

**О МОДЕЛИРОВАНИИ НА ЭЦВМ УСКОРИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА
В СИЛЬНОТОЧНОМ ИОННОМ ЛИНЕЙНОМ УСКОРИТЕЛЕ**

В. А. Енальский, В. В. Осипов

(Челябинск)

1. В работе [1] описывался расчет движения зарядов в электромагнитном поле с учетом взаимодействия. Основными частями расчета являются: численное интегрирование уравнений движения частиц и численное решение краевых задач для уравнений эллиптического типа. В [1] проведен сравнительный анализ схем, пригодных для решения разностного аналога задачи Дирихле для прямоугольной области в цилиндрической системе координат, указана одна из экономичных схем. В настоящей статье методика, рассмотренная в [1], применяется для моделирования на ЭЦВМ ускорительного процесса в сильноточном линейном ускорителе. Приближенная модель физического процесса основана на использовании метода «больших молекул». Для нее характерно индивидуальное описание движения «больших частиц» (пакетов частиц) в собственном поле (которое рассчитывается численно после соответствующего осреднения плотности) и внешних полей (электрическом и магнитном), рассчитываемых при помощи разностного аналога краевой задачи для уравнения Пуассона (Лапласа) в цилиндрической геометрии.

Преимущество такого рассмотрения заключается в том, что осредненные величины не дифференцируются, а интегрируются, что значительно повышает точность расчета в случае, когда заряды группируются в сгустки и плотность заряда быстро меняется в пространстве. Недостатком такой модели является переход к решению ограниченного возможностями вычислительной машины числа уравнений, описывающих движение укрупненных зарядов. Выбор количества таких зарядов, моделирующих реальный процесс, делается из численных экспериментов.

Подобные модели уже ранее использовались в задачах разреженной плазмы [2-4] при расчете действия объемного заряда в ускорителе (работа [5]) и при исследованиях клистронной группировки сильноточного пучка при сильной модуляции частиц по скоростям [6].

2. Будем считать, что модель ускорителя имеет вид сплошного цилиндра радиуса R и длины L (в цилиндрической системе координат $0 \leq r \leq R$, $0 \leq z \leq L$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.) Рассматривается случай квазиэлектростатического поля. В предположении аксиальной симметрии потенциал внешнего электрического поля определяется из уравнения

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1)$$

При этом потенциал на боковой поверхности цилиндра задается

$$\begin{aligned} u(r, 0, t) &= 0, \quad \text{или} \quad \partial u / \partial z_{z=0} = 0 \\ u(R, z, t) &= f_1(z) \cos \omega t + f_2(z) \cos(\omega t + \varphi) \\ u(r, L, t) &= 0, \quad \text{или} \quad \partial u / \partial t_{z=L} = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Введением $f_1(z)$ и $f_2(z)$ создается возможность задания потенциалов на двух резонаторах со сдвигом фазы φ . В рассматриваемых задачах функции $f_1(z)$ и $f_2(z)$ задавались в зазорах линейными, как и принято для толстостенных трубок дрейфа. Однако следует отметить, что для проведения расчетов требуется задание на поверхности $r = R$ значений любых сеточ-

ных функций $f_1(z)$ и $f_2(z)$, определенных в ряде точек отрезка $0 \leq z \leq L$. Так, для сложных зазоров потенциал на границе можно снять с электролитической ванны. Будем считать, что $f_1(z)$ и $f_2(z)$ соответственно порождают внутри цилиндра потенциалы $\Phi_1(r, z)$ и $\Phi_2(r, z)$, которые удовлетворяют уравнению (2.1) и связаны с потенциалами левого ($\Phi_1 \cos \omega t$) и правого ($\Phi_2 \cos(\omega t + \varphi)$) резонаторов. Их суммарный потенциал Φ определяется как

$$\Phi = \Phi_1 \cos \omega t + \Phi_2 \cos(\omega t + \varphi)$$

Предполагается, что цилиндр находится в стационарном магнитном поле таком, что $H_\varphi = 0$, где H_φ — составляющая вектора напряженности магнитного поля. Высокочастотным магнитным полем при ускорении нерелятивистских ионов пренебрегаем.

Внешнее магнитное поле определяется из того же уравнения (2.1) $u = H_z$ при условиях

$$\frac{\partial}{\partial z} H_z(r, z) \Big|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} H_z(r, z) \Big|_{z=L} = 0, \quad H_z(R, z) = f_3(z) \quad (2.3)$$

Предполагается также, что в момент времени $t = t_0$ зарядов внутри цилиндра нет. Далее, начиная с $t = t_0$, считается, что на вход ускорителя поступает цилиндрический равномерно заряженный пучок с заданным током. Этот ток вводится в ускоритель «большими частицами», каждая из которых представляет n элементарных частиц с зарядом e и массой m , объединенных в одну двумерную частицу — окружность с центром на оси цилиндра. На этой окружности равномерно распределен заряд $q = ne$. В момент $t = t_0$ такая частица характеризуется величинами r_{0k} , z_{0k} , \dot{r}_{0k} , \dot{z}_{0k} ($k = 1, 2, \dots, N$).

Остановимся на определении этих величин. Пусть скорость инжектируемых в ускоритель частиц известна и равна β_z . Выбрав достаточно малый шаг по времени Δt , определяем заряд, прошедший через левый торец цилиндра. Пусть этот заряд равен Q . Геометрически его можно представить себе как цилиндр радиуса R_0 (радиус пучка) с высотой, равной $\beta_z \Delta t$. Разобьем этот цилиндр на N тороидальных объемов, считая, что каждый из этих объемов получается вращением прямоугольника с основанием, параллельным оси цилиндра и равным $\beta_z \Delta t$ и боковой стороной Δr_k , причем при вращении боковых сторон описываются кольца ($k = 1, 2, \dots, N$) равной площади. Ясно, что такой объем содержит заряд $q = Q/N$.

За «большую частицу» были приняты центральные линии этих тороидальных объемов. Поэтому

$$r_{0k} = R_0 \sqrt{(2k-1)/2N}, \quad \dot{z}_{0k} = \beta_z$$

Что касается z_{0k} и \dot{r}_{0k} , то надо положить

$$z_{0k} = \frac{1}{2} \beta_z \Delta t, \quad \dot{r}_{0k} = 0$$

Однако можно допустить, что $r_{0k} \neq 0$. Это дает возможность инжектировать в ускоритель сходящийся или расходящийся пучок, а также моделировать разброс поперечных тепловых скоростей частиц пучка. Если предположить, что в момент инжекции центр тяжести частицы находится на сечении $z = 0$, то имеем $z_{0k} = 0$.

Двигаясь под действием внешних (электрического и магнитного) полей, введенные N частиц займут в момент времени $t_0 + \Delta t$ новое положение

ние в цилиндре. Считается, что потенциал их объемного заряда в этот момент удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\frac{4\pi\rho}{\epsilon} \quad (2.4)$$

Здесь ρ — объемная плотность заряда, ϵ — диэлектрическая постоянная среды. Из постановки задачи следует, что на левом торце цилиндра выполняется условие

$$\partial\psi/\partial z|_{z=0} = 0 \quad (2.5)$$

Так как боковая поверхность (Σ) цилиндра считается проводящей, то

$$\psi|_{\Sigma} = 0 \quad (2.6)$$

Применение условия (2.6) в зазорах оправдано лишь тем, что величина зазора мала, по сравнению с остальной областью: поэтому без большой погрешности можно считать, что на всей боковой поверхности рассматриваемой нами области потенциал объемного заряда равен нулю.

Что касается правого торца, то там ставилось так называемое условие зеркального отображения пучка

$$\partial\psi/\partial z|_{z=L} = 0 \quad (2.7)$$

Условие (2.7) не следует из постановки задачи, однако оно слабо влияет на движение зарядов уже на некотором удалении от правого торца левее сечения $z = z_0$, которое выбиралось из численных экспериментов. Выбор z_0 можно сделать и из того соображения, что в металлической трубе два сгустка, находящиеся на большом, по сравнению с радиусом трубы, расстоянии друг от друга почти не взаимодействуют.

Считалось, что лишь в области $0 \leq z \leq z_0$ движение укрупненных зарядов может моделировать реальный процесс.

Решив задачу (2.4) — (2.7) для момента $t_0 + \Delta t$ и повторив запуск N частиц с указанными выше координатами, приходим к необходимости определения положения теперь уже $2N$ частиц (если не было вылета через боковую поверхность или торцы), движущихся под действием как внешних, так и собственного полей, а затем к решению этой же задачи на момент времени $t_0 + 2\Delta t$. Аналогично определяем положение находящихся внутри цилиндра укрупненных зарядов, имеющих переменными радиусы r и координаты z , скорости по r и скорости по z , постоянной величины q в момент времени $t_0 + 3\Delta t, \dots, t_0 + k\Delta t, \dots$

Движение этих зарядов (см. [1]) описывается соотношениями

$$r'' = -\frac{\partial \kappa}{\partial r}, \quad z'' = -\frac{\partial \kappa}{\partial z}, \quad \kappa = \Phi + \Psi + 1/2 A_{\varphi}^2, \quad H_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r A_{\varphi} \quad (2.8)$$

В силу зависимости от времени в виде (2.2) при счете следовало ожидать, что и наблюдалось, установления в области $0 \leq z \leq L$ режима, имеющего период, совпадающий с периодом изменения внешнего электрического поля. Предусматривалось запоминание установившегося режима на сечении $z = z_0$. На каждом шаге периода на магнитную память записывались значения потенциала в узлах сетки прямой $z = z_0$, координаты частиц, находящихся на сечении $z = z_0$ или только что его пролетевшие, и их скорости. Эти записи можно было использовать в качестве начальных условий для следующей части задачи, когда на левом торце цилиндра задан периодический режим. Последнее позволяло детализировать счет и значительно расширяло возможности моделирования процессов в ускорителе, имеющем большое количество резонаторов.

3. Метод интегрирования уравнений движения и численного решения краевых задач достаточно полно описан в [1]. При расчете движения зарядов в ускорителе следует учитывать, что область, где рассматривается движение, сильно вытянута в направлении z ($R \ll L$). В связи с этим при численном определении потенциалов в узлах сетки автором использовался наиболее здесь экономичный метод «прогонка в одном направлении». Изложим суть метода, пользуясь декартовой системой координат.

Рассмотрим систему уравнений

$$(\Lambda_1 + \Lambda_2) u = 0, \quad u|_{\Gamma} = \varphi \quad (3.1)$$

$$\Lambda_1 u = \frac{u_{i+1j} - 2u_{ij} + u_{i-1j}}{h^2}, \quad \Lambda_2 u = \frac{u_{i+1j} - 2u_{ij} + u_{ij-1}}{l^2}, \quad u(ih, jl) = u_{ij} \quad (3.2)$$

Здесь Γ — контур прямоугольной области ($0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$); h, l — шаги прямоугольной сетки; $i = 1, 2, \dots, N_0 - 1$; $j = 1, 2, \dots, M - 1$; $N_0 h = a$, $M l = b$.

Для решения систем (3.1) можно применить две итерационные схемы

$$(E - 1/2l^2\Lambda_1) u^{n+1} = 1/2(u_{ij+1}^n + u_{ij-1}^n), \quad u^n|_{\Gamma} = \varphi \quad (3.3)$$

$$(E - 1/2h^2\Lambda_2) u^{n+1} = 1/2(u_{i+1j}^n + u_{i-1j}^n), \quad u^n|_{\Gamma} = \varphi \quad (3.4)$$

Здесь n — номер итерации, u^0 — любое нулевое приближение к решению краевой задачи (3.1).

Схемы (3.3), (3.4) при $h = l$ рассматривались в [7] как примеры блочных итераций. Можно доказать, что процессы (3.3) — (3.4) сходятся в метрике L_2 к решению (3.1) при любом u^0 и любых h и l .

Действительно, в силу линейности для погрешности $G^n = u - u^n$ соответственно для схем (3.3), (3.4) получим

$$(E - 1/2l^2\Lambda_1) G^{n+1} = 1/2(G_{ij+1}^n + G_{ij-1}^n), \quad (E - 1/2h^2\Lambda_2) G^{n+1} = 1/2(G_{i+1j}^n + G_{i-1j}^n) \quad (3.5)$$

Раскладывая G^0 по собственным функциям, имеем

$$G^0 = \sum_{kp} a_{kp} q^{kp}, \quad q_{ij}^{kp} = \sin k i \alpha \sin p j \beta, \quad \left(\alpha = \frac{\pi h}{a}, \quad \beta = \frac{\pi l}{b} \right) \\ (k = 1, \dots, N_0 - 1; \quad p = 1, \dots, M - 1) \quad (3.6)$$

Согласно (3.5), (3.6), получим

$$G^{n+1} = \sum_{kp} \rho_{kp}^{n+1} a_{kp} q^{kp} \quad (3.7)$$

Здесь ρ_{kp} определяется для (3.3) и (3.4) соответственно следующим образом:

$$\rho_{kp}^{n+1} = \left(\frac{\cos p \beta}{1 + 2l^2 h^{-2} \sin^2 1/2 k \alpha} \right)^{n+1}, \quad \rho_{kp}^{n+1} = \left(\frac{\cos k \alpha}{1 + 2h^2 l^{-2} \sin^2 1/2 p \beta} \right)^{n+1} \quad (3.8)$$

Из (3.7), (3.8) следует сходимость схем (3.3), (3.4). Переходя теперь в (3.3), (3.4) к пределу, имеем $\lim u^n = u$ при $n \rightarrow \infty$, где u — решение системы (3.1) — разностного аналога задачи Дирихле.

Величины (3.8) характеризуют скорость гашения первоначальной погрешности G^0 . Так, для схемы (3.3) из (3.7), (3.8) при достаточно малом α имеем

$$\| G^n \| \leq (1 + 1/2 \pi^2 l^2 / a^2)^{-n} \| G^0 \| \quad (3.9)$$

В случае же схемы (3.4) аналогично при достаточно малом β получаем

$$\| G^n \| \leq (1 + 1/2 \pi^2 h^2 / b^2)^{-n} \| G^0 \| \quad (3.10)$$

На основании (3.9), (3.10) утверждаем, что, если $l/a > h/b$, то более экономичной будет схема (3.3), если же $l/a < h/b$, то предпочтение нужно отдать схеме (3.4). Так, в случае $h = l$ и $a > b$ следует пользоваться вертикальными прогонками. Более крупная сетка в продольном направлении (при $a > b$) лишь улучшает сходимость схемы (3.4).

Выводы о схемах (3.3), (3.4) распространяются и на случай цилиндрической системы координат, когда

$$-1/2h \leq r \leq R, \quad 0 \leq z \leq L, \quad r_i = (i - 1/2)h, \quad z_j = jl$$

$$\Lambda_1 u = h^{-2} \left(\frac{2i}{2i-1} u_{i+1j} - 2u_{ij} + \frac{2i-2}{2i-1} u_{i-1j} \right), \quad \Lambda_2 u = l^{-2} (u_{ij+1} - 2u_{ij} + u_{ij-1})$$

При $l \geq h$ и $R \ll L$ в этом случае наиболее выгодно применять схему

$$(E - 1/2l^2 \Lambda_1) u = 1/2 (u_{i,j+1} + u_{i,j-1}) - 1/2 l^2 f \quad (3.11)$$

сходящуюся к решению обычной пятиточечной аппроксимации уравнения

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f \quad (3.12)$$

Что касается точности расчета потенциалов в узлах сетки по схеме (3.11), то она вполне удовлетворительна. Проиллюстрируем это на следующей задаче: найти решение системы (3.11) при условиях

$$\begin{aligned} -0.475 \leq r \leq 0.475, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad u(-0.475, z) = u(0.475, z) = \sin \pi z \\ u(r, 0) = u(r, 1) = 0, \quad h = l = 0.05, \quad f = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

В таблице приведены значения $u^{(2)}$ — решения задачи (3.11), (3.13) в узлах $z_j = jl$ ($j = 0, 1, \dots, M-1$) прямой $r = 0,025$. Для сравнения приведены значения $u^{(3)}$, полученные хорошо известным методом продольно-поперечной прогонки в тех же узлах, а также значения $u^{(1)}$ — решения дифференциальной задачи (3.12), (3.13), имеющего вид

$$u = I_0(\pi r) \sin \pi / 0.475 z$$

Здесь I_0 — функция Бесселя мнимого аргумента.

Численное решение получено завершением итераций при

$$\max_{ij} |u_{ij}^{n+1} - u_{ij}^n| < 10^{-8}$$

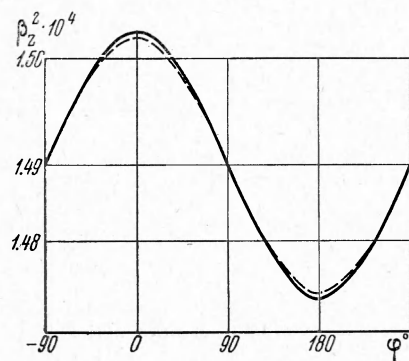
4. Принципиальное обоснование численных методов расчета внешних электромагнитных полей, полей объемного заряда и методов интегрирования уравнений движения выполнено в [1]. Выше была обоснована возможность применения схемы (3.11) к расчету потенциалов в случае $R \ll L$. Однако на практике точность получаемых решений зависит от параметров счета, определяющих к тому же и затрачиваемое на счет машинное время. Ясно, что чем больше узлов взято в области счета, чем меньше укрупнены заряды, тем точнее будут результаты, тем ближе моделирование к реальному процессу. Но как число узлов, так и число частиц, находящихся в эксперименте, диктуется еще возможностями вычислительной машины.

Ниже будут описаны характерные условия счета конкретных задач и экспериментальная проверка точности моделирования основных процессов.

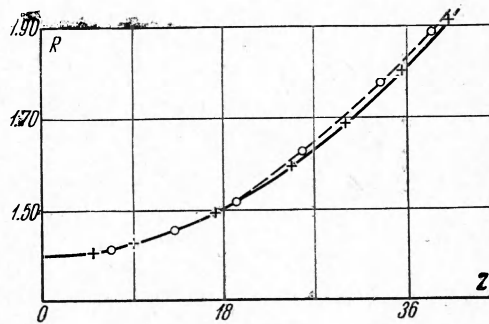
Поля обычно рассчитывались в области $(-1/2h \leq r \leq R, 0 \leq z \leq L)$ в 781 узле (11×71), считая и узлы на границах. Отношение L к R доходило обычно до 40; отношение l к h достигало при этом шести. При таких параметрах на счет поля на серийной машине уходило около 20 сек в случае определения потенциала объемного заряда, когда за нулевое приближение брались значения ψ , полученные на предыдущем шаге по времени, и около минуты, если нулевое приближение считалось нулем. Расчет собственного поля составлял основную часть времени, затрачиваемого на счет задачи. Что касается точности полученного при этом решения, то она была вполне удовлетворительной. Последнее проверялось на аналитических решениях для схем, описанных в [1]. При внедрении в счет схемы (3.11) проводились сравнения на решаемых задачах. Результаты сравнений подобны приведенным в таблице.

Поле, определенное лишь в 781 узле, при интегрировании уравнений движения линейно интерполировалось в точку с координатами обчитываемой укрупненной частицы.

В большинстве конкретных вариантов на длине ускоряющего зазора укладывалось не менее двух-трех узлов сетки по оси z . В некоторых случаях требовалась и более подробная сетка. В область расчета движения частиц ($0 \leq z \leq L$) укладывалось при этом лишь три-восемь ускорительных периодов. Если этого было недостаточно, то моделирование процесса во всем ускорителе сводилось к решению двух или более задач. При решении первой из них на сечении $z = z_0$ (обычно в середине трубки дрейфа) в течение одного высокочастотного периода производилась запись на магнитную память установленного процесса: координат и скоростей частиц, а также значений полей объемного заряда в узлах $z = z_0$. Эти данные использовались в качестве начальных на левом торце при расчете следующего участка ускорителя. Повторение подобной процедуры давало возможность обчета динамики частиц в ускорителе любой длины. Шаг по времени обычно определялся как $\Delta \tau = 1/36 T$, где T — период внешнего высокочастотного электрического поля.



Фиг. 1



Фиг. 2

Точность расчета внешних полей и динамики частиц без учета объемного заряда иллюстрирует фиг. 1, на которой приведена зависимость приращения энергии частиц от фазы прохождения центра зазора. Начальная энергия протонов $W_0 = 70$ кэв, напряжение на зазоре $U = 2.56$ кэв. Для сравнения пунктиром дана аналитическая зависимость [8]. Отклонение от этой зависимости во всех точках не превышает одного процента.

На фиг. 2 приведена зависимость $R = R(z)$, полученная при численном решении задачи о распылении равномерно заряженного цилиндрического пучка под действием объемного заряда в пространстве, свободном от внешних полей, причем фазовый объем пучка $V = 0$, начальный радиус пучка $R_0 = 1.41$ см, ток пучка $I = 1$ а, энергия частиц $W_0 = 700$ кэв, шаг по времени $\Delta \tau = 400/36 C$ (C — скорость света в пустоте).

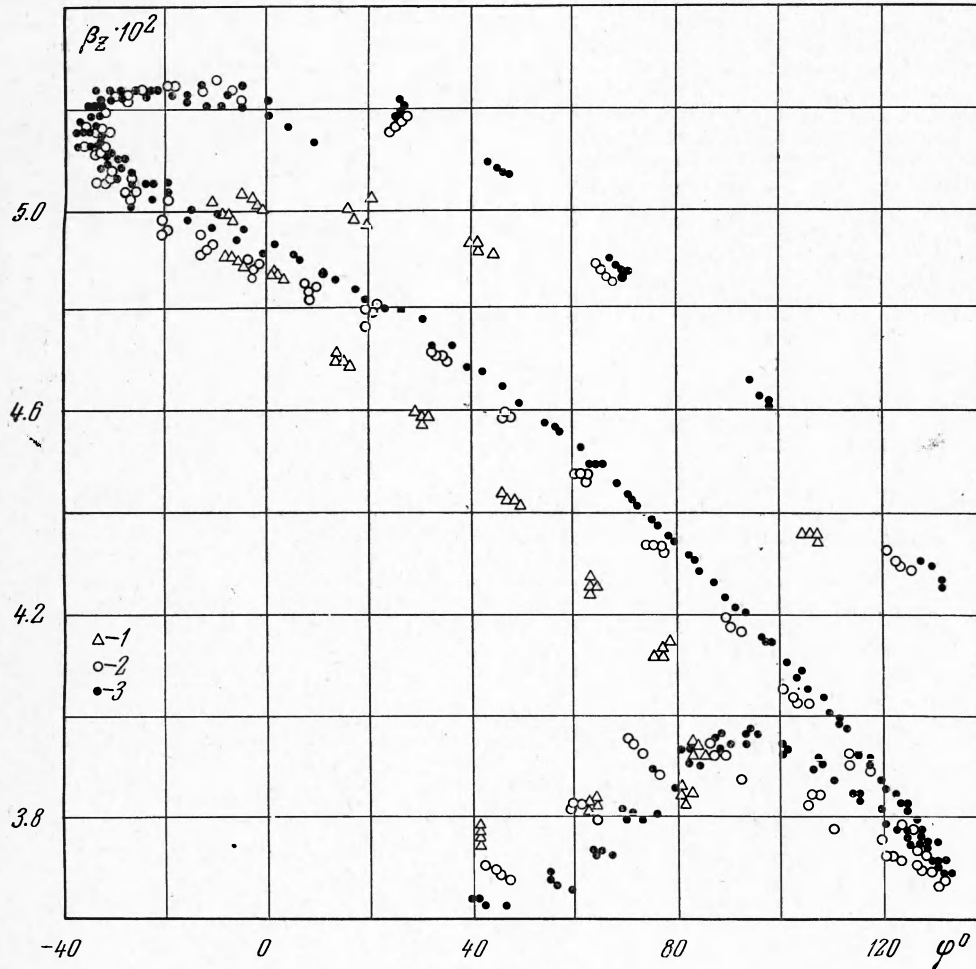
На каждом шаге по времени через сечение $z = 0$ вводятся четыре укрупненные частицы с зарядом $q = 1/4 I \Delta t$.

Пунктиром дана аналитическая зависимость $R = f(z)$ для пучка с соответствующими параметрами ([9, 10]). Совпадение получается достаточно хорошим даже при значительном расхождении пучка. Расчетное поле на поверхности пучка вблизи сечения инжекции с хорошей точностью совпадает с полем бесконечного равномерно заряженного цилиндра соответствующего радиуса.

Вопрос о точности счета полей объемного заряда при группировке частиц в сгустки в линейном ускорителе исследовался отдельно.

Минимальное количество частиц, максимальный шаг по времени и максимальная длина счетной ячейки по оси z должны определяться для каждого класса задач на основании сходимости решений при последовательном уменьшении упомянутых параметров. Класс задач характеризуется порядком величины напряжения на зазорах, длиной волны внешнего электрического поля, порядком силы тока пучка, энергией частиц, величиной внешнего магнитного поля и соотношением продольных и поперечных размеров счетной области. Так, для пучков с силой тока 0.5—3 а и энергией 0.5 — 10 Мэв, движущихся во внешнем магнитном поле до 10 тыс. э. при напряжении на зазорах до тыс. кэв, когда длина счетной области почти в сорок раз превышает радиус цилиндра, инжекция четырех частиц через каждые 10° вполне оправдана. Расчет полей в этом случае имеет смысл проводить, используя 11×71 узлов. В подтверждении на фиг. 3 приведено распределение частиц на фазовой плоскости продольного движения ($\beta = \varphi$) для следующих комбинаций шагов по времени, пространству и числа частиц, определяющих точность счета полей: 1 (2 Δt , $N = 72$), 2 (1, Δt , $N = 144$), 3 (0.5 Δt , 0.5 Δz , $N = 288$). При этом

в ускоритель с радиусом апертуры $R = 2$ см инжектировался пучок с начальным радиусом $R_0 = 1,5$ см, силой тока $I = 3$ а и энергией инжекции $\bar{W}_0 = 0,7$ Мэв. Длина волны внешнего электрического поля $\lambda = 400$ см, синхронная фаза $\varphi = -30^\circ$. Длина ячейки h по оси r выбиралась равной $2/9,5$ см. Напряженность магнитного поля на границе $H_z(R, z) = 13000$ э.



Фиг. 3

В условиях (2.2) бралось $f_2 = 0$; функция $f_1(R, z)$ менялась линейно между значениями: $(0, 0)$, $(6,07, 0)$, $(10,11, 202)$, $(22,78, 202)$, $(27,18, 422)$, $(40,94, 422)$, $(45,71, 660,5)$, $(60,58, 660,5)$, $(65,73, 918)$, $(81,73, 918)$, $(87,29, 1194,5)$, $(104,41, 1194,5)$, $(110,32, 1490)$, $(128,63, 1490)$, $(134,93, 1805)$, $(280, 1805)$. Первая величина, стоящая в скобке, — координата z , вторая — отвечающее ей значение $f_1(R, z)$. Был сосчитан ряд вариантов, в которых шаги по времени, пространству и число частиц, инжектируемых на высокочастотном периоде, принимали различные значения. Приведенные на фиг. 3 результаты соответствуют установившемуся режиму.

Запуск 150—200 частиц на высокочастотном периоде использовался в задачах с непрерывной инжекцией пучка. При этом счет велся до момента выхода на стационарный режим, который определялся в основном частицами, не захваченными в режим ускорителя. Однако в большинстве реальных установок такие частицы через несколько периодов ускорения либо теряют поперечную устойчивость и высаживаются на стенки трубок дрейфа (например в ускорителях с жесткой фокусировкой), либо отсеиваются искусственными методами. В подобных установках пучок представляет собой цепочку достаточно разделенных и не взаимодействующих между собой сгустков. При модели-

ровании такого пучка достаточно производить инъекцию в течение лишь одного высокочастотного периода и использовать при этом все количество частиц, определяемых памятью программы (в нашем случае — 2040). При этом появляется возможность достаточно хорошо смоделировать некоторые сложные физические процессы в пучке (тепловой разброс скоростей частиц и т. п.).

Проведенные исследования данной программы показывают, что последняя обладает возможностями, позволяющими проводить на ней счетные эксперименты.

Применительно к ускорительной тематике программа может быть весьма полезной не только при расчете конкретных установок (группирователя, начальной части сильноточного ускорителя, клистронной лампы), но и для уточнения некоторых принципиальных положений теории ускорителя, в первую очередь, связанных с объемным зарядом и необходимостью отхода от одночастотной теории.

В заключение авторы благодарят Н. Н. Яненко и В. А. Теплякова — за полезные обсуждения и постановку задачи, Б. К. Шембеля и А. П. Федотова — за постоянный интерес и внимание к данной работе, А. А. Косорукову, принимавшую участие в написании основной программы и в проведении расчетов, Р. Т. Дылдину, создавшую программу обработки. Большое участие в экспериментальном исследовании программы принял Г. М. Анисимов.

Поступила 25 X 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Енальский В. А. О движении частиц в электромагнитном поле. Тр. Матем. ин-та АН СССР, 1966, т. 74.
2. Випетан О. Dissipation of currents in ionized media. Phys. Rev., 1959, vol. 115, № 3, p. 503.
3. Dawson J. Investigation of the doublestream instability 1961 Internat atomic energy agency. Saabzburg.
4. Енальский В. А., Имшенник В. С. Нелинейная задача о столкновении облаков разряженной плазмы. ПМТФ, 1965, № 1.
5. Ломнев С. П. Расчет фазовых траекторий заряженных частиц с учетом кулоновского взаимодействия в группирователе линейного электронного ускорителя. Докл. АН СССР, 1960, т. 135, № 4.
6. Welber S. E. Ballistic Analysis of a Two — Cavity Finite Beam Klystron, Transaction Inst. Radio Engineers N. Y. E. D., 598. 1958.
7. Саульев В. К. Интегрирование уравнений параболического типа методом секток. Физматгиз, 1960.
8. Каретников Д. В., Сливков И. Н., Тепляков В. А., Федотов А. П., Шембель Б. К. Линейные ускорители ионов. Госатомиздат, 1962.
9. Пирс Д. Р. Теория и расчет электронных пучков. Изд. «Советское радио», 1956.
10. Габович М. Д. Влияние объемного заряда при распространении интенсивных пучков заряженных частиц. Успехи физ. наук, 1955, т. 56, № 2.