

ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ТРЕНИЯ НА ВЕЛИЧИНУ ПОТЕРЬ В СОПЛОВОЙ РЕШЕТКЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО $\text{CO}_2\text{—N}_2\text{—He}$ -ЛАЗЕРА

В. Ф. Козлов
(Жуковский)

Для получения сильно неравновесных потоков газа в газодинамических CO_2 -лазерах применяются наборы коротких сопел (сопловые решетки) с небольшими критическими сечениями [1]. В таких установках относительно велика роль вязкости газа. Потери в ГДЛ, вызываемые трением, определялись численными методами в [2, 3]. В обеих работах предполагалось, что взаимодействия различных типов колебаний в молекулах газа с поверхностью сопел подчиняются одновременно одним и тем же закономерностям. Однако многоатомные молекулы, как правило, имеют сложную пространственную структуру, что, вообще говоря, должно приводить к различным скоростям релаксации их колебательных степеней свободы на границе соприкосновения двух фаз. Вопрос о возможном практическом использовании этих явлений обсуждался в [4]. Позже в работе [5] математическую модель релаксации молекул CO_2 на поверхности частиц водного аэрозоля [4] было предложено использовать при анализе физических процессов в ГДЛ.

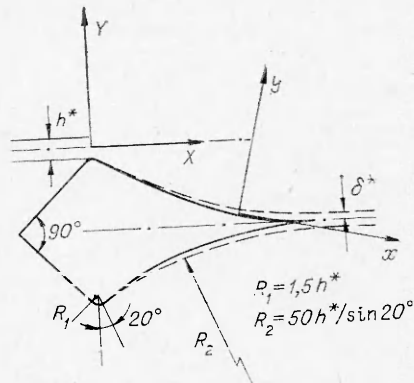
В данной работе в качестве рабочей среды рассматривается трехкомпонентная смесь газов, взятых в отношении $\xi_1 : \xi_2 : \xi_3 = 0,05 : 0,25 : 0,7$ (ξ_i — мольная концентрация i -го компонента смеси), при следующих значениях параметров торможения (условия в форкамере): давлении торможения $p_0 = 1,013 \cdot 10^6$ Па и температуре торможения $T_0 = 1900$ К.

Сопловая решетка предполагается набранной из одинаковых пластин, форма которых определяется по известной форме невязкого ядра течения (характерные размеры указаны на фиг. 1) и вычисляемой толщине вытес-

нения пограничного слоя $\delta^* = \int_0^{H/2} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_e} \frac{u}{u_e}\right) dY$, где H — размер по-

перечного сечения сопла. При указанных условиях в форкамере и высоте минимального сечения отдельного сопла в решетке $h^* = 2$ мм (число Рейнольдса $Re^* = 1,22 \cdot 10^4$ вычисляется по параметрам течения в минимальном сечении) применима концепция тонкого пограничного слоя, согласно которой роль вязкости существенна вблизи стенок (пограничный слой), а параметры потока в остальной части (невязком ядре) испытывают лишь ее косвенное влияние. Невязкое течение рассматривается в одномерном приближении, причем поток до сечения, в котором его скорость достигает «замороженной» скорости звука [6], предполагается равновесным.

За основу принимается схема реакций [7], из которой исключены переходы $\text{N}_2(1) + \text{CO}_2(00^0) \rightleftharpoons \text{N}_2(0) + \text{CO}_2(11^10; 03^10)$. Для используемых



Ф и г. 1

в расчетах параметров течения, формы сопла и вероятностей столкновительных переходов [8] асимптотический метод решения кинетических уравнений [9—11] позволяет единственным образом выбрать математическую модель неравновесного течения. Общие уравнения, полученные в [10], для рассматриваемой смеси газов $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{He}$ имеют вид

а) для невязкого ядра течения

$$\rho U F(X) = \text{const},$$

$$\rho U \frac{dU}{dX} = -\frac{dp}{dX} \frac{U^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{F}{\rho} + \frac{\varepsilon_{\kappa}}{m} = h_0,$$

(1)

$$U \frac{d\hat{\varepsilon}_{\alpha}}{dX} = q_{\alpha}, \quad \alpha = 1, 2; 3; 4,$$

$$\hat{\varepsilon}_{1,2} = 2 \sum_{i=1}^2 \left[\exp\left(\frac{\Theta_i}{T_{1,2}}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad \hat{\varepsilon}_{\alpha} = \left[\exp\left(\frac{\Theta_{\alpha}}{T_{\alpha}}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad \alpha = 3; 4,$$

$$q_{1,2} = n(\varphi_1 - 3\varphi_2), \quad q_3 = n(\varphi_2 + \xi_2\varphi_3), \quad q_4 = -\xi_1 n\varphi_3,$$

$$\varphi_1 = \left(\sum_{i=1}^3 \xi_i \langle g\sigma(2 \rightarrow 0) \rangle_{1-i} \right) (1 - \beta_2)(\varepsilon_{02} - \hat{\varepsilon}_2),$$

$$\varphi_2 = \langle g\sigma(3 \rightarrow \Sigma) \rangle \left[\beta_3 \beta_2^{-3} (1 + \hat{\varepsilon}_3) \left(\frac{\hat{\varepsilon}_2}{2} \right)^3 - \hat{\varepsilon}_3 \left(1 + \frac{\hat{\varepsilon}_2}{2} \right)^3 \right],$$

$$\varphi_3 = \langle g\sigma(4 \rightarrow 3) \rangle_{1-2} (\hat{\varepsilon}_3 - \hat{\varepsilon}_4),$$

$$\langle g\sigma(3 \rightarrow \Sigma) \rangle = \gamma \sum_{i=1}^3 \xi_i \langle g\sigma(3 \rightarrow 1, 2) \rangle_{1-i} + \sum_{i=1}^3 \xi_i \langle g\sigma(3 \rightarrow 2) \rangle_{1-i},$$

$$\beta_i = \exp\left(\frac{\Theta_i}{T}\right), \quad \gamma = \left[\left(1 + \frac{\hat{\varepsilon}_2}{2} \right)^2 - \beta_1 \beta_2^{-2} \left(\frac{\hat{\varepsilon}_2}{2} \right)^2 \right]^{-1},$$

где $F(X)$ — площадь поперечного сечения невязкого ядра потока; κ — показатель адиабаты в «замороженном» течении [6]; $\varepsilon_{\kappa} = k \sum_{i=1}^2 \xi_i \sum_l \Theta_{li} \hat{\varepsilon}_l$ — средняя энергия колебательного движения, приходящаяся на одну молекулу; $\bar{m} = \sum_{i=1}^3 \xi_i m_i$ — средний молекулярный вес смеси; h_0 — энтальпия торможения, отнесенная к единице массы газа; Θ_{α} , Θ_{li} — характеристическая температура l -й колебательной моды в молекулах i -го сорта;

б) для течения в пограничном слое, который предполагается ламинарным на всей поверхности пластины,

$$(2) \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0, \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right),$$

$$c_p \left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + u \frac{dp}{dx} - \rho \sum_{i=1}^2 c_i R_i \sum_l \Theta_{li} q_{li},$$

$$\rho u \frac{\partial \hat{\varepsilon}_c}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \hat{\varepsilon}_{\alpha}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\lambda_{\alpha}}{c_{v\alpha}} \frac{\partial \hat{\varepsilon}_{\alpha}}{\partial y} \right) + \rho q_{\alpha}, \quad \alpha = 1, 2; 3; 4,$$

где c_i , R_i — соответственно массовая концентрация и газовая постоянная i -го компонента смеси.

Уравнения пограничного слоя (2) записаны в системе координат (x, y) , связанной с поверхностью сопла, а уравнения невязкого течения — в системе координат (X, Y) , начало которой находится в центре минимального сечения сопла (см. фиг. 1). Не учитывается вклад в величину коэффициентов переноса резонансных и быстрых неупругих (резонанс Ферми в CO_2) обменов энергией.

Для уравнений (2) рассматриваются два вида граничных условий:

$$(3) \quad y = 0, u = v = 0, T = T_{1,2} = T_w, \left(\frac{\partial T_3}{\partial y}\right)_w = \left(\frac{\partial T_4}{\partial y}\right)_w = 0,$$

$$y \rightarrow \infty, u \rightarrow u_e, T \rightarrow T_{\infty}, T_{c_i} \rightarrow T_{c_{i,e}}, \quad \alpha = 1, 2; 3; 4;$$

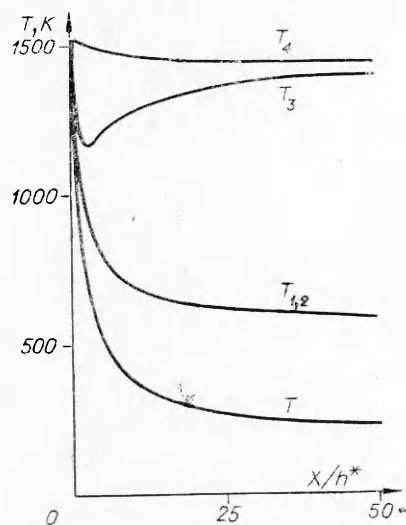
$$(4) \quad y = 0, u = v = 0, \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w = \left(\frac{\partial T_\alpha}{\partial y}\right)_w = 0,$$

$$y \rightarrow \infty, u \rightarrow u_e, T \rightarrow T_e, T_{c_i} \rightarrow T_{c_{i,e}}, \quad \alpha = 1, 2; 3; 4.$$

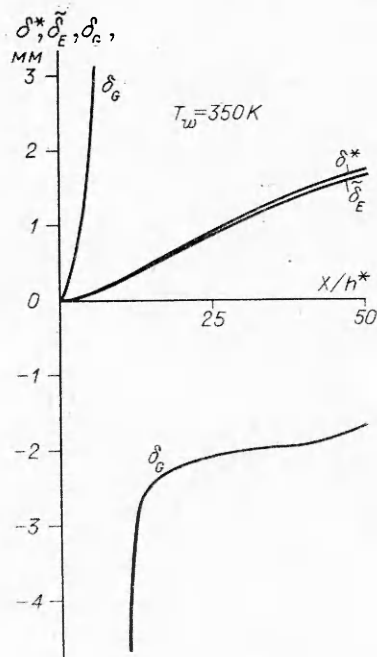
Как показано в [9—11], использование уравнений газодинамики в многотемпературном приближении в сравнении с частным случаем одноатомных газов соответствует переходу к более грубому способу описания, что требует более внимательного отношения к формулировке граничных условий. Однако для тесно связанных между собой резонансом Ферми симметричных и деформационных колебаний в CO_2 и очень быстрой релаксации последних допустимо использование математических моделей каталитической (3) и теплоизолированной поверхности (4). В отличие от [4] в условиях (3) дополнительно предполагается, что колебательные степени свободы N_2 не участвуют в обменах энергией с поверхностью сопла.

Уравнения (1), (2) интегрировались численно с применением конечно-разностного метода [12] для уравнений пограничного слоя (2) и обычной конечно-разностной схемы второго порядка точности [6] в случае (1). В программе расчетов использованы отдельные фрагменты программы [13].

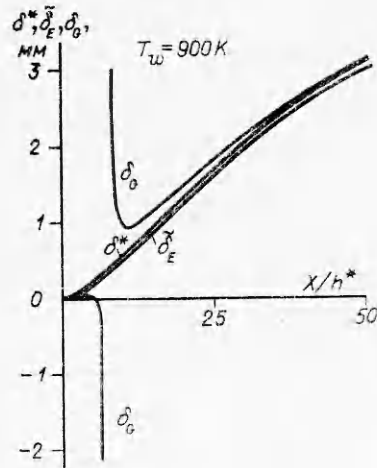
Результаты расчетов представлены на фиг. 2—5. Изменение колебательных температур $T_{1,2}$, T_3 , T_4 и газокинети-



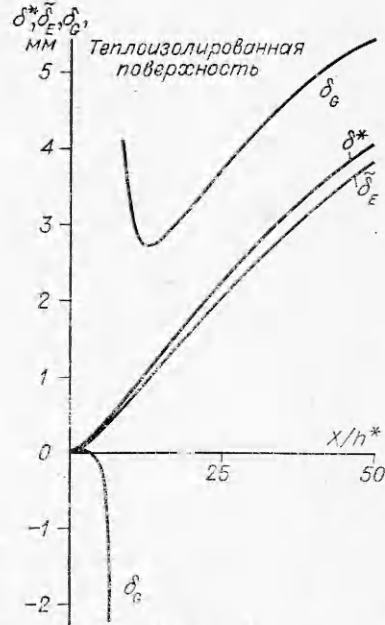
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

ческой T вдоль сопла в невязком ядре потока показано на фиг. 2. В рассматриваемых моделях гетерогенной релаксации на поверхности сопел трение приводит к незначительному разогреву антисимметричной моды в CO_2 и колебаний в N_2 . Этим объясняются отрицательные значения толщины потерь полезной колеба-

тельной энергии $\delta_E = \int_0^{H/2} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} [1 - (\xi_1 \Theta_3 \hat{\varepsilon}_3 + \xi_2 \Theta_4 \hat{\varepsilon}_4) / (\xi_1 \Theta_3 \hat{\varepsilon}_{3e} + \xi_2 \Theta_4 \hat{\varepsilon}_{4e})] dY$

(на фиг. 3—5 для удобства изображена величина $\tilde{\delta}_E = \delta_E + \delta^*$). Отрицательные значения толщины потерь коэффициента усиления слабого сигнала $\delta_G = \int_0^{H/2} (1 - \frac{G}{G_e}) dY$ (линия P20) при температуре стенки 350 К ука-

зывают на дополнительное образование в области вязкого течения инверсии заселенностей лазерных уровней в молекулах CO_2 . Этот эффект связан с «охлаждением» деформационной и симметричной моды в CO_2 вблизи холодной поверхности и благоприятствующим отсутствием непосредственного взаимодействия со стенкой со стороны остальных колебательных степеней свободы молекул. Опустошение заселенностей уровней энергии антисимметричной моды в CO_2 и колебаний в N_2 происходит главным образом за счет междумодовых обменов с другими колебаниями, которые в пограничном слое малоэффективны.

Как следует из фиг. 3—5, потери в коэффициенте усиления и толщина пограничного слоя максимальны для сопел с теплоизолированными стенками, причем вязкость уменьшает коэффициент усиления на срезе сопла до 6,6%. В соплах с охлаждаемыми стенками коэффициент усиления увеличивается в сравнении с невязким приближением на 20—22% при $T_w = 350$ К, а пограничный слой в них тоньше. Существенно влияют на потери процессы колебательной релаксации на поверхности сопел.

Автор выражает благодарность В. М. Кузнецову за полезные обсуждения результатов работы.

Поступила 1 XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Лосев С. А. Газодинамические лазеры. М., «Наука», 1977.
2. Monsler M. J., Greenberg R. A. The effects of boundary layers on the gain of gasdynamic laser. AIAA Paper, N 71-24, 1971.
3. Kawamura R., Masuda W. A numerical study on the effects of viscosity on the performance of CO₂ gasdynamic laser. ISAS University of Tokyo. Rept. N 528, 1975.
4. Конохов В. К., Прохоров А. М. О возможности создания адсорбционного газодинамического квантового генератора. — «Письма в ЖЭТФ», 1971, т. 13, вып. 4.
5. Кузнецов В. М., Кузнецов М. М. О граничных условиях для течений многоатомных газов. — ПМТФ, 1975, № 4.
6. Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М., «Машиностроение», 1972.
7. Бирюков А. С., Гордиец Б. Ф. Кинетические уравнения релаксации колебательной энергии в смеси многоатомных газов. — ПМТФ, 1972, № 6.
8. Генералов И. А., Козлов Г. И., Селезнева И. К. Об инверсии заселенности молекул CO₂ в расширяющихся потоках газа. — ПМТФ, 1974, № 5.
9. Козлов В. Ф. Квазиравновесные распределения в физической газовой динамике. — «Численные методы механики сплошной среды», 1977, т. 8, № 7.
10. Козлов В. Ф. Уравнения физической газовой динамики для течений смесей многоатомных газов. — «Труды ЦАГИ», 1978, вып. 1932.
11. Кузнецов В. М. Некоторые модели физической аэродинамики. — «Численные методы механики сплошной среды», 1978, т. 9, № 2.
12. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое. — В кн.: Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М., «Наука», 1964.
13. Гарбузов В. М. Программа, составленная на алгоритмическом языке ФОРТРАН для численного интегрирования уравнений двумерного ламинарного пограничного слоя при вдуве инородного газа. — «Труды ЦАГИ», 1973, вып. 1482.

УДК 539.196.198

О СВОЙСТВАХ СИММЕТРИИ ТЕНЗОРА ДИФFUЗИИ
В ТЕОРИИ ОБРАЗОВАНИЯ НОВОЙ ФАЗЫА. А. Дружинин, Н. Н. Туницкий

(Москва)

Классическая теория роста новой фазы при фазовых переходах первого рода [1—5] основана на рассмотрении диффузии зародышей новой фазы в пространстве их размеров через потенциальный барьер, который возникает вследствие конкуренции объемной и поверхностной энергий. В ряде случаев оказывается необходимым характеризовать зародыш не одной, а двумя или более переменными. Так, в наиболее популярной задаче конденсации смеси естественными переменными являются числа молекул компонентов смеси в зародыше, в различных задачах теории кавитации целесообразно использовать в качестве переменных наряду с размером плотность [6] или скорость роста [7] зародыша, наконец, при учете неполного теплового равновесия между зародышем и средой роль дополнительного параметра играет температура зародыша [8].

Эволюция неравновесной функции распределения $f(\mathbf{x}, t)$ от характеризующих зародыш параметров $\mathbf{x} = \{x_i\}$ определяется многомерным уравнением Фоккера — Планка

$$(1) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial I_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$I_i = \varphi(\mathbf{x}) \sum_j D_{ij}(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{f(\mathbf{x}, t)}{\varphi(\mathbf{x})} \right),$$