

7. Гогоин И. И. Экспериментальное исследование влияния гидродинамических и геометрических параметров на теплообмен: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук.— Новосибирск, 1983.
8. Грифонов Ю. Я., Цвелодуб О. Ю. Волновые режимы в стекающих пленках жидкости // Гидродинамика и тепломассообмен течений жидкости со свободной поверхностью: Сб. науч. тр.— Новосибирск: ИТ, 1985.

г. Новосибирск

Поступила 28/III 1989 г.,  
в окончательном варианте — 24/I 1990 г.

УДК 536.25

С. М. Зеньковская, С. Н. Овчинникова

## ТЕРМОВИБРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПРИ НЕВЕСОМОСТИ ИЛИ ПОНИЖЕННОЙ ГРАВИТАЦИИ

Исследуется вибрационная конвекция в слое вязкой несжимаемой жидкости, находящейся в высокочастотном вибрационном поле. Анализ проводится на основе осредненных уравнений Буссинеска, полученных в [1, 2]. Рассматриваются случаи полной невесомости и малой гравитации.

Численно изучены вторичные режимы, возникающие в малой окрестности критического числа Рэлея. Исследованы типы потери устойчивости — мягкая или жесткая в зависимости от направления и скорости вибрации. Рассчитаны плавные и быстрые составляющие скорости и температуры, использованные при вычислении средних характеристик теплопереноса и кинетической энергии. Оказывается, что при различных направлениях вибрации потеря устойчивости может приводить как к увеличению, так и к уменьшению энергии. Получено, что при всех направлениях вибрации осредненное число Нуссельта увеличивается с ростом надкритичности. В случае пониженной гравитации найдены значения вибрационного параметра, при котором происходит выход на невесомость.

1. Задача о влиянии вертикальных колебаний большой частоты на возникновение конвекции в неизотермической жидкости рассмотрена в [1], где метод осреднения в форме П. Л. Капицы применен к уравнениям конвекции в приближении Буссинеска. Посредством разделения движения на плавную и осциллирующую части в [1] выведена замкнутая система уравнений для осредненных полей скорости и температуры; «быстрая» составляющая явно выражается через «медленную». Конвекция характеризуется тремя безразмерными параметрами: числами Прандтля  $Pr = \nu/\chi$ , Рэлея  $R = (T_1 - T_2)\beta g l^3/(\chi\nu)$  и вибрационным аналогом числа Рэлея  $\mu = (T_1 - T_2)^2 \beta^2 a^2 l^2/(2\nu\chi)$ . В [1, 3] установлено, что с помощью вертикальных колебаний можно подавить конвекцию сразу для всех  $R$ . Из результатов [3] следует, что конвекция в невесомости не возникает при вертикальных колебаниях. Начиная с [1], в целом ряде работ при исследовании конвекции в высокочастотном вибрационном поле применяется метод осреднения. Отметим, что к уравнениям в частных производных этот метод был впервые применен В. Н. Челомеем при изучении динамической устойчивости упругих систем под действием вибрации. В [4, 5] дано строгое математическое обоснование метода осреднения для некоторых классов бесконечных диссипативных систем и, в частности, для задачи конвекции при вертикальных колебаниях. Это позволяет исследовать асимптотическую устойчивость периодических решений исходной задачи на основе анализа осредненной.

В [2, 6] рассмотрен случай вибрации произвольного направления: выведены осредненные уравнения и исследована гравитационная конвекция. Показано, что для любого направления вибрации, исключая вертикальное, конвекция может возникнуть как при подогреве снизу, так и при нагреве сверху. В [7, 8] осредненные уравнения из [2] проанализированы в интересном частном случае конвекции в невесомости, указаны условия существования равновесного состояния и приведены некоторые примеры. Даны зависимости между критическими значениями параметров в предположении, что неустойчивость монотонна. В [9, 10] рассмотрен случай бинарной смеси. Получено, что в слое двухкомпонентной жидкости конвекция в невесомости возникает и при поперечных колебаниях. Сравнение численных результатов [11—13] с асимптотическими из [9, 10, 14] позволяет оценить величину частоты, начиная с которой метод осреднения эффективен.

Обзор работ по вибрационной конвекции в невесомости можно найти в [15]. Выше упомянуты лишь работы, связанные с методом осреднения. Основные результаты по применению и обоснованию этого метода в задаче о термовибрационной конвекции изложены в [16, 17]. В [18] получено экспериментальное подтверждение эффектов высокочастотной вибрации при изучении конвективной неустойчивости.

2. Рассмотрим плоский горизонтальный слой  $(-l/2 \leq z \leq l/2, -\infty < x < +\infty)$  вязкой несжимаемой жидкости, на границах которого

задана температура. Слой как единое целое совершает гармонические колебания вдоль оси с единичным вектором  $s = (\cos \varphi, \sin \varphi)$ , где угол  $\varphi$  отсчитывается от направления вдоль слоя. Предполагается, что частота колебаний  $\omega$  велика ( $\omega \rightarrow \infty$ ), а амплитуда  $a/\omega$  мала. В системе координат, связанной с колеблющимся слоем, уравнения конвекции в приближении Буссинеска имеют вид

$$(2.1) \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} - \beta (\mathbf{g} + a\omega \cos \omega t s) T,$$

$$\partial T / \partial t + (\mathbf{v}, \nabla T) = \chi \Delta T, \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

$$\mathbf{v} = 0 \text{ при } z = \pm l/2, T = T_1 \text{ при } z = -l/2, T = T_2 \text{ при } z = l/2.$$

Здесь  $\mathbf{g} = (0, -g)$ ;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\mathbf{v}$  — относительная скорость движения жидкости;  $T, \rho$  — температура и плотность;  $\nu, \chi, \beta$  — коэффициенты кинематической вязкости, теплопроводности, теплового расширения.

Задача (2.1) имеет  $2\pi/\omega$ -периодическое по времени решение

$$(2.2) \quad \mathbf{v}_0 = (v_{0x}(z, t), 0), T_0 = -Cz + B,$$

$$p_0 = \rho\beta (g - a\omega \cos \omega t \sin \varphi) \left( -\frac{Cz^2}{2} + Bz \right) + \text{const},$$

где

$$C = (T_1 - T_2)/l, B = (T_1 + T_2)/2,$$

$$v_{0x}(z, t) = F_1(z) \sin \omega t + F_2(z) \cos \omega t,$$

$$F_1(z) = A_1 \operatorname{ch} \omega_1 z \sin \omega_1 z + B_1 \operatorname{sh} \omega_1 z \cos \omega_1 z + Ca\beta \cos \varphi z,$$

$$F_2(z) = A_1 \operatorname{sh} \omega_1 z \cos \omega_1 z - B_1 \operatorname{ch} \omega_1 z \sin \omega_1 z,$$

$$B_1 = \frac{Ca\beta \cos \varphi \operatorname{sh}(\omega_1 l/2) \cos(\omega_1 l/2)}{2(\operatorname{ch}^2(\omega_1 l/2) \sin^2(\omega_1 l/2) + \operatorname{sh}^2(\omega_1 l/2) \cos^2(\omega_1 l/2))},$$

$$A_1 = B_1 \frac{\operatorname{ch}(\omega_1 l/2) \sin(\omega_1 l/2)}{\operatorname{sh}(\omega_1 l/2) \cos(\omega_1 l/2)}, \quad \omega_1 = \sqrt{\omega/(2\nu)}.$$

Полученное решение имеет нечетный по  $z$  профиль скорости, характерный для слоев смешения. При отсутствии вибрации ( $a = 0$ ) или при вертикальных вибрациях ( $\varphi = \pi/2$ ) это решение соответствует положению механического равновесия. Из (2.2) следует, что при  $\varphi \neq \pi/2$  и при наличии разности температур на границах механическое равновесие невозможно.

Метод осреднения позволяет исследовать устойчивость периодического решения (2.2) с изучением устойчивости среднего по промежутку времени  $2\pi/\omega$  стационарного решения, удовлетворяющего системе осредненных уравнений.

Для вывода этой системы разыщем решение  $\mathbf{v}, T, p$  в виде

$$(2.3) \quad \mathbf{v} = \mathbf{u} + \xi, T = \tau + \eta, p = q + \delta,$$

где  $\mathbf{u}, \tau, q$  — медленные составляющие, а  $\xi, \eta, \delta$  — быстрые, зависящие от быстрого времени  $\omega t$ . На промежутке времени  $2\pi/\omega$  быстрые составляющие имеют нулевое среднее, а медленные считаются стационарными. Функции  $\xi, \eta$  выражаются [1] через медленные составляющие:

$$(2.4) \quad \xi = -a\beta \sin \omega t w, \quad \eta = -\frac{a\beta}{\omega} \cos \omega t (\mathbf{w}, \nabla \tau)$$

( $\mathbf{w} = \Pi(\mathbf{s}\tau)$  — ортопроектор в  $L_2$  на подпространство соленоидальных векторов с равной нулю на границе нормальной составляющей  $w_n$ ). Подставляя (2.3) в (2.1) и осредняя по явно содержащемуся времени, получим [2, 6] замкнутую динамическую систему для осредненного гидродинамического поля:

$$(2.5) \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla q + \nu \Delta \mathbf{u} - \beta g \tau + \frac{a^2 \beta^2}{2} (\mathbf{s} (\mathbf{w}, \nabla \tau) - (\mathbf{w}, \nabla) \mathbf{w}),$$

$$\Delta w = -\operatorname{rot} \operatorname{rot} (\tau \mathbf{s}), \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \partial \tau / \partial t + (\mathbf{u}, \nabla \tau) = \chi \Delta \tau,$$

$$\tau = T_1 \text{ при } z = -l/2, \tau = T_2 \text{ при } z = l/2, \mathbf{u} = 0, w_n = 0 \\ \text{при } z = \pm l/2.$$

Задача (2.5) имеет точное стационарное решение:

$$(2.6) \quad \mathbf{u}_0 = 0, \tau_0 = -Cz + B, \mathbf{w}_0 = (-Cz \cos \varphi, 0), q_0 = \rho \beta g(-Cz^2/2 + \\ + Bz) + \text{const.}$$

Легко видеть, что решение  $\mathbf{u}_0, \tau_0, q_0$  есть среднее по периоду  $2\pi/\omega$  от (2.2), а соответствующее ему решение (2.3)  $(\mathbf{v}_0, T_0, p_0)$  дает главную часть периодического решения (2.2) без учета функций типа пограничного слоя, которые появляются в (2.2) при  $\omega \rightarrow \infty$ . Найдем вторичное решение задачи (2.5), отличное от (2.6), в виде

$$(2.7) \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{v}_1, \tau = \tau_0 + T, \mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \mathbf{w}_1.$$

Подставим (2.7) в (2.5), перейдем к безразмерным переменным и введем функции тока  $\psi(x, z, t)$  и  $\Phi(x, z, t)$  так, что  $\mathbf{v}_1 = (\partial\psi/\partial z, -\partial\psi/\partial x)$ ,  $\mathbf{w}_1 = (\partial\Phi/\partial z, -\partial\Phi/\partial x)$ . Для неизвестных  $\psi, \Phi, T$  получим нелинейную задачу

$$(2.8) \quad -\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \Delta^2 \psi - R \frac{\partial T}{\partial x} - \mu \left( \frac{\partial T}{\partial x} \cos^2 \varphi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \sin \varphi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} \cos \varphi \right) = \\ = K(\psi, \Delta \psi) + \mu \left( \frac{\partial}{\partial x} K(\Phi, T) \sin \varphi - \frac{\partial}{\partial z} K(\Phi, T) \cos \varphi + K(\Phi, \Delta \Phi) \right), \\ - \text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \Delta T - \frac{\partial \psi}{\partial x} = K(\psi, T), \Delta \Phi - \frac{\partial T}{\partial z} \cos \varphi + \frac{\partial T}{\partial x} \sin \varphi = 0, \\ \psi = \partial \psi / \partial z = T = \Phi = 0 \text{ при } z = \pm 1/2,$$

где  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ , а оператор  $K$  действует на произвольные гладкие функции  $u$  и  $v$  по правилу

$$K(u, v) = \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z}.$$

Задача (2.8) характеризуется четырьмя безразмерными параметрами:  $\text{Pr} = \nu/\chi$ ;  $R = \beta g C l^4 / (\chi \nu)$ ;  $\mu = a^2 \beta^2 C^2 l^4 / (2 \chi \nu)$  ( $\varphi$  — угол, определяющий направление вибрации).

3. К задаче (2.8) применяем метод Ляпунова—Шмидта, разработанный для задач гидродинамики и, в частности, для задачи конвекции В. И. Юдовичем [19, 20]. Рассмотрим стационарную линеаризованную задачу, соответствующую (2.8):

$$(3.1) \quad \Delta^2 \psi - R \frac{\partial T}{\partial x} - \mu \left( \frac{\partial T}{\partial x} \cos^2 \varphi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \sin \varphi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} \cos \varphi \right) = 0, \\ \Delta T - \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \Delta \Phi - \frac{\partial T}{\partial z} \cos \varphi + \frac{\partial T}{\partial x} \sin \varphi = 0, \\ \psi = \frac{\partial \psi}{\partial z} = T = \Phi = 0 \text{ при } z = \pm 1/2.$$

Когда вибрация отсутствует ( $\mu = 0$ ), показано [20], что в окрестности собственного числа  $R_*$  задачи (3.1) происходит потеря устойчивости равновесия и возникает единственное с точностью до сдвига вдоль слоя стационарное  $2\pi/\alpha$ -периодическое по  $x$  вторичное решение задачи (2.8), которое аналитически зависит от параметра  $\varepsilon = \sqrt{R - R_*}$ . Эти результаты основаны на простоте собственного числа и инвариантности задачи относительно некоторой группы преобразований (численные решения см. в [21]).

Нелинейная задача (2.8) инвариантна относительно группы сдвигов вдоль слоя  $I_h(U(x, z)) = U(x + h, z)$  и преобразования инверсии  $L(U(x,$

Т а б л и ц а 1

$\varphi$	$r$	$\mu_*$	$\alpha_*$	$\delta_1 \beta_1^2$	$C_1$	$C_2$
0	5	2117,3	3,2262	0,5736	0,5110	-30,376
	10	2123,0	3,2265	0,5698	0,5091	-30,403
	15	2124,9	3,2266	0,5685	0,5084	-30,411
	$\infty$	2128,7	3,2260	0,5661	0,5071	-30,423
10	5	2223,7	3,2081	-0,3301	0,3072	-18,328
	10	2229,9	3,2085	-0,3306	0,3086	-18,500
	15	2231,9	3,2091	-0,3288	0,3073	-18,453
	$\infty$	2236,0	3,2083	-0,3329	0,3116	-18,767
20	5	2597,5	3,1458	-0,0348	0,0371	-2,237
	10	2605,2	3,1460	-0,0343	0,0368	-2,228
	15	2607,8	3,1460	-0,0342	0,0367	-2,227
	$\infty$	2613,0	3,1462	-0,0339	0,0364	-2,219
30	5	3476,0	3,0013	-0,00667	0,00909	-0,5552
	10	3487,8	3,0011	-0,00663	0,00907	-0,5569
	15	3491,8	3,0041	-0,00649	0,00890	-0,5479
	$\infty$	3499,7	3,0008	-0,00659	0,00905	-0,5588
40	5	5706,9	2,6671	-0,00186	0,00367	-0,2165
	10	5730,2	2,6579	-0,00204	0,00401	-0,2379
	$\infty$	5753,7	2,6562	-0,00205	0,00405	-0,2424
50	5	12758,5	1,9836	-0,00809	0,0243	-0,9740
	10	12818,8	1,9805	-0,00827	0,0249	-1,0105
	$\infty$	12879,3	1,9792	-0,00833	0,0251	-1,0359
60	5	40728,1	1,2992	-0,05128	0,2512	3,5609
	10	40922,2	1,2976	-0,05120	0,2515	3,3575
	$\infty$	41116,9	1,2962	-0,05098	0,2512	3,1465
70	5	211752,5	0,7861	-0,1006	1,0314	171,40
	10	212727,8	0,7852	-0,1006	1,0343	170,07
	$\infty$	213705,5	0,7844	-0,1006	1,0371	168,71
80	5	3452064,1	0,3726	-0,0195	0,7671	750,41
	10	3467521,1	0,3722	-0,0194	0,7659	744,09
	$\infty$	3483012,6	0,3719	-0,0193	0,7647	737,69

$z)) = (\psi(-x, -z), -T(-x, -z), \Phi(-x, -z))$ , где  $U(x, z) = (\psi(x, z), T(x, z), \Phi(x, z))$ . Пусть  $\mu_*$  — собственное число задачи (3.1) при фиксированных  $\text{Pr}$ ,  $R$ ,  $\varphi$ ,  $\alpha$ . Простота  $\mu_*$  доказана в [10] для  $\varphi = 0$ ,  $R = 0$ , а в остальных случаях проверялась численно. Стационарное  $2\pi/\alpha$ -периодическое по  $x$  решение задачи (2.8) при  $\mu = \mu_* + \delta_1 \varepsilon^2$  ищем в виде рядов Ляпунова—Шмидта

$$(3.2) \quad \psi = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n \varepsilon^n, \quad T = \sum_{n=1}^{\infty} T_n \varepsilon^n, \quad \Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n \varepsilon^n.$$

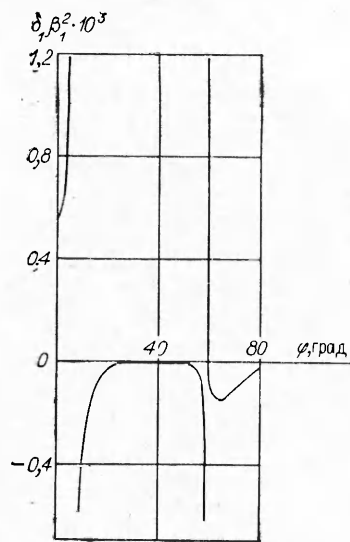
Если решение (3.2) существует при  $\mu > \mu_*$ , то  $\delta_1 = 1$  (мягкая потеря устойчивости), а если при  $\mu < \mu_*$ , то  $\delta_1 = -1$  (жесткая потеря устойчивости). Используя методику расчета, подробно изложенную в [22], получаем

$$(3.3) \quad u = \left( \varepsilon \beta_1 \frac{\partial \psi_0}{\partial z} + \varepsilon^2 \beta_1^2 \frac{\partial w_{21}}{\partial z}, -\varepsilon \beta_1 \frac{\partial \psi_0}{\partial x} - \varepsilon^2 \beta_1^2 \frac{\partial w_{21}}{\partial x} \right) + O(\varepsilon^3),$$

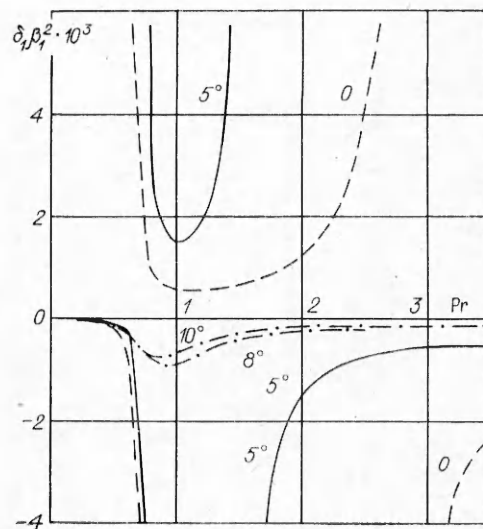
$$w = \left( -z \cos \varphi + \varepsilon \beta_1 \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} + \varepsilon^2 \beta_1^2 \frac{\partial w_{23}}{\partial z}, -\varepsilon \beta_1 \frac{\partial \Phi_0}{\partial x} - \varepsilon^2 \beta_1^2 \frac{\partial w_{23}}{\partial x} \right) + O(\varepsilon^3),$$

$$\tau = -z + B/C + \varepsilon \beta_1 T_0 + \varepsilon^2 \beta_1^2 w_{22} + O(\varepsilon^3).$$

Функции  $\psi_0(x, z)$ ,  $T_0(x, z)$ ,  $\Phi_0(x, z)$ ,  $w_{21}(x, z)$ ,  $w_{22}(x, z)$ ,  $w_{23}(x, z)$ , а также коэффициент  $\hat{\beta}_1$  выражаются через решения линейных краевых задач, которые возникают при реализации метода Ляпунова—Шмидта [22].



Р и с. 1



Р и с. 2

По (3.3) находим быстрые составляющие нестационарного решения (2.3), которые в безразмерной форме имеют вид

$$\xi = - \sqrt{\frac{\mu}{Pr}} w \sin \omega_2 t, \quad \eta = - \sqrt{\frac{2\mu}{Pr}} (w, \nabla \tau) \frac{\cos \omega_2 t}{\omega_2}$$

( $\omega_2 = \omega l^2/\nu$  — безразмерная частота вибрации).

Решение (2.3) используется для расчета интенсивности поперечного теплопереноса (среднего числа Нуссельта  $\langle Nu \rangle$ ) и средней кинетической энергии ( $\langle \|v\|^2 \rangle$ ), которые в окрестности  $\mu_*$  вычисляются по формулам

$$(3.4) \quad \langle Nu \rangle = - \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^{2\pi/\alpha} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=-1/2} dx = 1 + C_1 \varepsilon_1 + O(\varepsilon^3);$$

$$(3.5) \quad \langle \|v\|^2 \rangle = \frac{\alpha \omega_2^2}{4\pi^2} \int_0^{2\pi/\alpha} \int_0^{2\pi/\alpha} \int_{-0.5}^{0.5} \left| u - \sqrt{\frac{2\mu}{Pr}} w \sin \omega_2 t \right|^2 dz dx dt = \\ = \frac{\mu_* \cos^2 \varphi}{12} (1 + \varepsilon_1) + C_2 \varepsilon_1 + O(\varepsilon^3)$$

( $\varepsilon_1 = \varepsilon^2/\mu_* = |\mu - \mu_*|/\mu_*$  — относительная надкритичность). Выражения для  $C_1$  и  $C_2$  приведены в [22], причем  $C_1 = C_2 = 0$ , если  $\mu < \mu_*$ ,  $\delta_1 = 1$  и если  $\mu > \mu_*$ ,  $\delta_1 = -1$ . Первое слагаемое в (3.5) характеризует вклад в кинетическую энергию быстрой составляющей ( $\xi_0 = - \sqrt{2\mu/Pr} w_0 \sin \omega_2 t$ )

Т а б л и ц а 2

$\varphi$	$\mu_*$	$\alpha_*$	$\delta_1 \beta_1^2$	$C_1$	$C_2$
6,26	2169,8	3,2192	0,19834	180,74	-10860
6,28	2170,1	3,2191	-0,15141	137,98	-8291,0
58,7	34 588	1,3743	$-0,90167 \cdot 10^{-3}$	4,1273	10,634
58,75	34 814	1,3712	$0,11503 \cdot 10^{-1}$	5,2801	155,09
59,2	36 934	1,3439	$0,19987 \cdot 10^{-4}$	0,09407	0,58892
59,4	37 928	1,3318	$-0,10243 \cdot 10^{-4}$	0,04879	0,37947

основного решения, второе — вклад дополнительных слагаемых ( $\mathbf{v}_1, \xi_1 = -\sqrt{2\mu/Pr} w_1 \sin \omega_2 t$ ) вектора скорости вторичного течения.

4. Приведем основные результаты вычислений при малой гравитации ( $g \rightarrow 0$ ) и чистой невесомости ( $g = 0$ ). Отметим, что действие высокочастотной вибрации при  $g \neq 0$  удобно описывать параметром  $r = \sqrt{\mu/R^2} = a\sqrt{\chi v}/(\sqrt{2}gl^2)$ , который не зависит от температуры и характеризует отношение вибрационных и гравитационных сил. Так, оказывается [1, 16, 18], что в случае вертикальных колебаний при  $r > 0,023$  гравитационная конвекция не может возникнуть ни при каких градиентах температуры.

В данной работе при фиксированных значениях параметров  $r, \varphi, Pr$  рассчитаны  $\mu_*(\alpha_*) = \min \mu(\alpha)$ , амплитуды  $\beta_1$  вторичных решений, а также  $C_1, C_2$  в (3.4), (3.5) для  $\langle Nu \rangle$  и осредненного квадрата нормы скорости ( $\langle ||\mathbf{v}||^2 \rangle$ ). Отметим, что для функции тока  $\psi_0(x, z)$  принята нормировка  $\psi_0(0, 0) = 4$ .

Из результатов, приведенных в табл. 1, следует, что существует значение вибрационного параметра  $r_*$  ( $r_* \approx 10$ ) такое, что при  $r > r_*$  все рассчитанные характеристики движения ( $\beta_1^2, \langle Nu \rangle, \langle ||\mathbf{v}||^2 \rangle$ ) соответствуют случаю чистой невесомости. Это позволяет подобрать скорость вибрации, при которой возможно падежное моделирование условий невесомости.

На рис. 1 представлена зависимость квадрата амплитуды  $\delta_1 \beta_1^2(\varphi)$  для  $Pr = 1$  и  $\alpha = \alpha_*$ . При направлениях вибрации  $0 < \varphi < 6,26^\circ$  и  $58,75^\circ \leq \varphi \leq 59,2^\circ$  вторичное течение существует при надкритических  $\mu(\delta_1 = 1)$ , а при  $6,28^\circ \leq \varphi \leq 58,7^\circ$  и  $\varphi > 59,4^\circ$  ветвление докритическое ( $\delta_1 = -1$ ); в диапазоне  $27^\circ \leq \varphi \leq 50^\circ$  скорость вторичного течения минимальна ( $\beta_1^2 \approx 10^{-6}$ ).

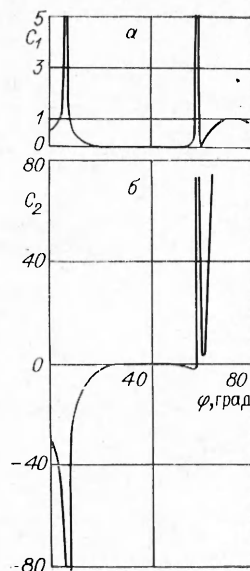
На рис. 2 изображена зависимость квадрата амплитуды от  $Pr$  для нескольких значений  $\varphi$  (0; 5; 8;  $10^\circ$ ). При направлениях вибрации, близких к продольным ( $\varphi \approx 0$ ), имеется область надкритического ветвления, которая уменьшается с ростом  $\varphi$ ; при  $\varphi \geq 8^\circ$  ветвление только докритическое. Кроме того, вычисления показали, что, начиная с  $Pr = 50$ , амплитуда  $\beta_1$  не зависит от  $Pr$ .

Согласно (3.4), (3.5), в малой окрестности  $\mu_*$   $\langle Nu \rangle$  и  $\langle ||\mathbf{v}||^2 \rangle$  линейно зависят от относительной надкритичности  $\varepsilon_1 = |\mu - \mu_*|/\mu_*$ . Из рис. 3, а видно, что теплоперенос возрастает с увеличением надкритичности ( $C_1 > 0$ ), причем скорость роста  $C_1$  существенно зависит от направления вибрации.

На рис. 3, б- представлен график  $C_2(\varphi)$ . При  $\varphi \approx 58,3^\circ$  коэффициент  $C_2$  меняет знак, т. е. возникновение вторичного течения может уменьшить кинетическую энергию ( $0 \leq \varphi \leq 58,2^\circ$ ), а может и увеличить ( $\varphi \geq 58,4^\circ$ ), что, по-видимому, дает возможность управлять конвекцией с помощью специально выбранного направления вибрации.

В табл. 2 приведены результаты расчета в окрестности значений  $\varphi$ , при которых меняется характер ветвления: при  $6,26^\circ \leq \varphi \leq 6,28^\circ$  и  $58,7^\circ \leq \varphi \leq 58,75^\circ$  сильно растут  $\beta_1^2, C_1$  и  $C_2$ , на отрезке  $59,2^\circ \leq \varphi \leq 59,7^\circ$  амплитуда  $\beta_1^2$  обращается в нуль, а  $C_1$  и  $C_2$  изменяются слабо.

Авторы благодарят В. И. Юдовича за постоянное внимание к работе.



Р и с. 3

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зеньковская С. М., Симоненко И. Б. О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1966.— № 5.

2. Зеньковская С. М. О влиянии вибрации на возникновение конвекции.— М., 1978.— Деп. в ВИНТИ 11.07.78, № 2437—78.
3. Зеньковская С. М. Исследование конвекции в слое жидкости при наличии вибрационных сил // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1968.— № 1.
4. Симоненко И. Б. Обоснование метода осреднения для абстрактных параболических уравнений // Мат. сб.— 1970.— Т. 81(123), № 1.
5. Симоненко И. Б. Обоснование метода осреднения для задачи конвекции в поле быстро осциллирующих сил и для других параболических уравнений // Мат. сб.— 1972.— Т. 87(129), № 2.
6. Зеньковская С. М. О влиянии вибрации на конвективную неустойчивость // Численные методы динамики вязкой жидкости.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1979.
7. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости // ДАН СССР.— 1979.— Т. 249, № 3.
8. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О конвективной неустойчивости жидкости в вибрационном поле // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 4.
9. Зеньковская С. М. О влиянии вибрации на возникновение конвекции в бинарной смеси.— М., 1981.— Деп. в ВИНТИ 10.04.81, № 1570-81.
10. Зеньковская С. М., Куринной В. В. Свободная конвекция в слое жидкости при осциллирующем поле тяжести.— М., 1983.— Деп. в ВИНТИ 7.07.83, № 4095-83.
11. Бельская Л. Х., Юдович В. И. Численное исследование возникновения конвекции в бинарной смеси под действием периодических по времени внешних сил.— М., 1981.— Деп. в ВИНТИ 8.01.81, № 4-81.
12. Рахманов А. И. Конвекция в колеблющемся слое вязкой жидкости.— М., 1983.— (Препр./АН СССР, Ин-т прикладной математики; № 114).
13. Юрков Ю. С. Вибрационная тепловая конвекция в квадратной полости в невесомости (конечные частоты) // Конвективные течения.— Пермь: Перм. пед. ин-т, 1981.
14. Зеньковская С. М. Конвекция в колеблющемся слое жидкости с двумя свободными поверхностями // Изв. Сев.-Кавк. науч. центра высш. шк. Естеств. науки.— 1987.— № 4.
15. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Вибрационная тепловая конвекция в невесомости // Гидромеханика и процессы переноса в невесомости.— Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983.
16. Зеньковская С. М., Симоненко И. Б. Метод осреднения для задачи о конвекции в поле быстро осциллирующих сил и для других параболических уравнений // IV Междунар. конф. по пограничным и внутренним слоям: Тез. докл.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1986.
17. Zhen'kovskaja S. M., Simonenko I. B. Application of averaging method for the solution of the problem of convection in the field of rapidly oscillating forces and for the solution of other parabolic equations // Proc. IV Intern. conf. on boundary and interior layers: computational and asymptotic methods.— Dublin: Boole Press, 1986.
18. Заварькин М. П., Зорин С. В., Путин Г. Ф. О термоконвективной неустойчивости в вибрационном поле // ДАН СССР.— 1988.— Т. 299, № 2.
19. Юдович В. И. О возникновении конвекции // ПММ.— 1966.— Т. 30, вып. 6.
20. Юдович В. И. Свободная конвекция и ветвление // ПММ.— 1967.— Т. 31, вып. 1.
21. Тер-Григорьянц Г. К., Караманова Н. Э. Расчет плоской стационарной конвекции // Изв. Сев.-Кавк. науч. центра высш. шк. Естеств. науки.— 1977.— № 3.
22. Зеньковская С. М., Овчинникова С. И. Расчет вторичных течений в задаче о термо-вибрационной конвекции в слое.— М., 1987.— Деп. в ВИНТИ 19.05.87, № 4579—В87.

г. Ростов-на-Дону

Поступила 5/IX 1989 г.

УДК 532.62

Л. К. Анталовский, Г. Б. Волкова

## К ВОПРОСУ ЦЕНТРИРОВАНИЯ ПОЛЫХ МИКРОСФЕР

В настоящее время наблюдается большой интерес к проблемам создания полых равнотолщинных микросфер из аморфных материалов типа стекла, пластмасс, полимеров. Это в первую очередь связано с вопросами микрокапсулирования [1], а также с появлением новых областей применения микросфер: лазерные термоядерные мишени; микробаллоны для хранения водорода, кислорода и ракетных топлив под высоким давлением; наполнитель для конструктивных панелей летательных и подводных аппаратов (см. [2] и библиографию к ней).

В данной работе рассматривается процесс неизотермического расширения почти сферической тонкой жидкой оболочки под действием давления нагретого газа в полости. Предложена феноменологическая модель, основанная на законах сохранения массы, импульса и энергии в приближении тонкого слоя, которые замыкаются термо-