

РЕАКТИВНЫЙ ИМПУЛЬС ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ УДАРА

Э. И. Андрианкин (Москва)

При ударе газа, летящего с большой скоростью v , о стенку его температура сильно повышается, и в процессе переноса энергии существенную роль начинает играть излучение [1]. Масса газа после сжатия ударной волной начинает охлаждаться излучением, что уменьшает реактивный импульс, который передается преграде. Такое явление может возникнуть, например, при ударе метеорных частиц малой плотности о твердую стенку.

Ввиду сложности явления, которое возникает при взаимодействии метеорита с преградой, рассмотрим частный случай задачи, когда ударяющая масса представляет собой плоский слой вещества толщиной h и плотностью ρ_0 . Будем предполагать сначала, что удар происходит о жесткую преграду в вакууме.

Используя законы сохранения на фронте сильной ударной волны, найдем, что за время t_1 слой газа сожмется до толщины h_1 , а его плотность ρ_1 , давление p_1 и температура T_1 будут определяться по формулам

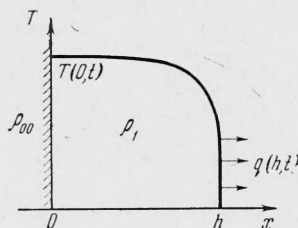
$$\rho_1 = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \rho_0, \quad p_1 = \frac{\gamma + 1}{2} \rho_0 v^2, \quad T_1 = \frac{v^2}{2c_v} \quad (1)$$

$$t_1 = \frac{2h}{(\gamma + 1)v}, \quad h_1 = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} h, \quad p = \rho R T \quad \left(\gamma = \frac{c_p}{c_v} \right)$$

Будем считать теплоемкость единицы массы газа c_v и отношение теплоемкостей γ постоянными.

Из (1) следует, что за время t_1 газ передает стенке импульс $p_1 t_1$, равный начальному $I_0 = \rho_0 h v$. После сжатия ударной волной слой газа начинает расширяться в вакуум. Возникающий при этом реактивный импульс $I_1 = I - I_0$ (здесь I — полный импульс, переданный преграде) без учета излучения можно вычислить, исходя из точного решения уравнений газовой динамики [2]

$$I_1 = \xi(\gamma) I_0 \quad (\xi(1) = 0.796, \quad \xi(1.4) = 0.825, \quad \xi(3) = 0.865)$$



Фиг. 1

Коэффициент ξ характеризует упругость удара, и его величина, близкая к единице¹, показывает, что обычно разлет газа происходит в условиях, более близких к упругому, чем к неупругому удару. Излучение резко уменьшает ξ , т. е. приближает удар к неупругому.

Строгое вычисление потока энергии, выходящего из нагретого слоя газа, требует решения кинетического уравнения. Однако, чтобы оценить влияние излучения на реактивный импульс, можно ограничиться рассмотрением крайнего случая, когда пробег квантов мал $l(\rho, T_1) \ll h_1$. Такое допущение приемлемо, так как оказывается, что время излучения много меньше характерного времени разлета плазмы в вакуум, и результат мало зависит от способа высвечивания энергии. Выражение для реактивного импульса запишем в виде

$$I_1 = \int_{t_1}^{\infty} p(0, t) dt = \rho_1 R \int_{t_1}^{t_*} [T(0, t) - T_*] dt + \rho_1 R T_* (t_* - t_1) +$$

$$+ \int_{t_*}^{\infty} p(0, t) dt \approx \rho_1 R \int_{t_1}^{t_*} [T(0, t) - T_*] dt + I_*, \quad I_* = \xi(\gamma) \rho_0 h \sqrt{2c_v T_*} \quad (2)$$

Здесь t_* — время, в течение которого надо учитывать излучение, T_* — температура вещества, при которой существенно излучение.

При $l \ll h_1$ процесс охлаждения описывается диффузионным приближением для кинетического уравнения и поток тепла выражается через градиент плотности излучения. Для простоты будем считать, что плотность излучения сразу же близка к равновесной. В первые моменты времени даже при $l \ll h_1$ излучение отличается от равновесного из-за начальных условий, но быстро стремится к нему и уже при охлаждении свободной границы плазмы до величины $\sim 0.8 T_1$ мало отличается от равновесного [3]. Охлаждение газа на этой стадии процесса описывается уравнением лучистой теплопроводности

¹ Отличие ξ от единицы физически объясняется перераспределением энергии по частицам газа при нестационарном истечении.

$$\rho_1 \frac{\partial c_v T}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial x}, \quad q = - \frac{l}{3} \frac{\partial 4\sigma T^4}{\partial x}, \quad l = b\rho^{-n}T^\omega, \quad \sigma = 5.67 \cdot 10^{-5} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \text{сек град}^4} \quad (3)$$

Здесь l — пробег излучения, осредненный по Росселанду и заданный в виде интерполяционной формулы. Граничными условиями для уравнения (3) будут

$$q(0, t) = 0, \quad q(h_1, t) = 2\sigma T^4(h_1, t) < \sigma T^4(0, t) \quad (4)$$

Последнее условие следует из диффузионного соотношения

$$q = 2\sigma T^4 - l \frac{\partial q}{\partial x} \quad \text{при } l \rightarrow 0$$

и выражает требование, чтобы кинетический поток на границе с вакуумом был равен половине диффузионного.

Применяя метод моментов [5], можно получить удобную формулу, связывающую выходящий поток излучения $q(h_1, t)$ и температуру на стенке $T(0, t)$ (фиг. 1).

Уравнение (3) эквивалентно бесконечному числу интегральных соотношений, полученных от умножения (3) на x^m ($m = 0, 1, 2, \dots$) и интегрирования полученных выражений по x от 0 до h_1 .

Удовлетворим (3) приближенно, ограничившись только двумя соотношениями при $m = 0$ и $m = 1$

$$\rho_1 \frac{d}{dt} \int_0^{h_1} c_v T dx = -q(h_1, t) \quad (5)$$

$$\rho_1 \frac{d}{dt} \int_0^{h_1} c_v T x dx = -q(h_1, t) h_1 + \frac{16\sigma b \rho_1^{-n}}{3k} [T^k(0, t) - T^k(h_1, t)] \quad (k = \omega + 4) \quad (6)$$

Для приближенного решения уравнений (4)–(6) используем свойство сильной теплопроводности, которая делает распределение температуры близким к «плато» [6, 7]. В этом случае под знаком интегралов можно заменить T на $T_0(t) \approx T(0, t)$, учитывая также, что при больших k можно пренебречь членом $T^k(h_1, t)$ по сравнению с $T^k(0, t)$, если $T(h_1, t)$ становится даже немного меньше T_0 , найдем

$$q(h_1, t) = B \frac{l_0}{h_1} \sigma T_0^4(t), \quad B = \frac{32}{3k}, \quad l_0 = b\rho_1^{-n}T_0^\omega \quad (7)$$

Как указал В. П. Буздин, несколько правильнее задавать распределение температуры в виде

$$T = T_0(t) [1 - (x/h_1)^2]^{1/(k-1)} \quad (8)$$

аналогичном тому, который следует из решения [8]. В этом случае

$$B_1 = \frac{32}{3k\delta}, \quad \delta = 2 - \frac{\Gamma(1.5 + \alpha)}{(\alpha + 1)\Gamma(\alpha + 1)\Gamma(1.5)}, \quad \alpha = \frac{1}{k-1} \quad (9)$$

Из (9) следует, что при больших k значение B_1 близко к B .

Интересно отметить, что распределение температуры в автотомодельной задаче [8] будет также точным решением неавтотомодельной задачи о распространении тепловой волны от источника с учетом излучения энергии с фронта [7]. Для этой задачи, близкой по физическому смыслу к задаче об охлаждении конечного объема газа, распределение температуры дается решением [8], которое удовлетворяет уравнению (3). Это решение необходимо оборвать на расстоянии $x_1(t)$, которое определяется из граничного условия, выражающего баланс энергии на фронте волны

$$\rho c_v \frac{dx_1}{dt} + \left[\frac{l(T)}{3} \frac{\partial \sigma T^4}{\partial x} \right]_{x=x_1} = S [T(x_1, t)] \quad (10)$$

Так как $T(x, t)$ и закон излучения известны (например, $S \sim T^*$), то соотношение (10) служит обыкновенным дифференциальным уравнением для определения $x_1(t)$. Во многих случаях уравнение (10) решается в квадратурах.

При вычислении потока излучения из плазмы не учитывалось движение газа. Это справедливо, если q больше величины адиабатического охлаждения A при разлете газа в вакуум. Благодаря сильной теплопроводности волну Римана можно считать изотермической [2] и адиабатическое охлаждение вычислить по формуле

$$A = \int_0^{x_2(t)} p \frac{\partial V}{\partial t} \rho_1 dx_0 = \rho_1 c_1^3, \quad V = \frac{c_1 t}{\rho_1 x_0}, \quad p = \rho_1 \frac{x_0}{c_1 t}, \quad c_1^2 = RT_0 \quad (11)$$

Здесь x_0 — лагранжева координата частицы, $x_2 = c_1 t$ — ширина волны Римана.

Характерную температуру $T_* = T_0(t_*)$, определяющую нижнюю границу применимости решения, можно найти из условия $q = A$. Верхней границей температуры, при которой уже не справедливо решение (8), можно считать температуру T_{**} , вычисленную из равенства $l(T_{**}\rho_1) = h_1$. Используя (8) и (11), найдем

$$T_*^{\omega+2.5} = \frac{\rho_1^{n+1} h_1 R^{1.5}}{\sigma b B}, \quad T_{**}^{\omega} = \frac{h_1 \rho_1^n}{b}, \quad v_* = \sqrt{2c_v T_*}, \quad v_{**} = \sqrt{2c_v T_{**}} \quad (12)$$

На фиг. 2 приведены характерные скорости удара по жесткой стенке для железного метеорита (сплошная линия) и воздушной струи (пунктир). Расчеты v_* и v_{**} выполнены для железного ударника толщиной $h = 0.1$ см и отложены в зависимости от его плотности $y = \rho_0$ г/см³. Оказалось, что параметры, входящие в формулы (12), в этом случае можно было считать приблизительно равными $\omega \approx 3$, $h \approx 2$, $\gamma \approx 1.4$, $c_v \approx 8 \cdot 10^7$ эрг/г, $b \approx 8 \cdot 10^{-23}$ г²/см⁵ · град³.

Расчеты v_* и v_{**} для воздушной струи выполнены в предположении, что $h = 1$ см и отложены на фиг. 2 в зависимости от параметра $y = 2 \cdot 10^2 \rho_0$ г/см³, пропорционального начальной плотности струи.

Уравнение состояния вещества в состоянии плазмы слабо зависит от номера элемента. Поэтому фиг. 2 можно пользоваться для оценки критической скорости удара и ряда других веществ. Железо и воздух выбраны только в качестве примера, так как их уравнение состояния больше всего изучено [1,9].

Используя (5) и (8), получим

$$dt = - \frac{\rho_1^{1+n} c_v h_1^2 dT_0}{\sigma b B T_0^k}$$

Произведя интегрирование в формуле (2), найдем выражение для реактивного импульса

$$I_1 = I_* \left[1 + \frac{C}{\xi(\gamma) \sqrt{2(\gamma-1)}} \right]$$

$$C(\lambda) = \frac{1 - \lambda^{\omega+2}}{\omega+2} - \frac{1 - \lambda^{\omega+3}}{\omega+3}, \quad \lambda = \left(\frac{v_*}{v} \right)^2 \quad (13)$$

Так как $\omega+2$ порядка 5—6, то при v , даже немного превышающем v_* , членами $\lambda^{\omega+2}$ и $\lambda^{\omega+3}$ можно пренебречь. Поэтому из (13) следует, что I_1 остается ограниченным и практически равным реактивному импульсу удара с критической скоростью v_* . Отношение I_1/I_0 при этом убывает как v^{-1} .

Формулы (13) справедливы, если преграда жесткая (т. е. плотность $\rho_{00} \gg \rho_0$) и нетеплопроводная.

Однако при большой скорости удара часть излучения проникает в преграду, разлет которой повышает предельное значение I_* .

Ограниченность реактивного импульса объясняется тем, что характерное время охлаждения излучением $\tau_1 = \rho_1 h_1^2 c_v / \sigma b B T_1^{k-1} \ll \tau_2 = h_1 / c_1$; здесь τ_2 — время газодинамического разлета; поэтому за время охлаждения плазмы до температуры T_* стенка не успевает приобрести значительный импульс.

Благодаря сильной зависимости потока излучения от температуры $q \sim T^k$ при $T < T_*$ адиабатическое охлаждение резко превалирует над q .

Для качественной оценки величины дополнительно излученной энергии Q при $T < T_*$ можно считать, что q по-прежнему выражается формулой (7), но температура «плато» $T_0(t)$ определяется адиабатическим охлаждением, т. е.

$$h_1 \frac{dT_0}{dt} = - \frac{(\gamma-1) T_0}{t-t_*} \int_{t_*}^t \sqrt{RT_0} dt, \quad Q = \int_{\tau_*}^{t_3} q(T_0) dt \quad (t_3 \approx \frac{h_1}{c_*})$$

Произведя интегрирование, найдем, что при больших k

$$\frac{Q}{E_*} \approx \frac{1}{4k-1} \quad (E_* = h_1 \rho_1 c_v T_*)$$

Поэтому Q составляет только небольшую часть энергии, оставшейся в веществе после охлаждения до температуры T_* , и его влияние на реактивный импульс мало.

Если плотность ударника и преграды одного порядка, то стенку нельзя считать жесткой, поэтому температура при ударе повышается меньше и критическая скорость удара возрастает.

Используя законы сохранения для двух волн, возникающих в месте удара (фиг. 3), найдем

$$D_0 = \frac{v(2\varepsilon + 1 - \gamma)}{2(1 + \varepsilon)}, \quad u_1 = \frac{v\varepsilon}{1 + \varepsilon}, \quad T_{10} = \frac{v^2}{2(1 + \varepsilon)c_v} \quad (14)$$

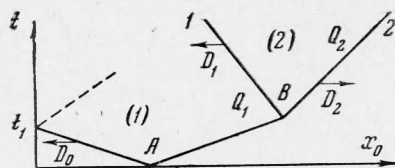
$$t_1 = \frac{h}{|v - D_0|}, \quad \varepsilon^2 = \frac{\rho_0}{\rho_{00}}$$

В момент времени t_1 ударная волна выходит на границу с вакуумом и температура плазмы быстро понижается до значения $T_{1*} \approx T_*$, которое слабо зависит от толщины излучающего слоя. Поэтому при сравнении (1), (12) и (14) критическое значение скорости удара w_* приближенно запишется как $w_* \approx \sqrt{1 + \varepsilon} v_*$.

Если ударник и преграда сделаны из одинаковых материалов, то при ударе возникает система волн, изображенная на фиг. 3 (параметры газа в областях 1 и 2 соответственно отмечены индексами 1 и 2). Из-за сильной теплопроводности температура плазмы за ударными волнами близка к «плато» и слабо зависит от координаты, т. е. $T_1 = T_2 \approx T_*$. Поэтому часть энергии Q_1 и Q_2 , диссипированной на фронте ударных волн, быстро распределяется по всему газу и частично излучается в вакуум. Баланс энергии на фронте ударных волн 2 и 1 можно записать так:

$$\frac{D_2^2}{2} = \frac{(D_2 - u_2)^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_2}{\rho_2} + Q_2$$

$$\frac{(D_1 - u_1)^2}{2} = \frac{(D_1 - u_2)^2}{2} + Q_1 \quad (15)$$



Фиг. 3

Учитывая (15) и используя законы сохранения массы и импульса на фронте сильного разрыва в обычном виде [10], легко найти параметры плазмы в области 2

$$u_2 = \sqrt{RT_1(\lambda - 1)}, \quad \rho_2 = \lambda\rho_0, \quad D_2 = \frac{\lambda u_2}{\lambda - 1}, \quad p_2 = \rho_2 RT_1$$

$$Q_2 = \frac{\lambda - \mu}{1} RT_1, \quad Q_1 = \frac{\lambda + \mu}{\lambda\mu} Q_2, \quad D_1 = \frac{v}{2} - \left(\frac{\lambda RT_1}{\mu}\right)^{1/2} \quad (16)$$

$$\mu = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad M = \frac{v}{2\sqrt{RT_1}}, \quad \sqrt{\lambda - 1} = M \frac{\lambda - \mu}{\sqrt{\lambda\mu}}$$

Распад ударной волны AB на две волны 1 и 2 происходит только в том случае, если $p_2 > p_1$ и, следовательно, $\lambda > \mu$. Это выполняется, если изотермический аналог числа Маха $M > \sqrt{\lambda - 1}$. Если $M < \sqrt{\lambda - 1}$, то $\lambda < \mu$, и к фронту ударной волны 2 происходит подвод энергии, а волна 1 вырождается в изотермическую волну разрежения.

Используя соотношения на фронте сильного разрыва и для изотермической волны Римана [2]

$$u_2 = u_1 - c_1 \ln(\rho_2/\rho_1), \quad u = u_1 + c_1 + x/t$$

найдем, что параметры газа в области 2 определяются теми же соотношениями (16), в которых, однако, λ выражается через M и μ по формуле

$$M + \ln \mu / \lambda = \sqrt{\lambda - 1}$$

Очевидно, что излучение будет только в том случае интенсивно уходить из плазмы, если энергия, отведенная от двух ударных волн, будет больше адиабатического охлаждения на границе с вакуумом, т. е.

$$\rho_1(u_1 - D_1)Q_1 + \rho_0 D_2 Q_2 > \rho_1 c_1^3 \quad \text{или} \quad \frac{\lambda + \mu}{\sqrt{\lambda\mu}} + \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda - 1}} \geq \frac{2\mu}{\lambda - \mu} \quad (17)$$

Этот критерий одновременно является необходимым условием стационарности процесса, который может существовать до тех пор, пока волна разгрузки (пунктир на фиг. 3) не догонит фронт сильного разрыва. Используя (14), (16) и (17), легко определить скорость w ударника, при которой может существовать режим (17). Так, например,

$$\lambda = 8.4, \quad M = 3.06, \quad w \approx 2.73 v_* \quad \text{для } \gamma = 1.4$$

$$\lambda = 14.7, \quad M = 4, \quad w \approx 2.53 v_* \quad \text{для } \gamma = 1.2$$

Из вышеизложенного следует, что при ударе с большой скоростью массы m_0 о сжимаемую преграду происходит сложное взаимодействие волн, и задача вычисления реактивного импульса становится весьма трудной. Поэтому ограничимся только качественной оценкой явления.

Как показал К. П. Станюкович [11], при больших скоростях удара без учета излучения реактивный импульс возрастает пропорционально квадрату скорости метеорита

$$I_1 \sim \sqrt{E} m_1, \quad m_1 \sim v^2, \quad E_0 \sim m_0 v^2 \rightarrow I_1 \sim v^2$$

Здесь m_1 — масса кратера. Если учитывать излучение, то E и m_1 уменьшаются.

Разобьем процесс удара на две стадии. Будем считать, что до момента выхода основной доли излучения ударная волна затухает в преграде по закону [12, 13]

$$p = p_0 (m_0 / m)^\nu, \quad p_0 \sim v^2$$

Здесь m — вся масса газа за ударной волной, p — давление на фронте волны. К моменту $m = m_*$, когда газ охлаждается до температуры T_* , при которой излучение становится запертым, давление на фронте понижается до $p_* = p_0 (m_0 / m_*)^\nu$.

Так как $p_* \sim T_*$, то для оценки p_* в условии запертости излучения $q = A$ (формулы (12)) надо подставить вместо h_1 характерный размер $m_1^{1/3}$. Из (12) найдем $p_* \sim T_* \sim m_*^z$, $z = 1/3(\omega + 2.5)$ и, так как $p_0 \sim v^2$, то $m_* \sim v^{2/(\nu+z)}$.

После охлаждения плазмы до температуры T_* затухание волны происходит по закону «короткого удара» и показатель степени ν становится близким к единице [13], т. е. $p \approx p_* m_* / m$ при $m > m_*$.

Масса вещества преграды m_1 , участвующего в создании реактивного импульса, определяется из условия, что на фронте волны p достигает критического значения p_z , зависящего от свойств вещества, поэтому $m_1 \sim p_* m_* / p_z$. Энергия E_1 , оставшаяся в веществе после выхода излучения, также пропорциональна $\sim p_* m_*$, поэтому

$$I_1 \sim \sqrt{E_1} m_1 \sim p_* m_* \sim v^\kappa, \quad \kappa = 2(1+z) / (\nu+z) \quad (18)$$

На первой стадии удара, пока можно пренебречь адиабатическим охлаждением, процесс передачи энергии в вещество преграды происходит по закону, близкому к неупругому удару. В этом случае весь газ летит в сторону удара и его импульс равен начальному, тогда $\nu = 2$ [12].

Из (18) следует, что при скорости удара $v > w_*$ больше критической реактивный импульс возрастает приблизительно как $\sqrt{E_0} \sim v$, т. е. значительно медленнее, чем при разлете испарившегося метеорита и части преграды без излучения.

Автор приносит благодарность А. С. Компанейцу и Ю. П. Райзеру за ценные дискуссии.

Поступила 22 VI 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. и Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Физматгиз, 1963.
2. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошных сред. Гостехиздат, 1955.
3. Онуфриев А. Т. Об охлаждении излучением полубесконечного объема газа. ПМТФ, 1961, № 2.
4. Зельдович Я. Б., Компанеец А. С., Райзер Ю. П. Об охлаждении воздуха излучением. Ж. эксперим. и теор. физ., 1953, т. 34, вып. 6.
5. Баренблатт Г. И. О приближенном решении задач одномерной нестационарной фильтрации в пористой среде. ПММ, 1954, т. 18, вып. 3.
6. Андрианкин Э. И. Распространение неавтономной тепловой волны. Ж. эксперим. и теор. физ., 1958, т. 35, вып. 2 (8).
7. Андрианкин Э. И. Тепловая волна, излучающая энергию с фронта. Ж. техн. физ., 1959, т. 29, вып. 11.
8. Зельдович Я. Б. и Компанеец А. С. Тепловая волна при теплопроводности, зависящей от температуры. Сб., посвященный 70-летию А. Ф. Иоффе. Изд-во АН СССР, 1950.
9. Немчинов И. В., Цикулин М. А. Оценка теплопередачи излучением для крупных метеоритов, движущихся в атмосфере с большой скоростью. Геомагнетизм и аэрономия, 1963, т. 3, № 4.
10. Андрианкин Э. И. Соударение двух пластин с большой скоростью. ПМТФ, 1963, № 4.
11. Станюкович К. П. Элементы теории удара твердых тел с большими (космическими) скоростями. Искусственные спутники Земли, 1960, вып. 4.
12. Лаврентьев М. А. Проблема пробивания при космических скоростях. Искусственные спутники Земли, 1959, вып. 3.
13. Райзер Ю. П. Движение газа под действием сосредоточенного удара по его поверхности (при взрыве на поверхности). ПМТФ, 1963, № 1.