

Я. А. Фурман, А. А. Роженцов, А. О. Евдокимов  
(Йошкар-Ола)

РАСПОЗНАВАНИЕ ГРУППОВЫХ ТОЧЕЧНЫХ ОБЪЕКТОВ  
С НЕУПОРЯДОЧЕННЫМИ ОТМЕТКАМИ\*

Рассмотрено решение задачи распознавания группового точечного объекта для случая, когда отметки распознаваемого объекта не упорядочены по отношению к отметкам эталонного объекта. Решение осуществлено на основе амплитудно-фазовой модели группового точечного объекта, представляющей системы собственных областей точек, в которые с высокой вероятностью попадают точки зашумленного объекта. Построены характеристики распознавания.

Введение. Задачи обработки изображений в виде скоплений малоразмерных объектов характерны для многочисленных видов систем машинного зрения: астроориентации, радиолокации, управления воздушным движением, дефектоскопии и т. д. Во многих случаях существует вероятность объединения наблюдаемых объектов в компактные группы – групповые точечные объекты (ГТО), которые характеризуются определенными признаками: формой, масштабом, углом поворота и т. п. Достаточно часто конечным результатом работы системы является распознавание и оценка параметров ГТО. Для решения такой задачи используются различные подходы. Как правило, она разбивается на ряд этапов: обнаружение сигналов от точечных и малоразмерных объектов, формирование кадров из изображений точечных объектов, локализация ГТО по принципу компактности, распознавание и оценка параметров отдельных ГТО [1–5]. В процессе формирования кадра малоразмерные объекты представляются в виде точечных, компенсируются нелинейные искажения, согласуются системы отсчетов, в которых представляются эталонный и сигнальный ГТО, подавляются по возможности шумы и помехи. В данной работе предполагается, что все операции на перечисленных выше этапах, за исключением двух последних, выполнены. Алфавит  $A = \{A_l\}_{0, M-1}$  из  $M$  классов задан эталонными ГТО  $A_l = \{a_l(n)\}_{0, k-1}$  каждого класса ( $k$  – число точек в составе ГТО, его размерность). Обработываемый (сигнальный) ГТО  $B = \{b(n)\}_{0, k-1}$  получен вращением эталонного ГТО

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 04-01-00243, № 05-01-96510-р\_поволжье\_a).

$A_j = \{z_j(n)\}_{0, k-1}$  на неизвестный угол  $\theta_j$ , а координаты точек измерены с некоторой ошибкой.

Задача распознавания ГТО, как и других видов изображений, обычно решается путем нахождения меры схожести  $\rho_l$  сигнального ГТО  $B$  с эталонными  $A_l, l = 0, 1, \dots, M-1$ , и принятием решения в пользу класса с максимальным значением данной меры:

$$B \in A_j \text{ при } \rho_j = \max.$$

Особенность этой задачи для точечных изображений по сравнению со сплошными заключается в необходимости предварительного упорядочения точек ГТО. Это позволяет установить правило очередности отбора точек сравниваемых ГТО для вычисления их меры схожести. В противном случае для получения  $\rho_l$  надо рассматривать все возможные комбинации точек сравниваемых объектов. Точки упорядоченных ГТО можно пронумеровать и для нахождения меры схожести брать их в порядке возрастания номеров. При этом номера соответствующих точек в сравниваемых ГТО могут не совпадать, отличаясь на произвольную, но постоянную для всех точек, величину  $d$ .

Цель предлагаемой работы заключается в получении алгоритма распознавания зашумленных предварительно неупорядоченных ГТО при их задании набором (пучком) радиусов-векторов (РВ), соединяющих каждую точку с полюсом  $P$ .

Ряд алгоритмов упорядочения точек ГТО рассмотрен в работах [3–6]. Некоторые из них сложны в реализации. Работоспособность других основывается на очень высокой точности измерения координат точечных объектов. Практически для всех алгоритмов отсутствует оценка их эффективности. Рассматриваемый в данной работе подход к распознаванию неупорядоченных ГТО базируется на формировании собственных областей их точек [7], допускает простую реализацию и в значительной степени лишен перечисленных выше недостатков.

1. Распознавание упорядоченных ГТО. Пусть  $T = \{z_n\}_{0, k-1}$  – упорядоченное (пронумерованное) на комплексной плоскости множество из  $k$  точек, а  $P$  – произвольная точка в этой плоскости (рис. 1). Проведем из  $P$  к каждой точке множества  $T$  радиусы-векторы  $b(n)$ . Полученный упорядоченный пучок РВ

$$B = \{b(n)\}_{0, k-1}, \quad b(n) = |b(n)| \exp\{i \varphi(n)\},$$

(здесь  $\varphi(n)$  – аргумент  $b(n)$ ) задает ГТО из точек множества  $T$  в полярной системе отсчета. При этом  $B = \{z_1(n), z_2(n)\}_{0, k-1}$  представляет тот же ГТО в

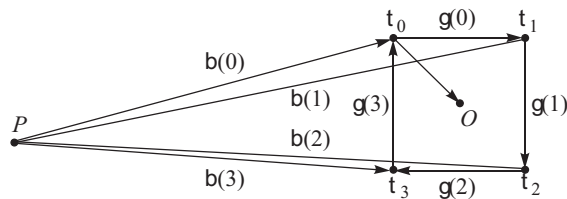


Рис. 1

прямоугольной системе отсчета с началом в точке  $P$ . Соединим последовательно в направлении часовой стрелки концы РВ пучка  $B$  элементарными векторами  $(n)$ . В результате получим задание ГТО в виде замкнутого контура  $\{(n)\}_{0, k-1}$  с начальной точкой  $(0)$ , где  $(n) = |(n)| \exp\{i \arg(n)\}$  – аргумент  $(n)$ , а  $(n) = (0) \sum_{m=0}^{n-1} (m)$ ,  $n = 0, 1, \dots, k-1$ . Представленные три

конструкции можно рассматривать в виде адекватных векторных моделей ГТО, состоящих из точек упорядоченного множества  $T$ . Чтобы описание ГТО не зависело от сдвига его изображения, используют задание ГТО в естественной (собственной) системе отсчета, начало отсчета которой совмещено с центром тяжести  $O$  [8]. Такие ГТО назовем центрированными.

Представление пучков и контуров на комплексной плоскости выбрано потому, что скалярное произведение  $(A, B)_C$ , являющееся мерой схожести векторных сигналов, в комплексном линейном пространстве  $C$  более информативно, чем скалярное произведение  $(A, B)_E$  в действительном линейном пространстве  $E$ . Как следует из [9],  $(A, B)_C = \frac{1}{2} (A, B)_E + i \frac{1}{2} (A, B)_E$ , что позволяет при задании сигнала в пространстве  $C$  обнаруживать более высокую, чем при его задании в  $E$ , степень близости двух ГТО. Последовательность РВ, задающих ГТО, можно рассматривать как дискретный процесс с периодом  $k$ , т. е.

$$(n) = (n - rk); \quad (n) = (n - rk), \quad (1)$$

где  $r$  – целое число.

Мерой различия двух пучков  $A = \{(n)\}_{0, k-1}$  и  $B = \{(n)\}_{0, k-1}$  служит величина расстояния  $R^2 = \|A\|^2 + \|B\|^2 - 2 \operatorname{Re}(A, B)$ , где  $\operatorname{Re}(A, B)$  – реальная часть их скалярного произведения. Если пучки  $A$  и  $B$  нормированы, т. е.  $\|A\| = \|B\| = 1$ , то единственной существенной операцией для нахождения расстояния  $R$  является операция скалярного произведения  $(A, B)$ . Это произведение характеризует степень схожести двух ГТО. Если нормированные и центрированные пучки, задающие ГТО  $A$  и  $B$ , имеют одинаковые углы поворота и совпадающие номера соответствующих РВ  $(n)$  и  $(n)$ , т. е. являются полностью известными, то чем больше реальная часть  $\operatorname{Re}(A, B)$  их скалярного произведения, тем больше степень схожести этих ГТО:

$\operatorname{Re}(A, B)$ . Ситуация, в которой параметры упорядоченных ГТО полностью известны, является редкой. Чаще всего имеют место следующие ситуации:

- 1) номера точек одного из ГТО смещены на неизвестную величину  $d$  по отношению к номерам точек другого ГТО;
- 2) один из ГТО повернут по отношению к другому на неизвестный угол

При определении меры схожести ГТО в первой ситуации необходимо найти все значения скалярных произведений при варьировании параметра смещения  $d$ :

$$\rho_1(d) = \operatorname{Re} \left( \sum_{n=0}^{k-1} (n) \cdot (n-d)^* \right), \quad d = 0, 1, \dots, k-1,$$

и в качестве меры схожести принять максимальное значение  $\rho_1(d)$ :

$\max_d \rho_1(d)$ . Во второй ситуации поворот одного из ГТО приводит к измене-

нию его аналитического описания. В результате величина  $\rho_1$  Re может значительно уменьшиться, хотя форма ГТО при его вращении остается неизменной. Поскольку при вращении вектора изменяются лишь соотношения между его проекциями, а модуль сохраняет свою величину, равную при  $\theta = 0$ , то мерой схожести здесь является модуль |  $\langle A, B \rangle$  | скалярного произведения  $(A, B)$ , т. е.

$$\left| \exp \{i\theta\} \right| \left| \exp \{i\theta\} \sum_{n=0}^{k-1} (n) \cdot {}^*(n) \right|.$$

В том случае, если имеют место обе ситуации, т. е. один из ГТО повернут на неизвестный угол  $\theta$ , а нумерация его точек сместилась на неизвестное значение  $d$ , то мера схожести ГТО

$$\max_d \left| \sum_{n=0}^{k-1} (n) \cdot {}^*(n-d) \right|. \quad (2)$$

Приведенные здесь выражения для мер схожести ГТО получаются как частные случаи при фильтрации пучка  $A = \{ (n) \}_{0, k-1}$  фильтром, согласованным с пучком  $B = \{ (n) \}_{0, k-1}$ , [10]:

$$(d) \sum_{n=0}^{k-1} (n) \cdot {}^*(n-d-k-1), \quad d = 0, 1, \dots, k-1. \quad (3)$$

В момент  $d = k-1$  на выходе фильтра образуется величина, равная скалярному произведению пучков  $A$  и  $B$ . Следует отметить, что при расчетах, связанных с линейной фильтрацией пучков, необходимо учитывать свойство (1) периодичности их РВ.

В процессе измерения координат наблюдаемых точечных объектов возникают координатные шумы. Влияние зашумления пучка в рамках аддитивной модели можно учесть добавлением к пучку  $A$  шумового пучка  $Z = \{ (n) \}_{0, k-1}$ . Результирующий зашумленный пучок  $B = A + Z$ , причем  $(n) = (n) + (n)$ ,  $n = 0, 1, \dots, k-1$ . Радиусы-векторы пучка  $Z$  представляют собой комплексные случайные числа  $(n) = a_1(n) + i a_2(n)$ . Каждая компонента  $a_1(n)$ ,  $a_2(n)$ ,  $n = 0, 1, \dots, k-1$ , – независимая центрированная нормально распределенная случайная величина с дисперсией  $\sigma^2$ . При фильтрации зашумленного пучка  $B = A + Z$  пиковый выходной отсчет  $\rho_1 = \rho_2$  характеризуется нормальным законом распределения с параметрами:  $\rho_1 = \|A\|^2$ ,  $\rho_2 = 0$ ,  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \|A\|^2$ . Увеличение отношения сигнал/шум по энергии при согласованной фильтрации зашумленного пучка  $B = A + Z$  равно размерности пучка  $k$  [4, 10].

В устройстве распознавания сигнал  $B = \{ (n) \}_{0, k-1}$  подается на  $M$  фильтров, каждый из которых согласован с эталонным ГТО своего класса. Мера схожести ГТО  $B$  с эталонным ГТО  $A_l$  образуется в соответствии с (2) и имеет вид

$$\rho_l = \max_d \left| \sum_{n=0}^{k-1} a_l(n) \cdot {}^*(n-d) \right|, \quad l = 0, 1, \dots, M-1, \quad (4)$$

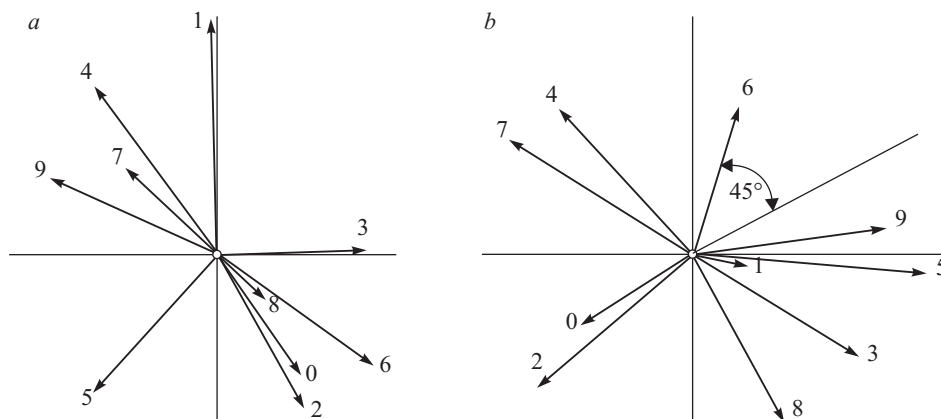


Рис. 2

а решение о классе ГТО принимается по правилу

$$B \in A_j \text{ при } j = l, l = 0, 1, \dots, M-1, j = l. \quad (5)$$

После распознавания ГТО  $B$  находятся оценки его параметров  $d$  и  $\theta$ . В соответствии с [10] оценки максимального правдоподобия этих параметров имеют вид

$$\hat{d} = d_0 + 1; \quad \hat{\theta} = \arg_j(d_0), \quad (6)$$

где  $d_0$  – значение параметра  $d$  сдвига номера начального РВ сигнального ГТО  $B$ , при котором достигается пиковый выходной сигнал на выходе фильтра  $j$ -го канала.

В соответствии с приведенными выше соотношениями были получены путем моделирования эталонных и сигнального упорядоченных ГТО характеристики их распознавания при неизвестных значениях параметров  $d$  и  $\theta$ . Они представляют собой зависимости вероятности правильного распознавания от отношения сигнал/шум при фиксированных в одном случае объеме алфавита  $M$  и в другом случае размерности  $k$  (числе точек) ГТО. В первом случае отдельное семейство графиков строится для конкретного значения  $k$ , во втором случае – для конкретного значения  $M$ . Моделирование ГТО и задающих их пучков проводилось следующим образом. В пределах кадра случайным образом по равномерному закону устанавливалось  $k$  независимых пронумерованных по порядку своего появления точек. Получившийся таким образом ГТО принимался в качестве эталонного для объекта нулевого класса. Далее аналогичным образом формировались эталонные ГТО  $A_1, A_2, \dots, A_{M-1}$  для остальных  $M-1$  классов алфавита  $\{A_l\}_{0, M-1}$ . Для каждого из ГТО  $A_l, l = 0, 1, \dots, M-1$ , строился нормированный центрированный пучок РВ. Распознаваемый ГТО  $B$  формировался из эталонного ГТО нулевого класса  $A_0$  поворотом на случайный угол  $\theta$ , а номера его точек сдвигались на величину  $d$ . Каждый РВ преобразованного таким образом ГТО подвергался зашумлению нормально распределенным шумом с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением  $\|A\|/\sqrt{qk}$ . На рис. 2, а показана одна из реализаций ГТО  $A_0$ , а на рис. 2, б представлено изображение распознаваемого ГТО  $B$  при  $q = 25$ .

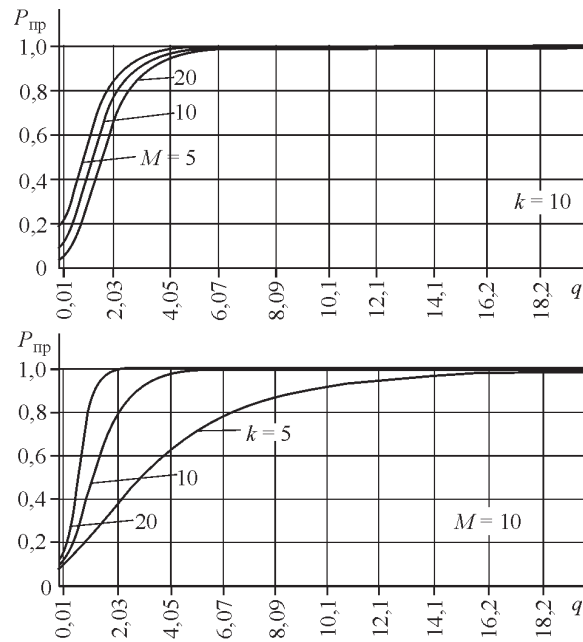


Рис. 3

Пучок РВ сигнального ГТО В подвергался в соответствии с (3) обработке  $M$  фильтрами, каждый из которых был согласован с эталонным ГТО своего класса. Решение о классе ГТО принималось по правилу (4). На рис. 3 приведены характеристики распознавания, полученные для подобных изображений ГТО. Каждая точка на графиках вычислялась по результатам  $N = 10000$  опытов. Поведение графиков зависимости вероятностей правильного распознавания  $P_{пр}$  от величины отношения сигнал/шум  $q$  подтверждает априорные предположения о росте  $P_{пр}$  с увеличением  $q$  и размерности  $k$  ГТО и уменьшением числа  $M$  классов в алфавите.

В качестве оценки вероятностей правильного распознавания  $P_{пр}$  была взята относительная частота события правильного распознавания. Как видно из графиков, достаточно хорошие результаты для алфавита из  $M = 10$  классов для ГТО размерностью  $k = 10$  достигаются при отношениях сигнал/шум  $q \approx 3$ .

2. Распознавание неупорядоченных ГТО на основе их амплитудно-фазовой модели. В зависимости от закона упорядочения отметок ГТО его аналитическое описание изменяется. Поэтому построение характеристик распознавания (см. разд. 1) по результатам работы согласованного фильтра (3) возможно лишь для упорядоченных ГТО. Этот фильтр также не может быть применен при пропусках точек ГТО и появлении ложных отметок, приводящих к несовпадению размерностей сигнального и эталонных ГТО. Такая возможность появляется при использовании амплитудно-фазовой модели (АФМ) ГТО (рис. 4).

АФМ отдельной отметки  $(n) \mid (n) \exp \{i \phi(n)\}$  (рис. 5, a) представляет собой точку с координатами  $(n)$  и  $(n)$  в декартовой системе отсчета (рис. 5, b). Поворот отметки на угол  $\phi(n)$  в этом случае достигается ее сдвигом в горизонтальном направлении на величину  $\phi(n)$ . На рис. 5, c дано амплитудно-фазовое представление зашумленной отметки.

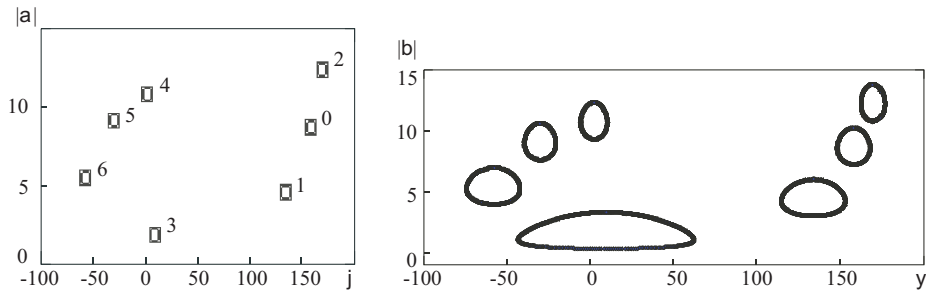


Рис. 4

Область  $D$  является геометрическим местом случайных точек, полученных при измерении с конечной точностью координаты отметки  $(n)$ . Отметки в границах области  $D$  появляются с вероятностью не менее заданного порогового значения. Из нормальности закона распределения координатных шумов и аддитивности модели зашумленной точки следует, что модуль  $|z(n)|$  зашумленного вектора распределен по обобщенному закону Рэлея, а распределение аргумента  $\alpha(n)$  при уменьшении отношения сигнал/шум  $q = |z(n)|/|z_0(n)|$  меняется от нормального до равномерного. В результате изменяется форма границы области  $D$ . Ее размеры зависят от отношений  $q$  и  $\alpha$ . Если эти размеры выбрать из соотношения  $|z(n)| = |z_0(n)| \sqrt{3}$ , то область  $D$  будет содержать практически все зашумленные отметки. Для этого случая модуль  $|z(n)|$  и аргумент  $\alpha(n)$  радиуса-вектора  $(n)$  зашумленной отметки, расположенной на границе области  $D$ , имеют вид

$$|z(n)|^2 = 9 |z_0(n)|^2 \left( \cos^2 \alpha(n) + \sin^2 \alpha(n) \right), \quad (7)$$

$$\alpha(n) = \arg(z(n)) = \arctg \frac{|z_0(n)| \sin \alpha_0(n) + 3 \sin \beta}{|z_0(n)| \cos \alpha_0(n) + 3 \cos \beta}, \quad (8)$$

где  $|z_0(n)|$  и  $\alpha_0(n)$  – модуль и аргумент незашумленной отметки  $(n)$  соответственно;  $\beta$  – аргумент шумового вектора, при котором ошибка измерения координат равна  $\pm 0,5$ .

При больших отношениях сигнал/шум ( $q \gg 10$ ) форма областей  $D$  близка к эллиптической, при средних значениях  $q$  ( $4 < q < 10$ ) граница области  $D$  принимает асимметричную форму за счет приплюснутости нижней части. Для значений  $q \approx 4$  нижняя часть области  $D$  сильно расширяется, и значение аргумента  $\alpha(n)$  РВ зашумленной отметки может достигать  $\pi/4$  (см. рис. 4).

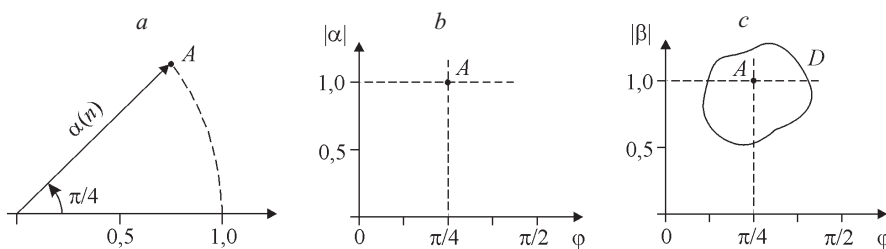


Рис. 5

Рассмотрим особенности распознавания заданных в амплитудно-фазовом виде изображений неупорядоченных ГТО при отсутствии пропусков и ложных отметок. Вокруг каждой  $n$ -й отметки эталонного ГТО  $A_l = \{|r_l(n)|, r_l(n)\}_{0, k-1}$ ,  $l = 0, 1, \dots, M-1$ , в соответствии с выражениями (7) и (8) построена область  $D_{ln}$ . Первая операция заключается в совмещении изображений сигнального ГТО  $B = \{|r(n)|, r(n)\}_{0, k-1}$  и эталонного ГТО  $A_l$ . Для этого изображение ГТО смещается в горизонтальном направлении, что соответствует его вращению. Изображения  $A_l$  и  $B$  считаются совмещенными в тот момент, когда в области  $D_{ln}$  попало максимальное количество точек сигнального ГТО.

Следующая операция заключается в идентификации отметок ГТО  $B$  и  $A_l$ . Отметка  $(r)$  идентифицируется с отметкой  $r_l(n)$ , если  $(r) \in D_{ln}$ . Если одна из отметок ГТО  $B$  не попала ни в одну из областей  $D_{ln}$ , то она отбрасывается. Также не учитывается отметка ГТО  $A_l$  с пустыми областями  $D_{ln}$ . При попадании в область  $D_{ln}$  нескольких отметок ГТО  $B$  с отметкой  $r_l(n)$  идентифицируется ближайшая к ней отметка  $(r)$ . Рассмотренные алгоритмы совмещения и идентификации основаны на максимизации функции правдоподобия [11].

Операция упорядочения отметок сигнального ГТО основана на результатах операции идентификации. Формируются два групповых точечных объекта, состоящие только из проидентифицированных отметок  $B^{(l)}$

$\{r_l^{(l)}(n)\}_{0, h-1}$  и  $A_l^{(l)} = \{r_l^{(l)}(n)\}_{0, h-1}$ . Эти ГТО могут иметь размерность  $h < k$  из-за отказа от идентификации некоторых отметок. Операция упорядочения состоит в назначении отметкам сигнального ГТО  $B$  номеров, равных номерам соответствующих им отметок ГТО  $A_l$ . С целью устранения маловероятных решений операция распознавания производится лишь в том случае, если количество проидентифицированных отметок превышает заданный пороговый уровень  $h_0$ , т. е. если  $h > h_0$ .

На этапе распознавания ГТО  $B$  мера его схожести  $r_l^{(l)}$  с эталонным ГТО  $A_l$  вычисляется аналогично, как в разд. 1, но с учетом редукции множества  $T$ . Фильтр, вырабатывающий меру схожести, согласуется не со всеми, а лишь с проидентифицированными отметками ГТО  $A_l$ . В этом случае выражения (4) и (5) для меры схожести и правила вынесения решения принимают вид

$$r_l^{(l)} = \frac{h-1}{N} \sum_{n=0}^{h-1} r_l^{(l)}(n) \cdot r_l^{*(l)}(n), \quad h > h_0, \quad (9)$$

$$B \in A_j \text{ при } r_j^{(l)} = r_l^{(l)}, \quad l = 0, 1, \dots, M-1, \quad j = l. \quad (10)$$

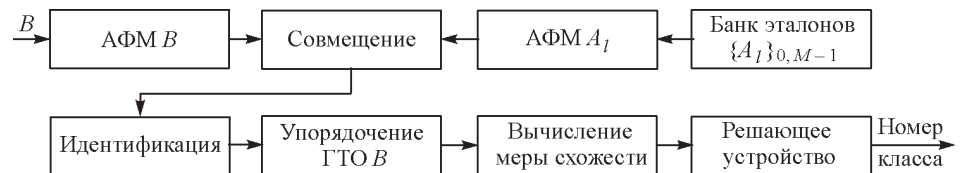


Рис. 6



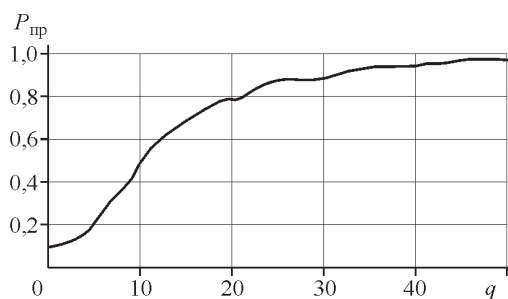


Рис. 7

На рис. 6 приведена структура распознающего устройства, реализующего описанный выше алгоритм.

Относительно оценок параметров распознаваемого ГТО отметим следующее. Поскольку изначально сигнальный ГТО предполагается неупорядоченным, то отпадает необходимость в оценке величины сдвига номеров начальных точек ГТО В и  $A_j$ . Оценка угла поворота ГТО В относительно эталонного ГТО  $A_j$  своего класса производится по второй формуле в выражении (6), но при этом учитываются аргумент скалярного произведения (9) и величина угла поворота ГТО В до его совмещения с ГТО  $A_j$ :

$$\hat{\alpha}_i = \arg \sum_{n=0}^{h-1} x_i^{(l)}(n) y_i^{*(l)}(n). \quad (11)$$

На рис. 7 приведена зависимость оценки вероятности правильного распознавания неупорядоченного ГТО от отношения сигнал/шум для  $M = 10$  и  $k = 10$  при числе опытов на каждую точку  $N = 1000$ . График построен для тех же условий, при которых строились характеристики распознавания упорядоченных ГТО, приведенные на рис. 3. Размеры областей  $D_{ni}$  выбирались из условия попадания в них с вероятностью 0,997 зашумленных точек ГТО I-го класса.

Как видно из приведенного графика, практически полезные результаты распознавания достигаются при  $q = 40$ , т. е. примерно на порядок большей величине отношения сигнал/шум по сравнению со случаем обработки упорядоченных ГТО.

Заключение. В данной работе рассмотрен важный для практики случай распознавания зашумленных ГТО, множество точек которых не упорядочено по отношению к множеству точек эталонных ГТО, причем размерности объектов не обязательно должны совпадать. В этих условиях нельзя использовать обычно применяемую согласованную фильтрацию для вычисления меры схожести распознаваемого и эталонного ГТО. Такая же ситуация имеет место при попадании в собственные области отметок эталонного ГТО того же класса, к которому относится распознаваемый ГТО. Это позволяет, во-первых, упорядочить отметки распознаваемого ГТО и, во-вторых, редуцировать структуру согласованного фильтра только под те отметки, которые попали в собственные области эталонного ГТО. Подобный алгоритм во многом схож с алгоритмом прослеживания траектории целей при вторичной обработке радиолокационной информации [11]. Требуемое увеличение отношения сигнал/шум для получения такой же эффективности распознавания, как

для случая упорядоченного ГТО, зависит от числа классов алфавита и размерности эталонного ГТО и в общем случае велико. Так, для алфавита из  $M = 10$  классов и размерности  $k = 10$  эталонного ГТО каждого из классов отношение сигнал/шум должно быть увеличено, по крайней мере на порядок.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Witman R. L., O. Rear R. L. Automating clustering of synthetic aperture radar (SAR) target // IEEE NAESCON. 1980. P. 717.
2. Elachi C., Bicknell T., Jardon R. L., Chialin W. Spaceborn synthetic aperture imaging radars: Applications, techniques and technology // Proc. IEEE. 1982. 70, N 10.
3. Анисимов Б. В., Курганов В. Ф., Злобин В. К. Распознавание и цифровая обработка изображений. М.: Высш. шк., 1983.
4. Фурман Я. А., Кревецкий А. В., Передреев А. К. и др. Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: Физматлит, 2002.
5. Фурман Я. А., Кревецкий А. В., Роженцов А. А. и др. Комплекснозначные и гиперкомплексные системы в задачах обработки многомерных сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: Физматлит, 2004.
6. Зиман Я. Л., Красиков В. А., Алексашина Г. А. Алгоритмы опознавания звезд на снимках // Аэрокосмические исследования Земли: Обработка видеoinформации на ЭВМ. М.: Наука, 1978. С. 79.
7. Харкевич А. А. Борьба с помехами. М.: Сов. радио, 1965.
8. Барабаш Ю. А., Варский Б. В., Зиновьев В. Т. и др. Вопросы статистической теории распознавания /Под ред. Б. В. Варского. М.: Сов. радио, 1967.
9. Ефимов Н. В., Розендорн Э. Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: Наука, 1974.
10. Леухин А. Н., Роженцов А. А., Фурман Я. А. Применение сигналов в виде пучков векторов для решения задач астроориентации летательных аппаратов // Космонавтика и ракетостроение. 2002. 3, № 28. С. 120.
11. Кузьмин С. З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. М.: Сов. радио, 1974.

Марийский государственный  
технический университет,  
E-mail: RTS@MARSTU.MARI.RU

Поступила в редакцию  
31 марта 2004 г.