

средний радиус каналов,  $p$  — давление на входе в канал), существенно не отличается от кривой  $\omega(p \langle R \rangle)$  для одиночного капилляра с радиусом  $R = \langle R \rangle$ . Форма кривой  $\omega(\delta)$  при промежуточных числах Кнудсена также мало чувствительна к конусности расширяющегося канала. В конусном канале при постепенном повышении давления режим со столкновениями молекул газа друг с другом возникает сначала в самом узком месте из-за приблизительно линейного уменьшения давления вдоль поры. Поэтому отклонение зависимости  $\omega(\delta)$  от постоянного свободномолекулярного значения при увеличении давления в расширяющемся канале определяется размерами его входного участка и слабо зависит от диаметра выхода.

Только учет конечной длины канала ( $L/\langle R \rangle \sim 80$ ) позволил вплотную сблизить опытную и теоретическую ( $B$ , см. фигуру) зависимости относительных расходов от параметра разреженности  $\delta$ . Кривая  $B$  была получена на основе полуэмпирической формулы Лунда и Бермана [6], позволяющей произвести расчет потока газа через короткие каналы. Величина среднего радиуса пор, подобранная из условия наилучшего согласия теории ( $B$ ) и эксперимента, составила  $\langle R \rangle = (1,35 \pm 0,10) \cdot 10^{-5}$  см, что в пределах погрешности опыта совпадает с радиусом входных отверстий пор, зарегистрированным электронным микроскопом. По превышению относительных потоков He и Ar в свободномолекулярном режиме над единицей (см. фигуру) были рассчитаны доли диффузного отражения газов, которые составили  $\epsilon_{\text{He}} = 0,95$ ,  $\epsilon_{\text{Ar}} = 0,97$ . Эти данные в пределах ошибки эксперимента ( $\sim 1\%$ ) совпадают с соответствующими значениями  $\epsilon_{\text{He}} = 0,95$ ,  $\epsilon_{\text{Ar}} = 0,98$  на плавленом стекле [3].

Это совпадение свидетельствует о достаточно высокой гладкости стенок пор исследуемого полиэтилентерефталатного фильтра, так как известно [4], что наличие шероховатости приводит к исчезновению различий в относительных расходах различных газов.

Поступила 14 XII 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барашенков В. С. Новые профессии тяжелых ионов. М.: Атомиздат, 1977.
2. Борисов С. Ф., Неудачин И. Г. и др. Течение разреженных газов через отверстие при малых перепадах давления. — ЖТФ, 1973, т. 43, № 8.
3. Акинъшин В. Д., Борисов С. Ф. и др. Экспериментальное исследование течения разреженных газов в капиллярном сите при различных температурах. — ПМТФ, 1974, № 2.
4. Породнов Б. Т., Флягин А. Г. Экспериментальное исследование истечения гелия, неона и аргона в вакуум через длинный одиночный капилляр при температурах 295—490 К. — ПМТФ, 1978, № 4.
5. Suetin P. E., Porodnov B. T. et al. Poiseuille flow at arbitrary Knudsen numbers and tangential momentum accommodation. — J. Fluid. Mech., 1973, vol. 60, pt 3.
6. Lund L. M., Berman A. S. Flow and self-diffusion of gases in capillaries. — J. Appl. Phys., 1966, vol. 37, pt 1, 2.

УДК 536.24 : 532.517.4

### ВЛИЯНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ НА КОЭФФИЦИЕНТЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ДОЗВУКОВЫХ ПОТОКОВ В КАНАЛАХ

Д. И. Ламден, И. Л. Мостинский, М. Б. Резников  
(Москва)

В настоящее время в литературе имеется несколько различных подходов к теоретическому определению коэффициентов сопротивления для неизотермического течения в каналах и трубах. Некоторые из них (например, [1—3]) предсказывают значительно более сильную зависимость коэффициентов сопротивления от температурного фактора  $\psi = T_w/T_\infty$  ( $T_w$  — температура стенки,  $T_\infty$  — температура в ядре потока), чем это следует из результатов экспериментальных работ [4—7]. В работах [8, 9], опирающихся на подробный численный анализ систем интегродифференциальных уравнений, достигается значительно лучшее согласование с имеющимися экспериментальными

данными. Однако эти работы содержат не всегда физически ясные и обоснованные допущения. Кроме того, использование численных методов не позволяет авторам увязать свое рассмотрение с известными предельными законами, а также представить надежные расчетные зависимости, обобщающие экспериментальные данные. В [10—12] получены физически достаточно наглядные результаты и, в частности, установлены весьма простые предельные законы для коэффициентов сопротивления. В то же время оказывается возможным на основании практически тех же физически ясных предположений, что и в работах этого направления, получить и более общие, чем в них, результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными. Одновременно эти результаты, совпадая с предельными законами при бесконечных числах Рейнольдса, позволяют указать границы применимости этих законов и распространить их на область конечных чисел Рейнольдса.

Задача сводится к рассмотрению турбулентного стабилизированного газового потока, текущего внутри канала. Для упрощения рассмотрения принимается, что молекулярные и турбулентные числа Прандтля равны единице, а теплоемкость газа не зависит от температуры. Распределение температуры  $T$  и скорости  $v$  при этом описывается уравнениями

$$(1) \quad \tau = \rho(v^m + v^t) |dv/dy|, \quad q = -\rho c_p (v^m + v^t) (dT/dy),$$

где  $v^m$  и  $v^t$  — молекулярные и турбулентные коэффициенты кинематической вязкости;  $\rho$  — плотность;  $\tau$  — касательное напряжение трения;  $q$  — плотность потока тепла. Примем, что  $\tau$  и  $q$  линейно распределены по сечению канала (ниже будет показано, что использование этого упрощающего предположения оказывается вполне достаточным для определения коэффициентов сопротивления):

$$(2) \quad \tau = \tau_w |y|/(h/2), \quad q = q_w |y|/(h/2),$$

где  $\tau_w$  и  $q_w$  — значения касательного напряжения и плотности потока тепла на стенке;  $y$  — поперечная координата, отсчитываемая от оси канала полуширины  $h/2$ . Зависимость  $v^m$  и  $\rho$  от температуры примем степенной:

$$(3) \quad v^m = v_w^m (T/T_w)^\alpha; \quad \rho = \rho_w (T_w/T),$$

где  $v_w^m$  и  $\rho_w$  — значения при  $T = T_w$ , а  $\alpha$  — постоянная (имеющая обычно значение  $\alpha \approx 1,5-2,0$ ). Переходя к выбору зависимости для коэффициента турбулентного переноса  $v^t$ , отметим, что наиболее последовательным (во всяком случае в пристеночной области потока) представляется использование гипотезы локальности совместно с какими-либо предположениями о зависимости масштаба турбулентности или длины пути смещения от расстояния до стенки [13]. Математическое выражение гипотезы локальности заключается в предположении об универсальности зависимости отношения  $v^t/v^m$  от безразмерного комплекса  $\eta = l \sqrt{\tau/\rho} / (\nu v^m)$ , т. е. в универсальности функции  $F$ :

$$v^t/v^m = F(\eta).$$

Здесь  $l$ ,  $\rho$ ,  $v^m$  и  $\tau$  — локальные (местные) значения масштаба турбулентности, плотности, молекулярной вязкости и касательного напряжения;  $\kappa \approx 0,4$  — постоянная Кармана — Прандтля. С другой стороны, в ядре потока использование гипотезы локальности вызывает определенные сомнения, так как здесь высокий уровень турбулентности обусловлен не столько генерацией, сколько диффузией турбулентных пульсаций из тонких пристеночных областей. Наиболее удачно, на наш взгляд, объединяет свойства турбулентных потоков в пристеночных областях и в ядре известная эмпирическая формула Райхардта [14], модифицированная таким образом, чтобы в пристеночных областях выполнялась гипотеза локальности \*:

\* Здесь выбран двухслойный вариант формулы Райхардта с целью получения аналитических конечных выражений.

$$(4) \quad v^* + v^m = \begin{cases} v_w^m \tilde{T}^\alpha, & 1 - |\tilde{y}| \leq \tilde{\delta}_n, \\ \frac{\kappa}{3} \frac{h}{2} v_w^* \tilde{T}^{1/2} (0,5 + \tilde{y}^2)(1 - \tilde{y}^2), & 1 - |\tilde{y}| > \tilde{\delta}_n, \end{cases}$$

где  $\tilde{T} = T/T_w$ ;  $\tilde{y} = y/(h/2)$ ;  $\tilde{\delta}_n = \delta_n/(h/2)$  — безразмерная толщина вязкого подслоя;  $v_w^* = \sqrt{\tau_w/\rho_w}$  — значение динамической скорости, рассчитанное по плотности около стенки. Можно убедиться, что в пристеночной области (4) переходит в известную формулу Прандтля для турбулентной вязкости

$$v^*/v^m = (l\sqrt{\tau_w/\rho})/v^m, \quad l = \kappa(h/2 - |y|).$$

С другой стороны, при  $1 - |\tilde{y}| \ll 1$  выполняется соотношение  $\tau \approx \tau_w$ , и, следовательно, (4) удовлетворяет гипотезе локальности в пристеночной области. Для определения входящей в (4) толщины вязкого подслоя  $\tilde{\delta}_n$  заметим, что в соответствии с требованиями гипотезы локальности безразмерная толщина вязкого подслоя  $\eta_n$  должна быть одинаковой (обычно принимают  $\eta_n = 11,5$ ) как для изотермических, так и для неизоотермических условий. Это требование приводит к следующему соотношению, связывающему  $\tilde{\delta}_n$ , безразмерную температуру на границе вязкого подслоя  $\tilde{T}_n$  и  $v_w^*$ :

$$(5) \quad \tilde{\delta}_n(h/2) \tilde{T}_n^{1/2-\alpha} \frac{v_w^*}{v_w^m} = \eta_n.$$

Обратимся теперь к расчету профилей температуры и скорости с помощью уравнений (1) и введенных зависимостей (2), (3) и (4). Заметим в первую очередь, что в силу допущений (2) профили скорости и температуры подобны и, следовательно, выполняются соотношения

$$(6) \quad v/v_\infty = (T - T_w)/(T_\infty - T_w), \quad q_w v_\infty / (\tau_w c_p (T_\infty - T_w)) = 1.$$

Интегрирование второго уравнения из системы (1) с учетом (6), (4) приводит к следующим выражениям для профиля температуры:

$$(7a) \quad \tilde{T}^\alpha = 1 + \alpha \frac{\text{Re}_w}{2} \tilde{v}_w^{*2} (\tilde{T}_\infty - 1) (1 - |\tilde{y}|), \quad 1 - |\tilde{y}| \leq \tilde{\delta}_n;$$

$$(7b) \quad \tilde{T}^{1/2} = \tilde{T}_\infty^{1/2} - \frac{v_w^*}{2\kappa} (\tilde{T}_\infty - 1) \ln \frac{1 + 2\tilde{y}^2}{1 - \tilde{y}^2}, \quad 1 - |\tilde{y}| > \tilde{\delta}_n.$$

Здесь  $\tilde{v}_w^* = v_w^*/v_\infty$ ;  $\tilde{T}_\infty = T_\infty/T_w$ ;  $\text{Re}_w = v_\infty h / \nu_w^m$  — число Рейнольдса потока, определенное по условиям на стенке. Уравнение (7a) позволяет выразить  $\tilde{v}_w^*$  через  $\tilde{\delta}_n$  и  $\tilde{T}_n$ . В свою очередь  $\tilde{\delta}_n$  с помощью (5) определяется как функция от  $\tilde{T}_n$ . Окончательно имеем

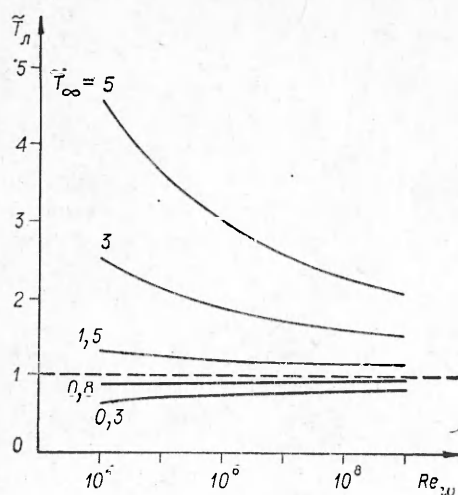
$$(8) \quad \tilde{\delta}_n = 2\alpha \eta_n^2 \frac{\tilde{T}_\infty - 1}{\text{Re}_w} \frac{\tilde{T}_n^{2\alpha-1}}{\tilde{T}_n^\alpha - 1};$$

$$(9) \quad \tilde{v}_w^* = \frac{1}{\alpha \eta_n (\tilde{T}_\infty - 1)} \frac{\tilde{T}_n^\alpha - 1}{\tilde{T}_n^{\alpha-1/2}}.$$

С другой стороны, из условия сшивки температурных профилей (7a), (7b) на границе вязкого подслоя получаем уравнение

$$(10) \quad \frac{\tilde{T}_n^{1/2-\alpha} (\tilde{T}_n^\alpha - 1)}{2\alpha \eta_n (\tilde{T}_\infty^{1/2} - \tilde{T}_n^{1/2})} \ln \frac{3\text{Re}_w (\tilde{T}_n^\alpha - 1)}{4\alpha \eta_n^2 (\tilde{T}_\infty - 1) \tilde{T}_n^{2\alpha-1}} = 1$$

для определения  $\tilde{T}_n$  как функции от исходных параметров задачи  $\tilde{T}_\infty$  и  $\text{Re}_w$ , что полностью завершает решение поставленной задачи. Действительно, определив  $\tilde{T}_n$  из (10), можно найти  $\tilde{\delta}_n$  и  $\tilde{v}_w^*$  из (8), (9) и затем определить распределение температуры и скорости с помощью (6) и (7a), (7b).



Ф и г. 1

Полученные результаты можно переформулировать в терминах  $Re_\infty$ , если учесть очевидное соотношение

$$Re_\infty = Re_w \tilde{T}_\infty^{-\alpha}.$$

На фиг. 1 в качестве примера приведены решения уравнения (10) в виде графиков зависимости  $\tilde{T}_l$  от  $Re_w$  для разных значений  $\tilde{T}_\infty$  ( $\kappa=0,4$ ,  $\eta_{л} = 11,5$ ,  $\alpha = 1,8$ ).

Переходя к определению коэффициентов сопротивления, заметим прежде всего, что их можно вводить двойным образом — относя плотность  $\rho$  к условиям на стенке или к условиям в ядре:

$$(11) \quad \tau_w = \frac{c_{fw}}{2} \rho_w v_\infty^2 = \frac{c_{f\infty}}{2} \rho_\infty v_\infty^2.$$

Таким образом, между коэффициентами сопротивления, определенными по условиям на стенке и в ядре, существует следующая связь:

$$(12) \quad c_{f\infty} = c_{fw} \tilde{T}_\infty.$$

Из (11) следует, что  $c_{fw} = 2\tilde{v}_w^{*2}$ . Воспользовавшись (9), получим

$$(13) \quad c_{fw} - c_{f\infty} \tilde{T}_\infty^{-1} = \frac{2}{\alpha^2 \eta_{л}^2 (\tilde{T}_\infty - 1)^2} \frac{(\tilde{T}_л^\alpha - 1)^2}{\tilde{T}_л^{2\alpha-1}}.$$

Выражение (13) не обладает достаточной физической наглядностью. В частности, в нем отсутствует явная зависимость от числа Рейнольдса, не ясен переход к изотермическому случаю, когда  $\tilde{T}_\infty, \tilde{T}_л \rightarrow 1$ . Чтобы получить выражение для коэффициента сопротивления в более привычной и удобной для анализа форме, преобразуем (10) с использованием (13). В результате приходим к уравнению

$$(14) \quad \frac{c_{fw}}{2} = H_{c_{fw}} \left[ \eta_{л} H_{\eta_{л}} + \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{3 Re_w H_{Re_w}}{4 \eta_{л} H_{\eta_{л}}} \sqrt{\frac{c_{fw}}{2}} \right) \right]^{-2},$$

$$H_{c_{fw}} = \left( \frac{2}{\tilde{T}_\infty^{1/2} + 1} \right)^2, \quad H_{\eta_{л}} = 2\alpha \frac{\tilde{T}_л^{1/2} - 1}{\tilde{T}_л^\alpha - 1} \tilde{T}_л^{\alpha-1/2}, \quad H_{Re_w} = 2\alpha \frac{\tilde{T}_л^{1/2} - 1}{\tilde{T}_л^\alpha - 1}.$$

Выражение (14) по форме совпадает с универсальным законом трения Прандтля. Присутствующие в (14) поправочные множители  $H_{c_{fw}}$ ,  $H_{\eta_{л}}$  и  $H_{Re_w}$  стремятся к единице при  $\tilde{T}_\infty \rightarrow 1$ , т. е. в пределе изотермического течения. Таким образом, для изотермического случая (14) переходит в

$$(15) \quad \frac{c_f^i}{2} = \left[ \eta_{л} + \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{3 Re_w}{4 \eta_{л}} \sqrt{\frac{c_f^i}{2}} \right) \right]^{-2}.$$

Это же выражение для  $c_f^i$  может быть получено и непосредственно при использовании формулы Райхардта для изотермического потока.

Уравнение (15) отличается от закона трения Прандтля только множителем  $3/4$  под знаком логарифма, позволяющим более корректно учесть особенности турбулентного течения в ядре потока, чем это делается на основе логарифмического профиля скорости. Рассчитанные по (15) коэффициенты сопротивления дают расхождение с известной эмпирической формулой [15], не превышающее 3%.

В качестве примера использования полученных зависимостей рассмотрим подробно исследованный в литературе вопрос о предельных от-

носительных законах сопротивления (при  $Re \rightarrow \infty$ ) и их согласовании с имеющимися экспериментальными данными. Простейший из такого рода законов

$$(16) \quad c_{f\infty}/c_{f\infty}^i = \left( \frac{2}{\tilde{T}_\infty^{-1/2} + 1} \right)^2 \text{ при } Re_\infty \rightarrow \infty,$$

полученный в [10] на основе теории турбулентного пограничного слоя с исчезающей вязкостью, появляется и в рамках приведенного здесь рассмотрения. Здесь  $c_{f\infty}^i$  — коэффициент сопротивления (15) для изотермического течения со значением числа Рейнольдса  $Re_\infty$ , взятым по условиям в ядре потока. Действительно, при  $Re_\infty \rightarrow \infty$  (а следовательно, и  $Re_w \rightarrow \infty$ ) температура  $\tilde{T}_\infty$  на границе ламинарного подслоя стремится, как это следует из (10), к единице. Поэтому и поправочные множители  $H_{\eta_\infty}$  и  $H_{Re_w}$  в (14) также стремятся к единице. Таким образом, выражение (14) в рассматриваемом пределе переходит в

$$(17) \quad \frac{c_{fw}}{2} = \left[ \eta_\infty + \frac{1}{\alpha} \ln \left( \frac{3Re_w}{4\eta_\infty} \sqrt{\frac{c_{fw}}{2}} \right) \right]^{-2} \left( \frac{2}{\tilde{T}_\infty^{1/2} + 1} \right)^2 \rightarrow \\ \rightarrow (\ln Re_w)^{-2} \left( \frac{2}{\tilde{T}_\infty^{1/2} + 1} \right)^2.$$

Учитывая теперь, что, как следует из (15),

$$c_{fw}^i/2 \rightarrow (\ln Re_w)^{-2} \text{ при } Re_w \rightarrow \infty,$$

окончательно получаем из (17), используя (12), также известный [12] закон:

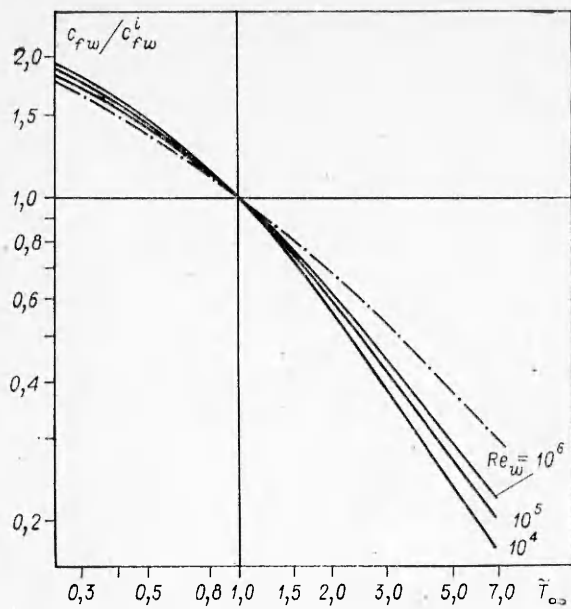
$$(18) \quad c_{f\infty}/c_{fw}^i = \tilde{T}_\infty c_{fw}/c_{fw}^i = \left( \frac{2}{\tilde{T}_\infty^{-1/2} + 1} \right)^2,$$

где  $c_{fw}^i$  — коэффициент сопротивления для изотермического течения с числом Рейнольдса, равным  $Re_w$ . Наконец, учитывая, что в рассматриваемом пределе  $\ln Re_\infty = \ln (Re_w \tilde{T}_\infty^{-\alpha}) \rightarrow \ln Re_w$ , и записывая цепочку для асимптотического поведения

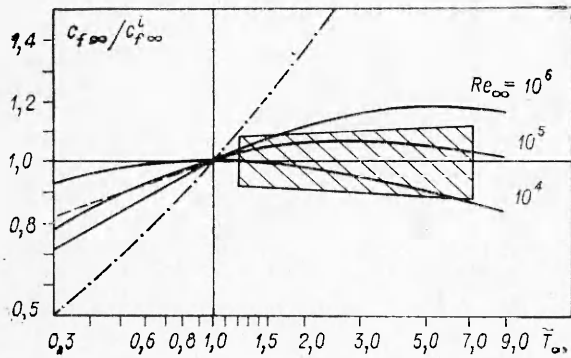
$$c_{f\infty}^i/2 \rightarrow (\ln Re_\infty)^{-2} \rightarrow (\ln Re_w)^{-2} \rightarrow c_{fw}^i/2,$$

приходим и к предельному закону сопротивления в форме (16). Промежуточное положение в асимптотической цепочке, переводящей (18) в (16), занимает предельный закон, рекомендованный в [11, 16] из соображений лучшей сходимости с экспериментом. В указанных работах предлагается определять число Рейнольдса для расчета  $c_f^i$  по плотности в ядре потока и по динамической вязкости на стенке. Из проведенного рассмотрения следует, что наиболее точно законы трения при конечных числах Рейнольдса должно описывать соотношение (18), наименее точно — (16). Это хорошо видно из фиг. 2, 3, на которых проведено сопоставление точных расчетов по формулам (10) и (13) с предельными законами (18) и (16) (штрихпунктирные линии на фиг. 2, 3 — предельные законы (18) и (16) соответственно;  $\alpha = 1,8$  для фиг. 2 и  $\alpha = 1,64$  для фиг. 3). В частности, соотношение (16) с достаточной точностью отражает поведение  $c_f$  лишь при совершенно нереальных значениях чисел Рейнольдса ( $Re_\infty \gg 10^{20}$ ). В то же время закон (18) приближается к предложенным расчетным зависимостям уже в области  $Re_w \gg 10^5 - 10^6$ . Однако и (18) в режиме охлаждения при  $Re_w \leq 10^4 - 10^5$  и  $\tilde{T}_\infty \geq 5$  все же может приводить к ошибкам порядка 50—100% (см. фиг. 2).

Сравнение фиг. 2 и 3 показывает, что физические величины, входящие в определение  $c_f^i$ , значительно удобнее относить к их значениям при температуре стенки  $\tilde{T}_w$ . При этом зависимости для  $c_{fw}$  от  $\tilde{T}_\infty$  имеют моно-



Фиг. 2



Фиг. 3

чисел Рейнольдса ( $Re_\infty \leq 10^5$ ) в режиме охлаждения при увеличении  $\tilde{T}_\infty$  величина  $c_{f\infty}/c_{f\infty}^i$  сначала медленно возрастает, а потом, достигнув максимума, начинает уменьшаться, становясь меньше единицы при вполне реальных значениях температурного напора  $\tilde{T}_\infty \sim 3-4$ . При  $Re_\infty = 10^4$  кривая все время лежит ниже единицы. Таким образом, при данных числах Рейнольдса и определенных температурных напорах  $c_{f\infty}$  уменьшается с ростом  $\tilde{T}_\infty$ . Этот вывод подтверждается результатами [6] ( $Re_\infty = 4 \cdot 10^3 - 10^4$ ). Нужно отметить, что точность имеющихся экспериментальных данных, как правило, не превышает 10—12%. Поэтому авторы работ [4, 5], проводившие эксперименты в наиболее широко исследуемой области  $Re_\infty = 10^4 - 10^6$ , пришли к выводу о независимости  $c_{f\infty}$  от  $\tilde{T}_\infty$ . В качестве примера на фиг. 3 заштрихована область экспериментальных значений [5]. Видно хорошее согласование с полученными теоретическими кривыми как раз для имевшихся в экспериментах значений чисел Рейнольдса  $10^4 - 4 \cdot 10^5$ . С другой стороны, в [17—19] обнаружен рост коэффициента сопротивления с ростом  $\tilde{T}_\infty$ , как это и следует из фиг. 3 для достаточно больших значений  $Re_\infty$ . Таким образом, в режиме охлаждения газового потока в зависимости от условий может наблюдаться как уменьшение, так и постоянство или возрастание коэффициентов гидравлического сопротивления с ростом  $\tilde{T}_\infty$ .

Что касается режима нагревания газового потока ( $\tilde{T}_\infty < 1$ ), то, как

тонный и регулярный вид, т. е. не меняется их качественное поведение при различных числах Рейнольдса. К тому же и расхождение графиков по числам Рейнольдса при отношении к условиям на стенке значительно меньше (хотя в соответствии со сказанным выше в области охлаждения это расхождение может достигать значительных величин).

К сожалению, в подавляющем большинстве экспериментальных работ отнесение физических свойств газа приводилось к условиям в ядре потока. Это привело к трудностям в интерпретации результатов этих работ. В частности, результаты экспериментов, проведенных при разных  $Re_\infty$ , неоднократно и без всяких оснований объявлялись противоречащими друг другу и имеющимся теоретическим представлениям (например, [5]). Фиг. 3 позволяет объяснить причину такой «путаницы» в результатах различных экспериментов. Действительно, в области малых



правило, уменьшение  $\tilde{T}_\infty$  должно сопровождаться, согласно фиг. 3, уменьшением  $c_{f\infty}$ . При этом наблюдается хорошее согласование (с точностью до 10%) с известной эмпирической формулой [7]:

$$c_{f\infty}/c_{fw}^2 = \tilde{T}_\infty^{0,16},$$

полученной для диапазона  $Re_\infty = 10^5 - 10^6$  (штриховая линия на фиг. 3). Как уже отмечалось выше, в режиме нагревания предельный закон (18) выполняется с хорошей точностью и для конечных значений  $Re_\infty$ . Хорошее соответствие этого закона многочисленным экспериментальным данным для этого режима (нагревания) [11] можно рассматривать и как определенное подтверждение предложенного в данной работе рассмотрения.

Проведенное преобразование полученного в форме (13) значения коэффициента сопротивления неизотермического потока в выражение, записанное в форме (14), дает, таким образом, возможность установить полное соответствие полученного решения известным предельным зависимостям, отвечающим как изотермическим, так и неизотермическим условиям в потоке. Кроме того, запись в форме (14) позволяет более наглядно представить характер зависимости результатов от тех или иных параметров. В то же время определение соответствующих поправок (за исключением уже отмеченных предельных случаев  $\tilde{T}_\infty \rightarrow 1$  или  $Re \rightarrow \infty$ ) требует определения величины  $\tilde{T}_l$  из (10). В связи с этим практические расчеты значительно проще осуществлять непосредственно на базе основного выражения (13) для  $c_f$  с  $\tilde{T}_l$  из (10). При этом объем вычислений значительно сокращается, а также отпадает необходимость в решении уравнения (14) относительно  $c_{fw}$  (или в использовании соответствующего приближения).

Поступила 14 XII 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. М.: Атомиздат, 1974.
2. Петухов Б. С., Попов В. П. Теоретический расчет теплообмена и сопротивления трения при турбулентном течении в трубах несжимаемой жидкости с переменными физическими свойствами. — ТВТ, 1963, т. 1, № 1.
3. Ван-Драйст Е. Турбулентный пограничный слой в сжимаемых жидкостях. Механика. Вып. 1(11). М.: ИЛ, 1952.
4. Тер-Оганесьянц А. А., Шорин С. Н. Теплообмен и сопротивление трения высокотемпературного потока газа. — Теплоэнергетика, 1965, № 2.
5. Артамонов Н. П., Данилов Ю. П. и др. Экспериментальное исследование местной теплоотдачи и гидравлического сопротивления при охлаждении газа в трубе. — ТВТ, 1970, т. 8, № 6.
6. Белянин П. М. Экспериментальное исследование трения и теплообмена при течении газа в трубе. — ПМТФ, 1964, № 4.
7. Лельчук В. А., Дядякин Б. В. Теплоотдача от стенки к турбулентному потоку воздуха внутри трубы и гидравлическое сопротивление при больших температурных напорах. — В кн.: Вопросы теплообмена. М.: Изд-во АН СССР, 1959.
8. Максим П. Л., Петухов Б. С., Поляков А. Ф. Расчет турбулентного переноса импульса и тепла при течении в трубах несжимаемой жидкости и газа с переменными физическими свойствами. — В кн.: Вопросы конвективного и радиационно-кондуктивного теплообмена. М.: Наука, 1980.
9. Попов В. Н. К расчету процессов теплообмена и турбулентного течения сжимаемой жидкости в круглой трубе. — ТВТ, 1977, № 4.
10. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.—Л.: Машгиз, 1962.
11. Леонтьев А. П., Миронов Б. П. Распространение предельных относительных законов трения и теплообмена на неизотермическое течение газа с конечными числами Рейнольдса. — ПМТФ, 1965, № 5.
12. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. П. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972.
13. Невлев В. М. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975.
14. Reichardt H. Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen. — ZAMM, 1951, Bd 31, s. 208.
15. Филоненко Г. К. Гидравлическое сопротивление трубопроводов. — Теплоэнергетика, 1954, № 4.
16. Кутателадзе С. С., Миронов Б. П. Относительное влияние температурного фактора на турбулентный слой газа при конечных числах Рейнольдса. — ПМТФ, 1970, № 3.

17. Гухман А. А., Пильохин Н. В. и др. Экспериментальное исследование теплообмена и сопротивления в дозвуковой области. — Тр. ЦКТИ, 1951, вып. 5, № 24.  
 18. Pinkel B. A summary of NACA research on heat transfer and friction for air flowing through tube with large temperature difference. — Trans. ASME, 1954, vol. 76, N 2.  
 19. Humble L. V., Lowdermilk W. H., Desmon L. G. Measurements of average heat-transfer and friction coefficients for subsonic flow of air in smooth tubes at high surface and fluid temperatures. NACA Report, 1950, N 1020.

УДК 533.6.011.6

## К РАСЧЕТУ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЧЕНИЯ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ВДУВЕ ОДНОРОДНОГО ГАЗА В КОРМОВОЙ ОБЛАСТИ ТЕЛА

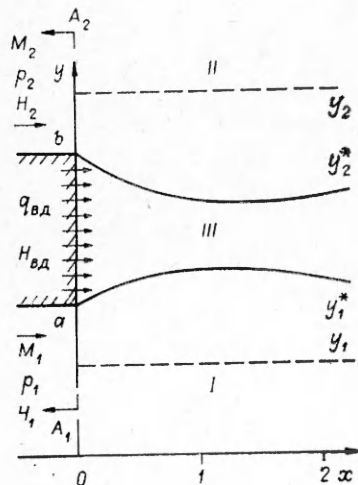
И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко

(Днепропетровск)

Задача о вдуве в донную область за плохообтекаемыми телами рассматривалась в различных постановках, в случае вдува малой интенсивности эта задача решалась в рамках модели разделяющей линии тока [1]. Влияние сверхзвукового вдува газа на характеристики течения в сверхзвуковых спутных потоках исследовано в [2—4]. В данной работе изложен подход и результаты решения задачи о дозвуковом вдуве конечной интенсивности однородного газа в кормовой области тела в сверхзвуковом потоке.

Анализ экспериментальных данных (см., например, [5]) показывает, что в определенном диапазоне изменения интенсивности вдува распределение давления вдоль вязкой области незначительно отличается от значения давления в невозмущенном потоке перед донным срезом. В этом диапазоне течение во вдуваемой дозвуковой струе и зонах смешения можно описать в приближении узкого канала. Это приближение используется в решении задач о расчете течений через сопла с плавным наклоном стенок [6, 7]. С другой стороны, при расчете отрывных стационарных течений с развитыми циркуляционными зонами [8] для описания течения в области горла следа обычно используют уравнения пограничного слоя. Наличие вдува оказывает существенное влияние на структуру течения в донной области. Увеличение интенсивности вдува уменьшает размеры циркуляционной области [9] и повышает донное давление. Это приводит к расширению области течения в окрестности горла, обычно описываемой в приближении пограничного слоя. При определенной интенсивности вдува циркуляционная область полностью исчезает, что создает возможность использовать уравнения пограничного слоя для описания течения во всей вязкой области непосредственно от кромки донного среза.

1. Рассмотрим двумерное течение, образующееся при взаимодействии двух сверхзвуковых потоков, обтекающих донный срез, через торцевую стенку которого осуществляется распределенный дозвуковой вдув газа конечной интенсивности. Газ в сверхзвуковых потоках и во вдуваемой струе будем считать совершенным и однородным с постоянными удельными теплоемкостями. Температуры торможения в потоках и струе в общем случае могут быть различными. Течение в окрестности донного среза обычным образом разобьем на невязкие области внешних сверхзвуковых потоков и область «вязкого» течения, под которой будем понимать потенциальное ядро вдуваемой струи и зоны смешения, переходящие в вязкое течение ближнего следа. Влияние вязкости на характеристики невязких потоков будем учитывать через эффективное тело вытеснения [10]. Идеализированная картина рассматриваемого течения представлена на фиг. 1, где I, II — области невязкого течения, III — область «вязкого» течения,  $y_1, y_2$  — асимптотические границы «вязкой» области,  $y_1^*, y_2^*$  — границы эффективного тела вытеснения. Характеристики невязких невозмущенных потоков в сечении донного среза  $A_1 A_2$  полагаются известными. Значе-



Ф и г. 1