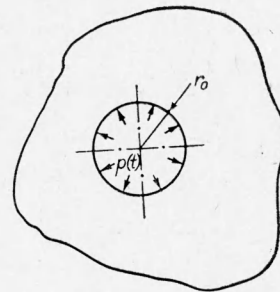


**ФОРМИРОВАНИЕ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ  
ВЗРЫВНЫХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ  
В ГОРНЫХ ПОРОДАХ**

А. Б. Фадеев  
(Ленинград)

В математической теории упругости известно решение задачи о динамическом симметричном нагружении сферической полости в безграничной упругой среде [1]. Не приводя всей последовательности довольно громоздких выкладок решения, рассмотрим лишь окончательные формулы.

Пусть  $O$  — сферическая полость в безграничной во всех направлениях упругой твердой среде, нагружаемая изнутри заданным давлением  $p(t)$  (рис. 1). Решения для радиальных смещений точек среди скоростей смещений, радиальных и тангенциальных деформаций и напряжений в этом случае имеют вид:



$$u = -\frac{c}{r} \psi' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) - \frac{c^2}{r^2} \psi \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right),$$

(1) Рис. 1. Расчетная схема.

$$v = -\frac{c}{r} \psi'' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) - \frac{c^2}{r^2} \psi' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right),$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{r} \psi''' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) + 2 \frac{c}{r^2} \psi'' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) + 2 \frac{c^2}{r^3} \psi' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right);$$

$$\varepsilon_\tau = -\frac{c}{r^2} \psi' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) - \frac{c^2}{r^3} \psi \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right);$$

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \left[ (\lambda + 2\mu) \psi'' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) + \frac{4\mu c}{r} \psi' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) + \frac{4\mu c^2}{r^2} \psi \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) \right],$$

$$\sigma_\tau = \frac{1}{r} \left[ \lambda \psi'' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) - \frac{2\mu c}{r} \psi' \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) + \frac{4\mu c^2}{r^2} \psi \left( t - \frac{r-r_0}{c} \right) \right],$$

где  $u$  — радиальное смещение;  $v$  — скорость смещения;  $\varepsilon_r$  — радиальная деформация;  $\varepsilon_\tau$  — тангенциальная деформация;  $\sigma_r$  — радиальное напряжение;  $\sigma_\tau$  — тангенциальное напряжение;  $c$  — скорость распрост-

ранения продольных волн;  $r$  — расстояние до центра полости;  $r_0$  — радиус полости;  $t$  — текущее время;  $\lambda, \mu$  — константы Ляме;  $\psi(t)$  — функция, являющаяся решением дифференциального уравнения:

$$-p(t) = \frac{1}{r_0} \left[ (\lambda + 2\mu) \psi''(t) + \frac{4\mu c}{r_0} \psi'(t) + \frac{4\mu c}{r_0^2} \psi(t) \right]. \quad (7)$$

Пусть функция давления в полости имеет вид:

$$p(t) = 0 \text{ при } t < 0, \quad p(t) = p \text{ при } t > 0.$$

В этом случае решение уравнения (7) будет иметь вид:

$$\psi(t) = e^{-\alpha t} (A \sin \beta t + B \cos \beta t) - \frac{r_0^3}{4\mu c^2} p_0. \quad (8)$$

где

$$\alpha = \frac{2\mu c}{r_0(\lambda + 2\mu)}; \quad \beta = \frac{2c \sqrt{\mu(\lambda + \mu)}}{r_0(\lambda + 2\mu)}; \quad A = -\frac{r_0^3 p_0}{4c^2 \sqrt{\mu(\lambda + \mu)}}; \quad B = \frac{r_0^3 p_0}{4\mu c^2}.$$

Подставляя значения  $\psi(t)$  из (8) в (1) — (6), найдем значения  $u, v, \epsilon_r, \epsilon_\tau, \sigma_r, \sigma_\tau$  в любой точке пространства в любой момент времени. На рис. 2 приведены графики этих величин, рассчитанные для среды с коэффициентом Пуассона 0,22.

При построении графиков для наглядности сравнения за единицу времени принято время прохождения волной расстояния, равного радиусу полости; значения  $u, v, \epsilon_r, \epsilon_\tau, \sigma_r$  и  $\sigma_\tau$  умножались на величину расстояния до центра полости; момент прихода фронта волны в точку совмещен с 0 координат времени. В правой части графиков  $\sigma_r$  и  $\sigma_\tau$  показаны их величины при статическом нагружении полости до того же давления  $p_0$ .

Физический смысл решений предопределяет распространение в среде волны напряжений, вызывающей радиальные смещения, радиальные и тангенциальные деформации и напряжения. После прохождения волны распределение деформаций и напряжений в среде соответствует статическому решению задачи.

Из анализа формул и графиков для данного характера нагружения полости можно сделать следующие выводы.

1. Выражения для  $v, \epsilon_r, \sigma_r$  и  $\sigma_\tau$  состоят из трех компонентов: обратно пропорционального первой степени расстояния (акустический компонент), обратно пропорционального квадрату расстояния (квазигидродинамический компонент) и обратно пропорционального кубу расстояния (квазистатический компонент). Параметры волны напряжений определяются главным образом акустическим компонентом; лишь на близких расстояниях ( $r < 2r_0$ ) доминирует квазистатический компонент.

Для акустических компонентов решений справедливы известные для плоских волн соотношения:

$$\sigma_r = \rho v c, \quad (9)$$

$$v = c \epsilon_r, \quad (10)$$

где  $\rho$  — плотность среды.

2. При  $t \rightarrow \infty$ , а практически при  $t > 5 \frac{r_0}{c}$ , после прихода фронта волны движения среды в данной точке прекращаются, динамические решения переходят в статические, т. е. независимо от длительности приложения давления в полости формирование волны и переход энергии в окружающую среду прекращаются.

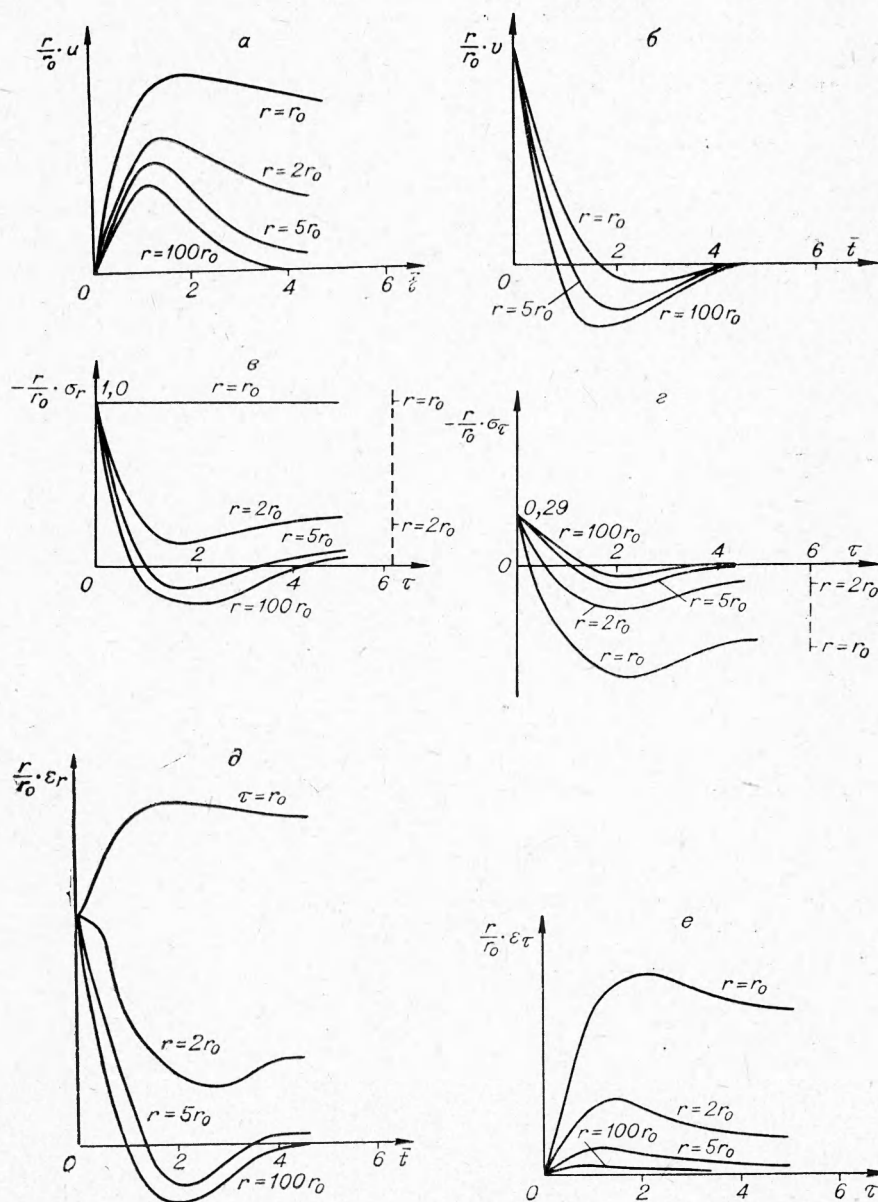


Рис. 2. Параметры волн напряжений при нагружении сферической полости давлением  $p(t) = -1$ .

$a$  — радиальные смещения;  $b$  — скорости смещений;  $c$  — радиальные напряжения;  $d$  — тангенциальные напряжения;  $e$  — радиальные деформации;  $e$  — тангенциальные деформации.

3. Из графика на рис. 2,  $d$  видно, что тангенциальные растягивающие напряжения, соответствующие моменту прохождения волны, значительно превышают напряжения, возникающие при статическом приложении в полости давления той же величины.

4. В начальный период прохождения волны в среде формируются сжимающие тангенциальные напряжения; формирование растягивающих напряжений отстает от фронта волны.

5. Величина максимальных радиальных деформаций, напряжений и скоростей смещений обратно пропорциональна первой степени расстояния точки среды до центра полости.

Нами были проведены экспериментальные замеры параметров взрывных волн напряжений в граните и алевролите в условиях естественного залегания этих пород.

**Основные физико-механические характеристики пород:**

	Гранит	Алевролит
Объемный вес, $\text{кг/м}^3$ . . . . .	2600	2300
Скорость продольных волн в массиве, $\text{м/сек}$ . . . . .	5300	3300
Коэффициент Пуассона . . . . .	0,22	0,3
Прочность на одноосное сжатие, $\text{кг/см}^2$ . . . . .	1600	400

Схема экспериментов показана на рис. 3. На дно шпуров *A* и *B* помещались тензодатчики для замера радиальных и тангенциальных деформаций при прохождении волны. В шпур *A*, кроме того, закладывался датчик для замера радиальной скорости смещения.

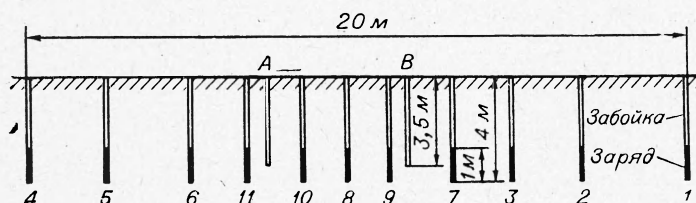


Рис. 3. Схема экспериментов по замеру параметров волн напряжений.

Тензодатчик представлял собой цилиндр высотой и диаметром 30 мм, изготовленный из смеси эпоксидной смолы с мелким кварцевым песком, к основанию которого приклеены два крестообразно расположенных проволочных тензоэлемента сопротивления с базой 20 мм. На дно шпуров *A* и *B* заливалась такая же смесь эпоксидной смолы с песком, а затем в ориентированном положении опускались тензодатчики и вдавливались в смолу до соприкосновения с дном шпура.

Датчик для замера скоростей смещений конструкции ВНИИМ представлял собой соленоид длиной 40 мм с дифференциальным шагом намотки, внутри которого помещался цилиндрический магнит. При смещении магнита относительно соленоида в обмотке наводится э.д.с., пропорциональная скорости смещения. В шпуры 1—11 помещались заряды аммонита № 6 весом по 1 кг; взрывание зарядов производилось в последовательности номеров от 1 до 11.

Регистрация велась на осциллографе Н-102 с гальванометрами типа Н135-3. Сигналы усиливались на тензоусилительной станции. Аппаратура обеспечивала регистрацию без искажений процессов с частотой до 3 кгц. Наблюдавшиеся частоты не превышали этой величины.

Замеры параметров волн произведены в диапазоне расстояний от 0,5 до 14,5 м в граните и от 1,8 до 13,8 м в алевролите. На рис. 4 приведены осциллограммы взрывной волны. Форма осциллограмм довольно близка к форме расчетных кривых.

На рис. 5 нанесены наблюдавшиеся при экспериментах в граните и алевролите значения  $v$  и  $\varepsilon_r$ . Масштаб скоростей смещений построен согласно соотношению (10), так что относительной деформации

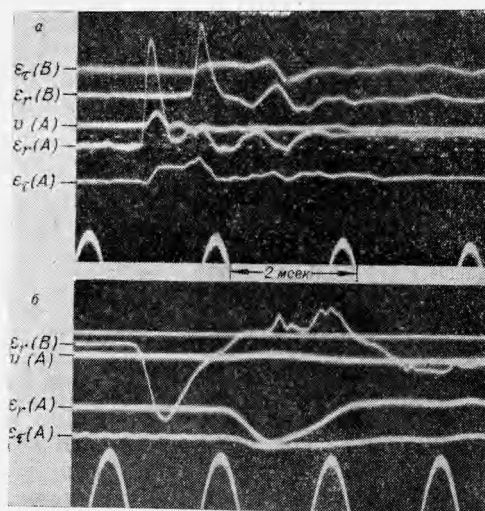


Рис. 4. Осциллограммы деформаций и скоростей колебаний.

*a* — в граните; *b* — в алевролите.

$0,1 \times 10^{-3}$  соответствует скорость смещения в граните  $0,53$  м/сек, а в алевролите —  $0,33$  м/сек. При этом экспериментальные значения  $v$  и  $\epsilon_r$  на графике укладываются на одну кривую.

Результаты экспериментов, приведенные на рис. 5, достаточно точно описываются зависимостями:

для гранита

$$v = 1,96 \cdot r^{-1,15} \text{ м/сек}, \quad (11)$$

$$\epsilon_r = 0,37 \cdot 10^{-3} \cdot r^{-1,15}; \quad (12)$$

для алевролита

$$v = 5,2 \cdot r^{-1,5} \text{ м/сек}, \quad (13)$$

$$\epsilon_r = 1,57 \cdot 10^{-3} \cdot r^{-1,5}; \quad (14)$$

где  $r$  — расстояние от заряда, м.

Степень снижения максимальной амплитуды взрывных импульсов с расстоянием оказалась несколько большей, чем обратно пропорционально расстоянию, как это предсказывают решения для идеальной упругой среды при мгновенно включенной нагрузке. Авторы [2] приводят зависимость затухания радиальных деформаций от расстояния в граните в виде показательной функции, которая, однако, с достаточной точностью может быть выражена степенной функцией с показателем степени  $-1,1$ . Эта величина близка к показателю степени  $-1,15$  в формулах (11) и (12). Авторы [3] приводят для диапазона расстояний, аналогичного нашей серии наблюдений, показатель степени затухания в калийной соли  $-1,56$ . Эта величина почти равна полученному нами показателю  $-1,5$  для алевролита, который близок по упругим и прочностным свойствам к калийной соли.

Причину увеличения степени затухания волн в горных породах по сравнению с идеально упругой средой, по-видимому, следует искать в возможности возникновения в горных породах наряду с упругими деформациями неупругих. Среди последних можно назвать, например, следующие. Во-первых, вокруг заряда происходит интенсивное разрушение породы, а на более удаленных расстояниях отдельные разрушения могут возникать за счет местных концентраций напряжений вблизи отдельных трещин (дефектов). Во-вторых, по контактам некоторых сомкнутых трещин могут происходить небольшие подвижки, связанные с преодолением сил трения.

По данным наблюдений волна напряжений при взрывании в граните несет в себе около 3% полной энергии заряда ВВ.

Длительность головных фаз сжатия взрывных волн в граните не изменялась с расстоянием и составляла в среднем  $0,45$  мсек. Длительность фаз сжатия в алевролите по мере увеличения расстояния от заряда существенно увеличивается; в диапазоне наших наблюдений эта зависимость с точностью  $\pm 30\%$  может быть описана формулой:

$$T = 0,5 + 0,16 \cdot r \text{ мсек.}$$

