—	2.10	2.00	16.4

фиках светлыми точками обозначены осевые деформации  $\epsilon$ , темными — сдвиговые деформации  $\gamma$ , время указано в часах. В кружках отмечен номер эксперимента в соответствии с табл. 1. Здесь же сплошной и пунктирной линиями указаны расчетные значения соответственно тех же деформаций, полученных по (1.4) с коэффициентами (1.7). Из графиков и табл. 1 видно, что в целом величины расчетных значений скоростей деформаций ползучести  $\eta_{ij}$  на установившейся стадии близки к экспериментальным значениям скоростей  $\eta_{ij}^*$ .

Вследствии (1.4) в любой точке напряженного состояния в плоскости  $\sigma \tau$  вектор скоростей деформаций ползучести должен быть ортогонален к поверхности  $\Phi_1 = \text{const}$ , проходящей через эту точку напряжений.

В системе координат  $\sigma, [2A_{12}/(A_{22} + A_{33})]^{1/2} \tau$  уравнение  $\Phi_1 = \text{const}$  будет изображать окружность. Откладывая от точки с компонентами напряжений, при которых проводился эксперимент величины  $[2A_{12}/(A_{22} + A_{33})]^{1/2} \eta_{11}^*$  и  $2\eta_{12}^*$ , замеренные в эксперименте, по горизонтали и вертикали соответственно, получаем результирующий вектор скоростей деформаций, который должен совпасть с радиальным направлением. В каждом из приведенных на фиг. 2 экспериментов напряженное состояние выбиралось так, чтобы оно удовлетворяло уравнению  $\Phi_1 = \text{const}$ .

На фиг. 3 изображен вид этой поверхности и отмечены точки напряженных состояний, при которых проводились эксперименты, представленные в табл. 1. Здесь же указаны направления результирующих векторов скоростей деформаций ползучести, построенных по данным экспериментов.

В силу однородности потенциальной функции относительно напряжений из (1.4) получим

$$\sigma_{ij} \eta_{ij} = (n + 1) \Phi_1 \quad (1.8)$$

Таким образом, в пространстве напряжений поверхности постоянной удельной мощности рассеяния  $\sigma_{ij} \eta_{ij} \equiv W_1 = \text{const}$  подобны поверхностям  $\Phi_1 = \text{const}$ . В табл. 1 указаны величины скоростей деформаций ползучести в  $1/\text{час}$ , замеренные в экспериментах на установившейся стадии ползучести  $\eta_{ij}^*$  и рассчитанные по (1.4) с характеристиками (1.6) и (1.7)  $\eta_{ij}$ , и величины  $W_1$   $\text{кг}/\text{мм}^2 \cdot \text{час}$ , вычисленные по экспериментальным значениям. Исключая эксперимент 6, все величины  $W_1$  не выходят за обычную при ползучести полосу экспериментального разброса относительно среднего значения.

Согласно [2] для процессов с одинаковыми величинами  $W_1$  величина рассеянной в процессе ползучести удельной работы

$$A = \int_0^t \sigma_{ij} \eta_{ij} dt$$

на любой момент времени должна оставаться одинаковой вплоть до разрушения. Легко видеть, сделав соответствующие построения по данным фиг. 2, что диаграммы  $A = A(t)$  идут плотным пучком во всех стадиях ползучести.

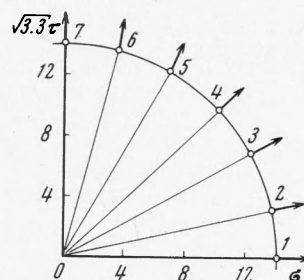
Эти же результаты были обработаны по второй из зависимостей (1.1) с введением потенциальной функции текучести  $\Phi_2$  в форме (1.5). Коэффициенты в квадратичной форме будут иметь другие значения по сравнению с аналогичными величинами (1.7) и вид поверхности  $\Phi_2 = \text{const}$ , будет иной, но непосредственный расчет показал, что напряжения, удовлетворяющие уравнениям  $\Phi_1 = \text{const}$  и  $\Phi_2 = \text{const}$  и имеющие одну общую точку, отличаются в пределах 1%. Аналогичные результаты с тем же порядком отклонения получаются и для компонент скоростей деформаций ползучести и для напряжений, удовлетворяющих  $W_1 = \text{const}$  и  $W_2 = \text{const}$  с одной общей точкой.

2. По аналогичной программе были проведены эксперименты на трубчатых образцах, вырезанных из дюралевой плиты в направлении прокатки [1]. Толщина плиты 20 мм и в отличие от образцов предыдущего пункта наружный и внутренний диаметры у этих трубок были соответственно 16.5 и 15 мм.

Описывая одномерную ползучесть материала первой из зависимостей (1.1) и предполагая существование потенциальной функции скоростей деформаций ползучести в виде

$$F = T^{(n+1)/2}, \quad \eta_{ij} = \partial F / \partial \sigma_{ij}$$

$$T = C_{11} (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + C_{22} (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + C_{33} (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2C_{12} \sigma_{12}^2 + 2C_{23} \sigma_{23}^2 + 2C_{31} \sigma_{31}^2 \quad (2.1)$$



Фиг. 3

применительно к описанию результатов экспериментов при одновременном действии растяжения и кручения ортотропного материала, получаем

$$\eta_{11} = (n + 1) [(C_{22} + C_{33}) \sigma^2 + (2C_{12} \sin^2 \varphi + 2C_{13} \cos^2 \varphi) \tau^2]^{(n-1)/2} (C_{22} + C_{33}) \sigma \quad (2.2)$$

$$d\gamma / dt = (n + 1) [(C_{22} + C_{33}) \sigma^2 + (2C_{12} \sin^2 \varphi + 2C_{13} \cos^2 \varphi) \tau^2]^{(n-1)/2} \times \\ \times (2C_{12} \sin^2 \varphi + 2C_{13} \cos^2 \varphi) \tau$$

Здесь  $\sigma_{12} = -\tau \sin \varphi$ ,  $\sigma_{13} = \tau \cos \varphi$ , угол  $\varphi$  отсчитывается от второго направления.

Из (2.2) следует, что, вообще говоря, скорости  $\eta_{11}$  и  $d\gamma / dt$  в каждой точке сечения кольца различны. В силу того что концы трубки жесткие и, следовательно, по условиям эксперимента осевые скорости  $\eta_{11}$  не должны зависеть от  $\varphi$  при совместном действии растяжения с кручением, выражение

$$(2C_{12} \sin^2 \varphi + 2C_{13} \cos^2 \varphi) \tau^2 \equiv k^2$$

не должно зависеть от  $\varphi$ , сами же  $\tau$  и  $\gamma$  от  $\varphi$  зависят. В эксперименте обычно измеряется усредненная по контуру величина сдвига  $\gamma$ , что позволяет использовать средние по контуру значения величин  $\tau$  и

$$(2C_{12} \sin^2 \varphi + 2C_{13} \cos^2 \varphi) \equiv 2C$$

По результатам экспериментов по ползучести образцов, вырезанных в продольном направлении и подверженных растяжению при температуре 200° С найдено [1]

$$n = 8, \quad C_{22} + C_{33} = 0.87 \cdot 10^{-20/s} \quad (2.3)$$

а из экспериментов на чистое кручение трубчатых образцов, вырезанных в том же направлении найдено усредненное значение коэффициента  $2C$  при сдвиговом напряжении  $\tau$  в квадратичной форме  $T$

$$2C = 3.1 \cdot 10^{-20/s} [\text{мм}^{2n} / \text{кг}^n \cdot \text{час}]^{2/(n+1)} \quad (2.4)$$

Эксперименты на сложное напряженное состояние проводились по программе нагрузок в  $\text{кг}/\text{мм}^2$ , указанных в табл. 2 и в отличие от экспериментов предыдущего пункта продолжались далеко за пределы второй стадии ползучести.

Таблица 2

	$\sigma$	$\tau$	$W_2 \cdot 10^3$		$\sigma$	$\tau$	$W_2 \cdot 10^3$
1	8.00	—	64.0	7	—	4.24	67.5
2	7.71	1.12	65.7	8	7.00	—	24.2
3	6.94	2.13	69.7	9	6.05	1.86	24.8
4	5.66	3.00	61.2	10	4.95	2.62	21.9
5	3.98	3.68	71.0	11	3.48	3.22	23.7
6	2.06	4.10	64.0	12	—	3.71	25.9

Напряжения, указанные в табл. 2, выбраны так, чтобы они удовлетворяли уравнению  $F = \text{const}$ , причем первые семь экспериментов проведены при условии, что изображающие напряженное состояние точки лежат на поверхности  $F = \text{const}$ , проходящей через точку  $\sigma = 8 \text{ кг}/\text{мм}^2$ ,  $\tau = 0$ , у остальных пяти экспериментов изображающие точки лежат на поверхности, проходящей через точку  $\sigma = 7 \text{ кг}/\text{мм}^2$ ,  $\tau = 0$ .

Векторы скоростей деформаций ползучести, построенные в соответствующих точках напряженного состояния, достаточно хорошо совпадают с направлением нормали к поверхности в этих точках. Более того, в экспериментах при постоянных напряжениях отношение между компонентами деформаций в установившейся стадии согласно (2.2) равно отношению между компонентами скоростей деформаций ползучести

$$\epsilon / \gamma = \sigma / 3.57 \tau \quad (2.5)$$

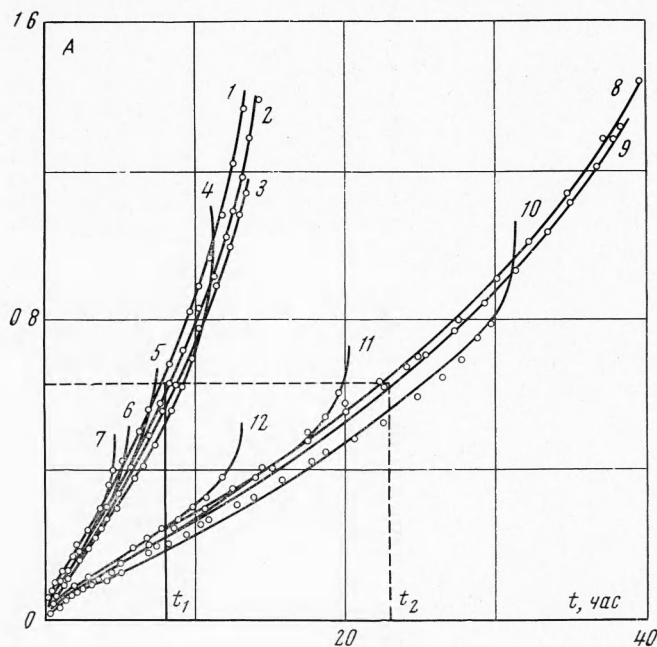
и эта величина оставалась постоянной во всех трех стадиях вплоть до разрушения. Последнее обстоятельство указывает на то, что начальная анизотропия, возникшая в материале вследствие технологической обработки, в процессе ползучести не меняется до полного истощения работоспособности материала.

В табл. 2 приведены значения величин мощностей рассеяния  $W_2 = \sigma_{ij} \eta_{ij}^*$  в установившейся стадии ползучести, вычисленных по экспериментальным данным, а на фиг. 4 построены графики рассеянной в процессе ползучести работы  $A = A(t)$ , где

цифры у диаграмм соответствуют номерам экспериментов табл. 2. Данный материал очень вязкий, деформации достигали больших величин и подсчитывались по зависимостям

$$\varepsilon = \ln (l / l_0), \quad \gamma = \psi r / (l_0 \exp \varepsilon)$$

где  $l_0$  — начальная длина образца,  $\psi$  — угол закручивания трубки,  $r$  — средний радиус. Кроме этого, через каждые 2% деформаций из условия несжимаемости материала пересчитывалась площадь сечения образца и уменьшалась осевая нагрузка и крутящий момент с целью поддержания постоянных величин  $\sigma$  и  $\tau$ . При достижении величин деформации порядка 20% эксперимент прекращался. В целом все диаграммы идут



Фиг. 4

довольно плотным пучком практически до разгрузки. (В экспериментах на чистое кручение и близких к ним наблюдалась крутильная потеря устойчивости трубчатого образца до исчерпания работоспособности материала.) Из табл. 2 и графиков фиг. 4 легко установить, что для любого уровня рассеянной удельной работы отношение соответствующих времени  $t_2 / t_1$  остается постоянным во всех стадиях ползучести и совпадает с величиной обратного отношения средних величин удельных мощностей рассеяния  $W^{(1)} / W^{(2)}$ . Таким образом, заключение, что время вязкого разрушения при ползучести обратно пропорционально величинам удельных мощностей рассеяния в установившейся стадии, проверенное при одноосном нагружении [2], справедливо и для случая плоского напряженного состояния и лишней раз подтверждает гипотезу о том, что рассеиваемая в процессе ползучести удельная работа является одним из определяющих параметров вязкого разрушения материала, в том числе и анизотропного.

Полученные результаты подтверждают непротиворечивость гипотезы существования потенциальных функций скоростей деформаций ползучести и ее приемлемость для описания процессов в анизотропных средах.

Поступила 17 VII 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Соснин О. В. Об анизотропной ползучести материалов. ПМТФ, 1965, № 6.
2. Никитенко А. Ф., Соснин О. В. О разрушении при ползучести. ПМТФ, 1967, № 3.