

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА
В СО РАН В 1988–1997 ГОДЫ

УДК 531

Б. Д. Аннин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090 Новосибирск

Данный обзор теоретических и экспериментальных исследований по механике деформируемого твердого тела, выполненных в научных центрах Новосибирска, Красноярска, Томска, Якутска за последнее десятилетие, является логическим продолжением обзора работ Сибирского отделения АН СССР с 1957 по 1987 гг. [1].

1. Математические модели деформируемого твердого тела [2–53]. Методы механики деформируемого твердого тела лежат в основе инженерных расчетов современного машиностроения. Поведение материалов в экстремальных условиях (интенсивные силовые и температурные нагрузки, технологическая обработка металлов давлением и др.) сопровождается развитыми пластическими деформациями. Поэтому создание математических моделей деформирования твердых тел, включая исследование необратимых деформаций и процессов разрушения, является одним из основных научных направлений в механике деформируемого твердого тела.

А. В Институте горного дела (г. Новосибирск) в последние десять лет проводились многочисленные эксперименты на сложное нагружение различных конструкционных металлов и сплавов при $t = 20^\circ\text{C}$ [2–5]. Исследовались закономерности упругопластического деформирования при сложных нагружениях с частичной разгрузкой в одних направлениях и активных нагружениях в других. Установлена возможность существенного повышения прочностных и деформационных свойств в одном или нескольких направлениях при определенных условиях нагружения. На рис. 1 (x — окружное, y — осевое напряжения тонкостенной трубы) показана траектория нагружения, вдоль которой повышаются прочностные и деформационные свойства начально анизотропного циркониевого сплава Э-110 (Zr, 1 % Nb), а на рис. 2 даны зависимости осевого напряжения (ось x) от осевой деформации (ось y) для чисто осевого растяжения (квадратики) и сложного нагружения (кружки). Как видно из рис. 2, предел текучести в осевом направлении σ_{s*} превышает начальное значение σ_s в 1,8 раза и начальный предел прочности сплава при осевом растяжении в 1,2 раза. Увеличена предельная деформация в осевом направлении при сохранении предельных свойств в окружном направлении. Сложное нагружение с частичной разгрузкой в одних направлениях и активным нагружением в других используется как способ повышения прочностных и деформационных характеристик металла, он применяется в промышленном производстве при изготовлении труб тепловыделяющих элементов атомных реакторов, на него получен патент РФ. В работах [2, 6–8] построены новые варианты соотношений между приращениями тензоров напряжений $\Delta\sigma_{ij}$ и деформаций $\Delta\varepsilon_{ij}$ упрочняющегося тела вида^{*1}

$$\Delta\varepsilon_{ij} = C_{ijkl}\Delta\sigma_{kl}.$$

Здесь тензор C_{ijkl} зависит от мгновенных значений напряжений, деформаций, истории деформирования и направления последующего нагружения, т. е. направления вектора $\Delta\sigma_{ij}$ в пространстве σ_{ij} .

^{*1} По повторяющимся индексам производится суммирование от 1 до 3.

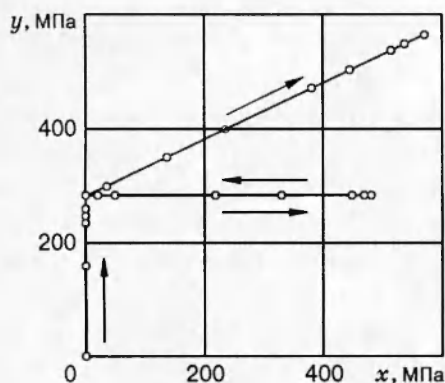


Рис. 1



Рис. 2

В Институте физико-технических проблем (г. Якутск) проводились экспериментальные исследования, в которых появление пластических деформаций (отклонение от законов упругого деформирования) фиксировалось высокоточными методами голографической интерферометрии и муаровых полос [9, 10]. На основании экспериментальных данных предложен градиентный критерий начала пластического течения материала при неоднородном напряженном состоянии в виде^{*2}

$$\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} = 2k^2 \left(1 + \sqrt{L|\text{grad}(\sigma'_{ij}\sigma'_{ij})|} \right)^2.$$

Здесь σ'_{ij} — компоненты девиатора тензора напряжений; k — предел текучести при сдвиге при однородном напряженном состоянии; L — параметр, имеющий размерность длины и зависящий от свойств материала (например, для стали и алюминиевых сплавов L имеет порядок 10^{-1} мм). Вопрос о границах применения градиентного критерия текучести исследован в [11]. Расчет кинетики упругопластического деформирования с использованием данного критерия проведен в [10, 12]. Градиентные критерии прочности рассматривались для хрупких материалов [13–16].

В Институте физики прочности и материаловедения (г. Томск) на основе экспериментальных данных о смещениях точек при деформировании, полученных методом лазерной спекл-интерферометрии, изучены эффекты локализации деформаций [17, 18].

В Институте гидродинамики (г. Новосибирск) исследован [19, 20] процесс образования полос локализации при динамическом нагружении различных материалов (Cu, Nb, Al, тефлона и др.). Отмечается, что материалы испытывают принудительное структурирование на макроуровне. При компактировании импульсным воздействием бинарных порошковых материалов экспериментально обнаружено твердофазное расслоение, а также образование крупномасштабных структурных неоднородностей [21, 22].

В [18, 23] построены модели сплошной среды с дефектами, на базе которых созданы методы компьютерного конструирования новых материалов [24].

Метод численного моделирования процессов плоской упругопластической деформации тонких прослоек между жесткими блоками, основанный на представлении прослойки в виде слоя безмоментных конечных элементов, предложен в [25]. Построены уравнения, определяющие зависимость усилий на гранях элементов от средних значений скоростей граней. Приведены результаты численного моделирования волн смещений и локализации деформаций при растяжении полосы из жестких (недеформируемых) блоков с упругопластическими прослойками, углы наклона которых с осью полосы имеют случайный ха-

^{*2}См. предыдущую сноску.

ракти [26]. Из численных экспериментов следует, что по волнам смещений и поворотов блоков на стадиях упругого и начального упругопластического деформирования можно прогнозировать зоны локализации деформаций в предельном состоянии.

Длительное время создание моделей сплошных сред происходило независимо от развития представлений о микроструктурных механизмах необратимых процессов в конденсированных средах. В настоящее время эти представления стали широко использоваться при построении моделей реальных сред. При этом возникает проблема перехода от микроструктурных характеристик к макроструктурным. Для ее решения в работах [27–33] используется максвелловский подход к описанию деформирования сред, в основе которого лежат представления о необратимой деформации любой конденсированной среды как макроскопического результата перегруппировок и перемещений молекул (частиц) среды к стабильно равновесному расположению. Характерное время перегруппировки — время релаксации параметров модели. Связав время релаксации (макрохарактеристика) с микроструктурным механизмом, представления о котором могут развиваться и изменяться, осуществляем переход от микроструктурных характеристик к макроструктурным. Такой подход позволил построить ряд моделей динамического деформирования структурно-неоднородных сред, как макроизотропных, так и обладающих начальной анизотропией. К ним относятся модели деформирования и разрушения металлов, модель нелинейной теплопроводности, учитывающая конечную скорость распространения тепла, модели армированных композитных материалов и пористых сред.

Б. В [34–43] представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований деформирования сыпучих сред и горных пород. В [34] приведены новые экспериментальные данные об особенностях деформирования сыпучей среды, а в [35] — результаты модельных экспериментов по определению касательной жесткости межблочных контактов по механическим и акустическим данным. Влияние структуры на прочность горных пород обсуждается в [36].

В рамках единой феноменологической модели [37] дается описание упругопластического поведения и разрушения материала. Модель основана на представлении среды в виде ансамбля упругих блоков, взаимодействующих поверхностями. Остаточная деформация возникает за счет проскальзывания блоков, при больших проскальзываниях происходит разрушение.

В [38] горная порода рассматривается как композит, обладающий внутренней структурой. Введены поля микроскоростей и микронапряжений, определены операции осреднения, позволяющие переходить к макропараметрам модели. В [39] исследованы задачи о формировании блочной структуры при сдвиге сыпучего материала.

Методом верхней предельной нагрузки в [41] построено несимметричное решение о равновесии пластической массы в сходящемся симметричном канале. Найдена верхняя оценка предельной нагрузки и определены размеры блоков, на которые разбивается пластическая среда в канале. В [42] рассмотрено воздействие плоского жесткого гладкого штампа, испытывающего поперечную нагрузку, на жесткопластический несжимаемый грунт. Описана полученная в эксперименте картина шарнирного вращения грунта вокруг нижнего конца штампа. Получены формулы для верхней оценки предельной нагрузки и проведено сопоставление с экспериментом. В [43] методом коротких и слабых волн строится решение задачи о сферической волне напряжений в массивах горных пород, на основании которого оценивается влияние упрочнения, дилатансии и внутреннего трения на распространение волн напряжений в твердых телах.

В. Проведены экспериментально-теоретические исследования по определению зависимости между тензорами напряжений и скоростей деформации ползучести. С позиций механики деформируемых тел установлена связь между высокотемпературной ползучестью и сверхпластичностью, выявлены особенности высокотемпературного деформиро-

вания [44–48]. Полученные закономерности использованы при решении задач обработки материалов давлением, в том числе в режимах сверхпластичности и близких к ним. Ряд разработок доведен до промышленного использования [49–53].

2. Механика композитов [54–80]. Анализ напряженно-деформированного состояния оболочек из композитного материала посвящены работы [54–58]. Исследована устойчивость композитных цилиндрических оболочек при статическом и динамическом нагружении. Выявлены особенности закритического поведения слоистых оболочек в зависимости от жесткостных характеристик слоев, их взаимного расположения, волнообразования и видов нагружения [54–56]. Предложен и реализован численный алгоритм решения уравнений слоистых оболочек вращения, учитывающих поперечные сдвиги [57]. Получены [58] уравнения для определения напряженно-деформированного состояния геликоидальных оболочек, учитывающие поперечные сдвиги и структуру армирования. Для случая нагружения нормальным давлением приведена схема рационального армирования.

Вопросы проектирования и расчета на прочность перспективных легковесных композитных материалов, представляющих собой полимерную матрицу с внедренными в нее полыми сферическими микрочастицами, рассмотрены в работах [59–61]. Задача оптимизации слоистой сферы, расположенной внутри матрицы при трехосном растяжении на бесконечности, рассмотрена в [62]. Определены порядок и толщина слоев из заданного набора материалов при минимальном весе сферы и максимальной ее прочности.

В [63] построены модели, описывающие взаимодействие элементов волокнистого композиционного материала в процессе его образования. Определены условия для получения анизотропных композиционных материалов с максимальным упрочнением. На примере титановых сплавов, армированных высокопрочными металлическими волокнами, показаны возможности создания материалов с уникальными свойствами.

Поведение однонаправленных волокнистых композитов в рамках сдвиговой модели изучено в работах [64, 65]. Сдвиговая модель получена как некоторая асимптотика точной постановки задачи. Дан способ построения все более точных приближений [66].

Аналізу динамического деформирования и разрушения однонаправленных композитов посвящены работы [67–72]. Отлажены и реализованы три методики (одна ударная и две взрывные) по определению динамических характеристик стекло- и органопластиков в широком диапазоне скоростей деформирования (от квазистатики до жесткого взрывного нагружения). Установлено резкое повышение прочностных характеристик при ударном и взрывном нагружении. Получены оценки времени разрушения однонаправленных композитов при ударном нагружении. Описан процесс затухания колебаний композитных колец.

В [73] на основе метода осреднения изложены способы определения жесткостных и прочностных характеристик композитов периодической структуры. В [74] обсуждается обратная задача — определение структуры слоистых и волокнистых композитов, обеспечивающих заранее заданные механические характеристики. Задачи создания слоистого материала периодического строения, образованного большим числом тонких слоев из различных материалов и имеющего наперед заданные усредненные упругие и теплофизические характеристики, а также упругих и термоупругих многослойных конструкций минимального веса рассмотрены в [75].

В работах [76, 77] предложена методика построения определяющих соотношений и расчета прочности легких волокнистых композитов, основанная на концепции структурного анализа и механической модели стержневого типа.

Многие композитные материалы могут быть описаны в рамках анизотропной теории упругости. В [78–80] изучена математическая структура тензоров четвертого ранга модулей упругости A_{ijkl} и коэффициентов податливости a_{ijkl} . Матрицы модулей упругости A и коэффициентов податливости a имеют вид $A = T\Lambda T'$, $a = A^{-1} = T\Lambda^{-1}T'$, $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6)$, $T' = T^{-1}$, а каноническая инвариантная запись обобщенно-

го закона Гука —

$$\begin{aligned}\sigma_{it_1} &= \lambda_1 \varepsilon_j t_{j1}, & \sigma_{it_2} &= \lambda_2 \varepsilon_j t_{j2}, & \sigma_{it_3} &= \lambda_3 \varepsilon_j t_{j3}, \\ \sigma_{it_4} &= \lambda_4 \varepsilon_j t_{j4}, & \sigma_{it_5} &= \lambda_5 \varepsilon_j t_{j5}, & \sigma_{it_6} &= \lambda_6 \varepsilon_j t_{j6}.\end{aligned}$$

Здесь по индексам i, j проводится суммирование от 1 до 6; $T = [t_{ip}]$; σ_i и ε_j — компоненты тензоров напряжений и деформаций, представленных в векторной форме:

$$\sigma = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sqrt{2}\sigma_{23}, \sqrt{2}\sigma_{13}, \sqrt{2}\sigma_{12}), \quad \varepsilon = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \sqrt{2}\varepsilon_{23}, \sqrt{2}\varepsilon_{13}, \sqrt{2}\varepsilon_{12}).$$

Собственные упругие состояния t_{ip} , зависящие в общем случае от 15 произвольных параметров, определяются путем ортогонализации и нормирования произвольной треугольной матрицы с диагональными элементами, равными единице. Предложена классификация анизотропных материалов по числу различных собственных модулей λ_k и их кратностей α_i . Каждому материалу ставится в соответствие символ $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\}$, $k \leq 6$, $\alpha_i \geq 1$, $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_k = 6$. Все анизотропные материалы разбиваются на 32 качественно различных класса. Найдены собственные модули упругости и состояния для материалов кристаллографических сингоний. В [78, 80] решена поставленная в 20-х годах П. В. Бехтеревым проблема наитеснейших границ констант упругости, даны необходимые и достаточные условия положительной определенности удельной энергии деформации и приведены формулы для практических констант упругости, показывающие пределы изменчивости этих постоянных. Аналогичные формулы даны для материалов всех кристаллографических сингоний. В [79] найдены собственные числа и векторы для тензора $A_{ijkl}^* = (A_{iklj} + A_{iljk})/2$ коэффициентов в уравнениях движения в смещениях линейной теории упругости. Собственные числа и векторы найдены также для матриц A_{ik}^* коэффициентов материалов кристаллографических сингоний. В зависимости от количества различных собственных чисел и их кратностей уравнения движения разбиваются на 32 класса. Указаны материалы с отрицательными коэффициентами Пуассона, при этом уравнения для каждого смещения становятся не зависимыми друг от друга.

3. Развитие методов решения задач механики твердого тела [81–171].

А. Исследование свойств симметрии и построение новых точных решений для различных дифференциальных уравнений механики деформируемого твердого тела дано в работах [81–86]. В [81] описаны все высшие локальные симметрии (группа Ли — Беклунда) и законы сохранения для уравнений среды Мизеса в плоском стационарном случае. Показано, что эти уравнения допускают бесконечную серию симметрий и законов сохранения, которые строятся по рекуррентным формулам. В [82] эти законы были использованы для построения решения задачи Коши в аналитическом виде. В [83] получены новые классы решений пространственных уравнений идеальной пластичности, описывающие спирально-винтовые течения, которые можно использовать для анализа напряженного состояния стержней при сложном нагружении.

В работах [87–90] методами теории функций комплексного переменного исследуется широкий круг вопросов плоских статических и динамических задач нелинейной теории упругости. Обобщается на нелинейную упругость развитый в линейной теории способ сведения двумерной плоской задачи к одномерной граничной задаче, что приводит к нелинейным краевым задачам для комплексных потенциалов. Последние решаются модифицированным методом Ньютона и методом малого параметра. Рассматривается конечная плоская деформация при некоторых ограничениях (несжимаемость, слабая сжимаемость), устанавливаются достаточные условия эллиптичности статических уравнений. В динамической задаче дается обобщение результатов Радока в линейной теории. Получены аналитические решения ряда плоских нелинейных задач, в том числе задачи о равнопрочном отверстии, движении импульса давления по поверхности полубесконечного упругого тела и др.

В [91–95] рассматриваются вопросы построения общих решений уравнений линейной теории упругости, сведения их к трем независимым волновым уравнениям. В [91, 92, 95] найдены собственные операторы и векторы для системы дифференциальных уравнений линейной теории упругости, что позволяет сводить их к трем независимым уравнениям. Получены формулы для упругой анизотропной среды (обобщение среды Грина) с чисто-продольными и чистопоперечными волнами при любом направлении волновой нормали, а также для специальных ортотропных и трансверсально-изотропных материалов [91, 92]. В [93, 95] показано, что каждой форме общего решения соответствует формула производства новых решений, т. е. некоторый оператор симметрии. Общее решение линейной системы $Au = 0$ дифференциальных уравнений теории упругости в частных производных имеет вид: $u = C\varphi$, $D\varphi = f$, $Bf = 0$ или $u = C\varphi$, $D\varphi = 0$, если $D \text{ Ker } C = \text{Ker } B$, причем $AC = BD$ [93]. Оператор симметрии $Q = CB^*$ (* означает формально сопряженный оператор, $A = A^*$, $D = D^*$) переводит решение уравнения $A\tilde{u} = 0$ в новое решение $u = CB^*\tilde{u}$, причем $\varphi = B^*\tilde{u}$. В случае изотропного материала найдены операторы симметрии для решений Кельвина — Ламе, Галеркина, Папковича — Нейбера и исследована общность этих решений [93]. В [94] показано, что существует 17 эквивалентных форм с тремя условиями совместности малых деформаций. Даны 17 форм общих решений уравнений равновесия через три функции напряжений, а также корректная постановка задачи теории упругости в напряжениях.

Большое развитие получили методы исследования упругих и упругопластических задач, основанные на теории вариационных неравенств. В работах [96–99, 126] доказана разрешимость широкого класса упругопластических краевых задач, формулируемых с использованием вариационных неравенств. Подробно исследована проблема оптимального управления в контактных задачах типа Синьорини для пластин и оболочек. В [100–103] решаются задачи деформирования упругих и неупругих тел, содержащих трещины. На берегах трещины задается краевое условие, имеющее вид неравенства и моделирующее условие взаимного непроникания берегов. Для пластин это условие имеет вид

$$[\mathbf{W}] \cdot \nu \geq h \left[\left[\frac{\partial w}{\partial \nu} \right] \right],$$

где $[\cdot]$ — скачок функции на берегах трещины; $2h$ — толщина пластины; $\mathbf{W} = (w^1, w^2)$ и w — горизонтальные и вертикальные смещения пластины; ν — вектор нормали к поверхности трещины. Найден полный набор естественных краевых условий в виде системы равенств и неравенств, выполняющихся на берегах трещины. Установлена разрешимость краевых задач для тел, содержащих трещины. Предлагаемый подход отличается от классического, в котором краевые условия на берегах трещины имеют вид равенств.

Численному решению вариационных неравенств посвящены работы [104–108], в которых дифференциальные неравенства аппроксимируются нелинейными дифференциальными уравнениями с помощью метода штрафа. Предложены итерационные методы их линеаризации, доказана сходимость решений приближенных задач и найдены оценки погрешности. Получены также линейные приближенные модели для контактных упругопластических задач. Другим перспективным подходом к анализу вариационных неравенств является использование операторов проектирования. Такие проекторы построены в ряде одномерных задач для моделей упругой балки с поперечным разрезом при условии непроникания берегов разреза. Это позволило свести вариационные неравенства к дифференциальным уравнениям и получить их аналитические решения. Исследована также задача выбора оптимальных разрезов по кинематическому и силовому критериям.

В работах [109–116] развит подход, основанный на формулировке определяющих соотношений теории течения в виде вариационных неравенств для гиперболических операторов, который обеспечил продвижение исследований в двух направлениях: построе-

ния обобщенных решений с разрывами скоростей и напряжений упругопластическими ударными волнами и разработки вычислительных методов решения динамических задач. Изучались модели упругопластического течения: модель динамического деформирования упругоидеальнопластического тела Прандтля — Рейса и модель упрочняющегося тела с произвольной нелинейной диаграммой упрочнения Кадашевича — Новожилова. Для случая малых упругопластических деформаций построены интегральные обобщения моделей, позволяющие корректно определить понятие разрывных решений. Проведена классификация ударных волн в линейно упрочняющихся средах при условиях пластичности Мизеса и Треска — Сен-Венана [109–111]. На основе вариационных неравенств разработаны консервативные численные методы решения задач деформирования упругоидеальнопластических тел, адаптированные к сквозному расчету разрывных решений [112]. Разработаны новые экономичные алгоритмы численного решения динамических задач в рамках модели нелинейного изотропного и трансляционного упрочнения, включающие корректировку напряжений и параметров упрочнения с проектированием на поверхность текучести [113]. Предложенные методы и алгоритмы использовались при численном исследовании процессов импульсного деформирования слоистых плит на оправках [114–116].

В [117–119] созданы и реализованы алгоритмы решения задач соударения твердых деформируемых тел с учетом нарушения сплошности материала вследствие его разрушения. В работе [120] изложены численные алгоритмы решения динамических задач упругого и пластического деформирования на основе нескольких независимых аппроксимаций искомых функций. На каждом слое по времени производится расщепление двумерных и трехмерных задач на одномерные с одновременным формированием искусственной диссипации, достаточной для обеспечения монотонности численного решения. В [121] на основе численной реализации метода сингулярных граничных интегральных уравнений разработан комплекс программ ELAST для решения плоских и пространственных задач линейной теории упругости, решен ряд задач для весомой полуплоскости с криволинейной границей.

Дано развитие метода конечных элементов применительно к решению термоупругопластических задач [122–131]. В [122] представлены возможности вычислительного комплекса PIONER, предназначенного для решения геометрически и физически нелинейных статических и динамических задач механики деформируемого твердого тела. Используются различные модели материалов: линейного изотропного упругого материала, несжимаемого гиперупругого материала Муни — Ривлина, термоупругопластического материала с учетом деформаций ползучести, линейного упругого материала с учетом растрескивания. Решения некоторых плоских и осесимметричных нелинейных задач, полученные с помощью комплекса PIONER, представлены в [123, 124]. Влияние температуры на критическое время потери устойчивости шарнирно опертого, сжатого по оси стержня при ползучести исследуется в [125]. В [126, с. 167–177; 127, 128] предложены алгоритмы решения нелинейных контактных задач. Эти алгоритмы использованы при разработке двумерных и трехмерных контактных элементов. Комплекс PIONER позволяет решать контактные задачи двумя альтернативными методами: множителей Лагранжа и методом штрафных функций. В [128] приведено решение трехмерной геометрически и физически нелинейной контактной задачи, моделирующей разрушение бампера автомобиля. В [129, 130] представлен новый конечный элемент, предназначенный для решения задач деформирования тонкостенных конструкций. Новым подходом в формулировке элемента является введение касательной матрицы жесткости, обусловленной большими поворотами, и использование в одном элементе узлов с пятью и шестью степенями свободы, что позволяет гибко моделировать сложные тонкостенные конструкции. В [130] приводится решение задачи, моделирующей формирование криволинейной панели из подкрепленной алюминиевой пластины. В [131] построен конечный элемент атомной решетки (атомная пара), с помощью которого можно решать задачи деформирования и потери устойчивости атомных решеток, подверженных

механическим воздействиям. На основе решения задачи по растяжению четырехатомной ячейки предложена новая модель разрушения монокристалла.

Разработка алгоритмов решения статических и динамических задач теории упругости и пластичности дана в [132–134]. В [133] предложен итерационный метод решения статических задач на основе преобразования невязок уравнений в самоуравновешенные и последовательного расширения области самоуравновешенности невязок. Эффективность метода показана на решении задач для уравнения Пуассона с сильно изменяющимися коэффициентами. В [134] построен конечный элемент с условиями сопряжения между элементами в виде условий непрерывности усилий и моментов на гранях элементов.

Дискретно-вариационный метод построения моделей для компьютерного моделирования нелинейных динамических процессов деформирования и разрушения однородных и композиционных материалов и элементов конструкций предложен в [135, 136]. Разработан вычислительный алгоритм для моделирования двух- и трехмерных динамических контактных взаимодействий деформируемых тел с учетом упруговязкопластического деформирования и разрушения материалов.

В [135–137] обсуждается построение решений уравнений механики сплошной среды, для которых имеет место однородность деформаций. Исследованию задач анизотропной теории упругости с малым параметром посвящены работы [140, 141]. В [143] предложен полуаналитический метод решения динамических задач о распространении волн в средах с тонкими слоями (толщина много меньше длины волны). В [144] предложена модификация метода комплексирования, позволяющая решать смешанные динамические задачи, и рассмотрены примеры действия виброисточника на поверхности упругого полупространства и распространения волн в среде с границей, вдоль которой контакт неполный.

Работы [145–153] посвящены исследованию корректности обратных статических задач и разработке алгоритмов их решения. Рассмотрены:

- обратные задачи неупругого деформирования, связанные с нахождением внешних воздействий, необходимых для получения за заданное время требуемой остаточной формы тела с учетом упругой (мгновенной) или неупругой (медленной) разгрузки при снятии этих воздействий [145–147];

- задачи, в которых на определенном участке поверхности нагруженного тела заданы одновременно перемещения и нагрузки, а на остальной его части условия не определены [148–151];

- существенно переопределенные задачи, в которых на всей поверхности тела одновременно заданы и перемещения, и нагрузки и требуется определить средние прочностные характеристики тела или выявить в нем неоднородность (наличие трещин, полостей, включений) [152, 153].

На основе жесткопластической модели изучено [154] влияние формы импульса нагрузки на остаточный прогиб пластин, границы которых состоят из отрезков прямых и дуг окружностей.

В [155] решена задача о разрушении упругопластической пластины проникающим жестким ударником. Учет зоны трещин, движущейся впереди ударника, позволил описать масштабный эффект тыльного откола пластины. Представлены результаты исследований процесса тыльного откола пластины при ударе по ее лицевой поверхности жестким заостренным ударником. Материал пластин описывается упругопластической моделью с зубом текучести. Предполагается, что в процессе проникания ударника в преграде возникают три зоны деформирования: зона пластических деформаций, зона трещин, зона упругого деформирования. Установлено, что учет трещин в процессе пробивания пластины приводит к масштабному эффекту — влиянию размеров ударника и пластины на критическую глубину проникания ударника, с которой появляется откол тыльной поверхности пластины.

Б. Одним из методов построения двумерных уравнений теории пластин и оболочек является метод разложения по толщине с применением полиномов Лежандра, на основе которого Г. В. Ивановым была разработана методика использования нескольких аппроксимаций одних и тех же неизвестных функций в виде отрезков рядов по полиномам Лежандра. На основе этой методики в [156] получено однопараметрическое семейство последовательных приближений уравнений деформирования слоя переменной толщины в произвольной криволинейной системе координат. В [157] излагается методика сведения трехмерных уравнений линейной теории упругости к двухпараметрической последовательности двумерных задач упругого слоя переменной толщины в произвольной криволинейной системе координат. Дифференциальный порядок уравнений для каждого приближения не изменяется при задании различных вариантов граничных условий на лицевых поверхностях: могут задаваться напряжения, перемещения, смешанные условия.

В [158] построены нелинейные модели деформирования оболочек и стержней с шестью и девятью кинематическими степенями свободы соответственно. В [142] получены нелинейные уравнения изгиба оболочек и стержней, учитывающие конечный поворот материальных элементов. При этом введены силовые и деформационные тензоры, индифферентные к жестким поворотам и энергетически сопряженные в метрике вращающегося базиса.

Использование численно-аналитического подхода при решении нелинейных задач потери устойчивости тонкостенных оболочек позволило описать процесс их выпучивания [159, 160]. При конечных прогибах искажается начальный участок спектра критических нагрузок, происходит перестройка формы выпучивания, возможно появление локальных выпучин. Рассмотрены модели, описывающие закритическое поведение шарнирно опертого стержня, лежащего на нелинейно-упругом основании и нагруженного осевой сжимающей силой. Методом возмущений построены аналитические выражения для форм выпучивания и зависимости нагрузка — прогиб. Проведен анализ начального закритического поведения системы в зависимости от значений параметров, характеризующих жесткость основания. Аналитически предсказана и экспериментально подтверждена возможность неустойчивого закритического поведения системы. Выявлены противоречия, возникающие при использовании некоторых известных моделей упругого основания для описания выпучивания стержня.

В. Проблеме рационального проектирования оболочек посвящены работы [54, 161–165]. В качестве критериев рациональности принимались безмоментность напряженного состояния, равнонапряженность арматуры, постоянство удельной потенциальной энергии и др. Управляющими параметрами были структура материала, форма оболочки и толщина стенок. Рассмотрена задача об определении формы, размеров и параметров структуры оболочки вращения из композиционного волокнистого материала, при которых оболочка имеет заданный прогиб. При этом нагрузка на оболочку считается известной. В [162] в качестве критерия рациональности принимается условие равнонапряженности армирующих элементов на внешней или внутренней поверхности оболочки. В [164] исследуются рациональные структуры армирования полиармированных оболочек.

Развиты методы расчета и проектирования оптимальных по долговечности элементов конструкций с одновременным учетом повреждаемости материала в процессе его ползучести [166, 167]. Созданию методов решения задач оптимального проектирования слоистых конструкций из заданного ограниченного набора материалов посвящены работы [62, 75, 168–171].

4. Механика разрушения [172–192]. Методом сингулярных интегральных уравнений решен широкий класс задач о нахождении форм траекторий распространения трещин в упругохрупкой среде при гидроразрыве, ударе и «слабом» взрыве [172–180]. При пошаговом построении квазистатической траектории использовался критерий разрушения,

согласно которому трещина в каждый момент своего развития движется в направлении, ортогональном действию максимальных растягивающих напряжений в окрестности ее вершины. Исследованы особенности слияния двух трещин в зависимости от их ориентации в двухосном поле растягивающих напряжений [172]. Найдены траектории вершин трещин гидроразрыва вблизи плоской свободной границы и уступа [173]. В [174] показано определяющее влияние на форму траектории трещины гидроразрыва вблизи отверстия параметров внешнего двухосного поля сжимающих напряжений и поля отверстия, когда давление в нем сравнимо с напряжениями, действующими на бесконечности. В работе [175] проведено сравнение расчетных траекторий трещин, образующихся при скалывании уступа, с экспериментальными, которые, несмотря на высокие скорости трещин (порядка 250 м/с), хорошо совпадают. В [176, 177] анализируется форма траекторий трещин, идущих с границы взрывной скважины, при изменении основных параметров взрыва и внешнего двухосного поля сжимающих напряжений, действующих на бесконечности. Показано, что зона разрушения трещинами по форме близка к эллипсу, большая ось которого ориентирована по направлению наибольшего по модулю внешнего сжимающего напряжения. Оценено влияние проникания газов в систему трещин на форму и размеры зоны разрушения. В работах [178–180] дано экспериментальное и теоретическое обоснование простой методики определения трещиностойкости хрупких материалов типа горной породы.

В работах [181–183] изучены перегрузки на поверхности изотропного и кусочно-изотропного полупространств с приходом волн от внутреннего дефекта в виде трещины, растущей из точки вдоль линии под углом к поверхности. Аналитическое решение получено для начальной стадии.

В работах [184–189] дано обобщение дискретного критерия В. В. Новожилова хрупкой прочности идеального кристаллического тела для тела с кристаллической решеткой, имеющей дефекты (вакансии, примесные атомы и др.). Вводятся в рассмотрение дискретно-интегральные критерии хрупкой прочности для трещин нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига. Пределы осреднения напряжений в модифицированном дискретном критерии Новожилова и дискретно-интегральных критериях зависят от наличия дефекта кристаллической решетки, его размера и местоположения в окрестности носика трещины. Величина осредненных напряжений не должна превышать теоретические прочности на разрыв или сдвиг. Обнаружено существенное влияние дефектов типа вакансий в окрестности носика трещины на критические длины трещин при разных типах нагружения. Критические длины трещин нормального отрыва по дискретному критерию для идеального кристаллического тела с трещиной и дискретно-интегральному критерию для тел, имеющих вакансии в кристаллической решетке, как правило, отличаются на порядок. Критические величины нагрузок для фиксированных длин трещин по критерию Новожилова и дискретно-интегральным критериям отличаются в несколько раз и дают оценки сверху и снизу для разрушающих нагрузок твердых тел. Критическая нагрузка по дискретно-интегральному критерию может существенно отличаться от классической, ее величина непосредственно связана с дефектностью решетки кристаллического тела в окрестности носика трещины. С помощью дискретно-интегральных критериев получены соотношения для критических коэффициентов интенсивности напряжений как острых, так и тупых (на атомном уровне) трещин нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига. Обсуждается устойчивость ломаного фронта плоской трещины. Показано, что имеется тенденция превращения ломаного фронта трещин в прямолинейный.

Сформулированные критерии хрупкой прочности позволяют оценить влияние поверхностно-активных веществ в трещине на прочность кристаллических тел: хемосорбирующиеся атомы на свежесформированной поверхности трещины блокируют силы межатомного взаимодействия внутри трещины. Рассматривается растяжение трех- и четырехатомных цепочек с примесными атомами и их устойчивость при заданном уровне ра-

стяжения. Эти атомные цепочки встроены в бесконечную цепочку закрепленных атомов, растянутую на бесконечности. Примесные атомы могут быть как закрепленными, так и свободными. В качестве потенциала межатомного взаимодействия берется потенциал Морса. Введен в рассмотрение набор из трех вещественных положительных безразмерных величин, первые две из которых отражают влияние энергетического фактора, а третья — размерного фактора. Уровень снижения прочности может достигать одного-двух порядков. Снижение разрывной прочности атомной цепочки с примесью в случае расположения последней в вершине трещины способно резко уменьшить локальное сопротивление разрушению и привести к распространению трещины при нагрузках, которые существенно меньше теоретической прочности материала без примеси.

Определению коэффициентов интенсивности концентрации напряжений в пластинах и оболочках из композитных материалов посвящены работы [190–192].

Автор благодарит коллег, представивших материалы в настоящий обзор.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аннин Б. Д., Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И. Механика деформируемого твердого тела в СО АН СССР // ПМТФ. 1987. № 4. С. 66–86.
2. Жигалкин В. М., Усова О. М., Шемякин Е. И. Анизотропия упрочняющегося пластического материала. Влияние истории нагружения. Новосибирск, 1989 (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т горного дела; № 34–36).
3. Гинзбург И. Э., Жигалкин В. М., Семенов В. Н., Усольцева О. М. Влияние сложного нагружения с частичными разгрузками на характер упрочнения стали // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1994. № 3. С. 58–64.
4. Гинзбург И. Э., Жигалкин В. М., Котрехов В. А. и др. Прочность и деформируемость циркониевого сплава Э-110 при простом и сложном нагружениях // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 5. С. 67–80.
5. Жигалкин В. М., Рычков Б. А. Анизотропия упрочнения ортотропного материала // Там же. С. 81–86.
6. Чанышев А. И. Механическая модель упругопластического тела // ПМТФ. 1989. № 5. С. 136–144.
7. Чанышев А. И. О допустимых формах соотношений упругости и пластичности // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1994. № 6. С. 59–63.
8. Коврижных А. М. Об условиях локализации пластической деформации в металлах // Докл. РАН. 1996. Т. 351, № 5. С. 630–632.
9. Новопашин М. Д., Бочкарев Л. И., Сукнев С. В. Определение напряжения локального течения материала в зоне концентрации напряжений // Пробл. прочности. 1988. № 1. С. 75–76.
10. Новопашин М. Д., Сукнев С. В., Иванов А. М. Упругопластическое деформирование и предельное состояние элементов конструкций с концентраторами напряжений. Новосибирск: Наука, 1995.
11. Леган М. А. К вопросу о начале пластического течения в зоне концентрации напряжений // ПМТФ. 1991. № 3. С. 147–152.
12. Новопашин М. Д., Сукнев С. В. Упругопластическое деформирование элементов конструкций при градиентном условии текучести // Тр. 11-й конференции по прочности и пластичности (Москва, 22–26 янв. 1996). Т. 2. М., 1996.
13. Леган М. А. О градиентном подходе к оценке прочностных свойств хрупких материалов в зоне максимальных напряжений // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1990. Вып. 98. С. 49–60.
14. Леган М. А. О взаимосвязи градиентных критериев локальной прочности в зоне концентрации напряжений с линейной механикой разрушения // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 4. С. 146–154.
15. Legan M. A., Novopashin M. D., Larionov V. P. On analysis of structural members with cracks by methods of mechanics of a deformed rigid body // Polartech'94: Int. Conf. on Develop. and Comm. Utilization of Technol. in Polar Regions. Lulea, 1994.
16. Леган М. А. Определение разрушающей нагрузки, места и направления разрыва с помощью градиентного подхода // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 5. С. 117–124.
17. Панин В. Е., Зуев Л. Б., Данилов В. И., Мних Н. М. Особенности поля смещений при пластической деформации кремнистого железа // Физика металлов и металловедение. 1988. Т. 66, № 5. С. 1005–1008.
18. Структурные уровни пластической деформации и разрушения / В. Е. Панин, Ю. В. Гриняев, В. И. Данилов и др. Новосибирск: Наука, 1990.

19. Nesterenko V. F., Bondar M. P., Ershoy I. V. Instability of plastic flow of dynamic pore collapse // High Pressure Science and Technology-American Inst. of Phys. 1994. P. 1173–1176.
20. Бондарь М. П. Тип локализации пластической деформации на контактах, определяющий образование связи // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 5. С. 122–128.
21. Костюков Н. А. Двумерные ударно-волновые течения и структура порошковых компактов вблизи границы раздела с деформируемой преградой // Моделирование в механике: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд.-ние. ВЦ; ИТПМ. Новосибирск. 1990. Т. 4(21), № 4. С. 76–102.
22. Костюков Н. А. Механизм расслоения порошковых композиционных материалов при ударно-волновом нагружении // ПМТФ. 1990. № 1. С. 84–91.
23. Панин В. Е. Новая область физики твердого тела // Изв. вузов. Физика. 1987. № 1. С. 3–8.
24. Новые материалы и технологии. Конструирование новых материалов и упрочняющих технологий / В. Е. Панин, В. А. Клименов, С. Г. Псахье и др. Новосибирск: ВО «Наука», 1993.
25. Иванов Г. В., Кургузов В. Д. Безмоментная модель упругопластического деформирования и предельного состояния тонких прослоек // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 6. С. 122–135.
26. Иванов Г. В., Кургузов В. Д. Волны смещений и локализация деформаций при растяжении полосы с упругопластическими прослойками // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 2. С. 136–143.
27. Merzhievsky L. A. Combination of micro- and macro-representations in the model of dynamic deformation and fracture of metals // Mech. Properties of Materials at High Rates of Strain: Proc. 4th Int. Conf. Oxford, 1989. P. 81–88.
28. Merzhievsky L. A., Kondratyev Y. F. Wave processes in a thermoviscoelastic medium // J. de Physique. Coll. C3. 1991. V. 1. P. 503–510.
29. Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д., Роменский Е. И. Модель вязкоупругого композита с микронапряжениями. Вычислительные проблемы в задачах математической физики // Тр. Ин-та математики СО РАН. 1992. Т. 22. С. 151–167.
30. Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д., Роменский Е. И. Модель динамического деформирования однонаправленных композитов // Докл. РАН. 1992. Т. 327, № 1. С. 48–54.
31. Мержиевский Л. А., Тягельский А. В. Моделирование динамического сжатия пористого железа // Физика горения и взрыва. 1994. Т. 30, № 4. С. 124–133.
32. Бордзиловский С. А., Караханов С. М., Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д. Затухание ударной волны в органопластике // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 2. С. 125–130.
33. Merzhievsky L. A., Tyagelsky A. V. Modeling of shock compression of solid and porous ceramics // Metallurgical Appl. of Shock-Wave and High-Strain-Rate Phenomena: Proc. EXPLOMET'95, El Paso, Texas, US, Aug. 6–10, 1995. P. 575–582.
34. Бобряков А. П., Косых В. П., Ревуженко А. Ф. О временных структурах в процессе деформирования сыпучей среды // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1990. № 2. С. 25–35.
35. Леонтьев А. В., Назаров Л. А. Об определении коэффициентов жесткости контакта между блоками горных пород // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1994. № 2. С. 46–52.
36. Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е. И. О структурно-дилатансионной прочности горных пород // Докл. АН СССР. 1989. Т. 305, № 5.
37. Шемякин Е. И. Новые представления в механике разрушения // Физика и механика разрушения горных пород применительно к горной геомеханике и сейсмологии: Сб. тр. семин., С.-Петербург, 7–9 сент., 1993. С.-Петербург, 1994. С. 212–225.
38. Ревуженко А. Ф. Горная порода — среда с внутренними источниками и стоками энергии // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1990. № 45; 1991. № 5.
39. Крамаренко В. И., Ревуженко А. Ф. О формировании блочной структуры при сдвиге сыпучей среды // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1988. № 2. С. 3–10.
40. Ревуженко А. Ф. Функции со структурой — математические объекты для описания пластической деформации твердых тел // Изв. вузов. Физика. 1995. № 11. С. 70–85.
41. Бабаков В. А., Володина Е. Н. О предельном равновесии пластического материала в плоском сходящемся канале // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1994. № 1. С. 20–24.
42. Бабаков В. А., Колодко В. А., Стажевский С. Б. Плоский жесткий штамп под действием поперечной нагрузки // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 1. С. 147–151.
43. Бабаков В. А., Загорских М. Ю. Волны напряжений в средах с упрочнением, внутренним трением и дилатансией // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1994. № 2. С. 27–34.
44. Цвелодуб И. Ю. Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1991.

45. Никитенко А. Ф. Поверхность ползучести. Экспериментально-теоретическое обоснование ее существования // Неупругие деформации, прочность и надежность конструкций: Сб. науч. тр. / Самара: СГТУ, 1993. С. 4-12.
46. Никитенко А. Ф., Сухоруков И. В. Приближенный метод решения релаксационных задач с учетом повреждаемости материала при ползучести // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 5. С. 136-142.
47. Соснин О. В., Горев Б. В., Ратничкин А. А. Механика сверхпластичности и ее связь с высокотемпературной ползучестью // Сиб. физ.-техн. журн. 1993. Вып. 4. С. 15-23.
48. Соснин О. В., Горев Б. В., Любашевская И. В. Высокотемпературная ползучесть и сверхпластичность материалов // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 2. С. 140-145.
49. Горев Б. В., Ратничкин А. А., Соснин О. В. Закономерности деформирования металлов в режимах, близких к сверхпластичности // Пробл. нелинейной механики деформ. твердого тела: Сб. / Свердловск, 1990. С. 41-52.
50. Горев Б. В., Ратничкин А. А., Соснин О. В. О механике деформирования материалов в режимах, близких к сверхпластичности // Актуальн. пробл. механики деформ. твердого тела: Сб. / Алма-Ата: Изд-во АН РК, 1992. С. 128-143.
51. Miodushevsky P. V., Rajevskaya G. A., Sosnin O. V. A new production technology for complex-shaped structural element creep forming // STRV COME 92, Paris: INTECO, 1992. P. 351-356.
52. Соснин О. В., Горев Б. В. К вопросу обработки материалов давлением в медленных температурно-скоростных режимах деформирования // Тр. 9-й конф. по прочности и пластичности. Т. 1. М., 1996. С. 170-175.
53. Sosnin O. V., Gorev B. V. Fundamentals of near superplasticity process mechanics // Superplasticity in Advanced Materials: Proc. Int. Conf. Moscow, 1994. Acdermannsdorf: Trans. Teoh. Publ., 1994. V. 170-172. P. 621-626.
54. Немировский Ю. В., Самсонов В. И. Прочность, жесткость и оптимальное проектирование конструкций при статических и динамических воздействиях. Новосибирск, 1992 (Препр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и приклад. механики; № 17-92).
55. Немировский Ю. В., Самсонов В. И. Анализ исследований по динамическому поведению КМ-конструкций // Моделирование в механике: Сб. науч. тр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и приклад. механики. Новосибирск. 1993. Т. 7(24), № 4. С. 110-116.
56. Немировский Ю. В., Самсонов В. И., Шульгин А. В. Динамическая термоустойчивость композитных оболочек слоистой среды // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 5. С. 164-182.
57. Андреев А. Н., Немировский Ю. В. Численный анализ напряженно-деформированного состояния сложных оболочек вращения методом инвариантного нагружения // Изв. АН Арм.ССР. Механика. 1989. Т. 42, № 1. С. 9-19.
58. Мезенцев С. Г., Немировский Ю. В. Напряженное состояние композитных оболочек двойной гауссовой кривизны // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. 1995. № 2. С. 38-46.
59. Anpin V. D. The constitutive equations of randomly fiber reinforced material // Proc. of Int. Conf. of Constitutive Laws for Engineering Materials / Oxford, New York, Beijing: Pergamon Press, 1989. V. 1. P. 169-172.
60. Пластинин А. В., Сильвестров В. В., Горшков Н. Н. Определение динамической диаграммы сжатия сферопластика // Механика композит. материалов. 1990. № 3. С. 451-454.
61. Баев Л. В., Бурдун Е. Т., Головченко Ю. Д. и др. НДС среды с конечным числом разных полых сферических включений при гидростатическом сжатии // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1989. Вып. 92. С. 22-38.
62. Алехин В. В., Баев Л. В. Оптимизация слоистого сферического включения в матрице при трехосном растяжении на бесконечности // ПМТФ (в печати).
63. Сварка взрывом армированных композиционных материалов / И. В. Яковлев, Л. Д. Сиротенко, А. М. Ханов. Новосибирск: Наука, 1991.
64. Михайлов А. М., Ланкина Е. А. Фундаментальные решения в теории однонаправленного композита // ПМТФ. 1992. № 3. С. 120-127.
65. Михайлов А. М., Ланкина Е. А. Вычисление разброса прочности в трехмерном композите // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1991. Вып. 103. С. 83-87.
66. Михайлов А. М. Длинноволновое приближение в теории однонаправленного композита // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 6. С. 116-125.
67. Демешкин А. Г. Экспериментальное исследование влияния скорости деформирования на прочностные свойства стеклоэпоксидных колец // Механика композит. материалов. 1990. № 3. С. 455-460.
68. Демешкин А. Г., Корнев В. М. Проходящие волны и динамический краевой эффект в анизотропной полосе. Сопоставление с экспериментом // ПМТФ. 1991. № 2. С. 144-149.
69. Асеев А. В., Горшков Н. Н., Демешкин А. Г. и др. Экспериментальное исследование деформативности стекло- и органоластика в зависимости от скорости деформирования // Механика композит. материалов. 1992. № 2. С. 177-195.

70. Степаненко С. В., Асеев А. В., Макаров Г. Е. Экспериментальное исследование динамического поведения трубчатых образцов из волокнистых композиционных материалов на пределе несущей способности // ПМТФ. 1992. № 3. С. 140–147.
71. Kornev V. M. The fracture time of fiber bundles under impact tension // DYMAT J. 1995. V. 2, N 2. P. 1–9.
72. Макаров Г. Е. Экспериментальное исследование колебаний кольцевых образцов при внутреннем взрывном нагружении // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 6. С. 125–129.
73. Аннин Б. Д., Каламкаров А. Л., Колпаков А. Г. Расчет и проектирование композиционных материалов и элементов конструкций. Новосибирск: Наука, 1993.
74. Аннин Б. Д., Колпаков А. Г. Проектирование слоистых и волокнистых композитов с заданными характеристиками // ПМТФ. 1990. № 2. С. 136–150.
75. Алексин В. В., Аннин Б. Д., Колпаков А. Г. Синтез слоистых материалов и конструкций. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1988.
76. Резников Б. С. Анализ нелинейного деформирования композитов с учетом конечных поворотов структурных элементов // ПМТФ. 1991. № 4. С. 161–165.
77. Резников Б. С., Шалагинова И. Ю. Структурный подход к описанию ползучести мягких композитов волокнистой основы // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 2. С. 149–152.
78. Остросаблин Н. И. О наитеснейших границах констант упругости и приведении удельной энергии деформации к каноническому виду // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1989. № 2. С. 90–94.
79. Остросаблин Н. И. О матрице коэффициентов в уравнениях линейной теории упругости // Докл. АН СССР. 1991. Т. 321, № 1. С. 63–65.
80. Остросаблин Н. И. Наитеснейшие границы изменения практических констант упругости анизотропных материалов // ПМТФ. 1992. № 1. С. 107–114.
81. Senashov S. I., Vinogradov A. M. Symmetries and conservation laws of 2-dimensional ideal plasticity // Proc. Edinburgh Math. Soc. 1988. V. 31. P. 415–439.
82. Сенашов С. И. Законы сохранения и точное решение задачи Коши для уравнений идеальной пластичности // Докл. РАН. 1995. Т. 345, № 5. С. 619–621.
83. Сенашов С. И. Решения уравнений пластичности в случае спирально-винтовой симметрии // Докл. АН СССР. 1991. Т. 317, № 1. С. 57–59.
84. Сенашов С. И., Чугунов В. А. Инвариантные решения уравнений вязкопластичности и решение задачи о винтовом движении бингамовской жидкости между соосными цилиндрами // ПМТФ. 1991. № 4. С. 95–102.
85. Сенашов С. И. О законах сохранения уравнений пластичности // Докл. АН СССР. 1991. Т. 320, № 3. С. 606–608.
86. Мелешко С. В. Двойные волны в идеальном жесткопластическом теле при плоской деформации // ПМТФ. 1990. № 2. С. 131–136.
87. Бондарь В. Д. Плоская деформация слабо сжимаемых материалов в нелинейной теории упругости // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1988. Вып. 87. С. 34–44.
88. Бондарь В. Д. О конечных плоских деформациях несжимаемого упругого материала // ПМТФ. 1990. № 2. С. 155–164.
89. Бондарь В. Д. Плоская деформация в геометрически нелинейной упругости // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 1. С. 99–114.
90. Бондарь В. Д. Краевая задача динамической геометрически нелинейной упругости // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 6. С. 135–143.
91. Остросаблин Н. И. Собственные операторы и векторы для системы дифференциальных уравнений линейной теории упругости анизотропных материалов // Докл. РАН. 1994. Т. 337, № 5. С. 608–610.
92. Остросаблин Н. И. Об уравнениях линейной теории упругости анизотропных материалов, сводящихся к трем независимым волновым уравнениям // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 6. С. 143–150.
93. Остросаблин Н. И. Операторы симметрии и общие решения уравнений линейной теории упругости // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 5. С. 98–104.
94. Остросаблин Н. И. Условия совместности малых деформаций и функции напряжений // ПМТФ (в печати).
95. Остросаблин Н. И., Сенашов С. И. Общие решения и симметрии уравнений линейной теории упругости // Докл. РАН. 1992. Т. 322, № 3. С. 513–515.
96. Хлуднев А. М. Оптимальное управление в одномерных упругопластических моделях // ПМТФ. 1991. № 5. С. 112–115.
97. Хлуднев А. М. О вариационных неравенствах в контактных пластических задачах // Дифференциальные уравнения. 1988. Т. 24, № 9. С. 1622–1628.
98. Хлуднев А. М. О вариационном неравенстве для оператора полых оболочек с ограничением на границе // Прикл. математика и механика. 1987. Т. 51, № 26. С. 345–348.

99. Хлуднев А. М. Оптимальное управление пластиной над препятствием // Сиб. мат. журн. 1990. Т. 31, № 1. С. 172–178.
100. Хлуднев А. М. Об экстремальных формах разрезов в пластине // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1992. № 1. С. 170–176.
101. Хлуднев А. М. Контактная задача для пологой оболочки с трещиной // Прикл. математика и механика. 1995. Т. 59, вып. 2. С. 318–326.
102. Хлуднев А. М. Задача о равновесии термоупругой пластины, содержащей трещину // Сиб. мат. журн. 1996. Т. 37, № 2. С. 452–463.
103. Khludnev A. M. Contact problem for a plate having a crack of minimal opening // Control and Cybernetics. 1996. V. 25, N 3. P. 605–620.
104. Ковтуненко В. А. Метод численного решения упругой задачи о контакте // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 5. С. 142–146.
105. Ковтуненко В. А. Итерационный метод решения вариационных неравенств в контактной упруго-пластической задаче с использованием метода штрафа // Журн. вычисл. математики и математической физики. 1993. Т. 33, № 9. С. 1409–1415.
106. Ковтуненко В. А. Численное решение задачи о контакте упругопластической балки для модели Тимошенко // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1996. № 5. С. 79–84.
107. Ковтуненко В. А. Решение задачи о балке с разрезом // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 4. С. 160–166.
108. Kovtunencko V. A. Analytical solution of a variational inequality for a cut bar // Control and Cybernetics. 1996. V. 25, N 4. P. 801–808.
109. Садовский В. М. Гиперболические вариационные неравенства в задачах динамики упругопластических тел // Прикл. математика и механика. 1991. Т. 55, № 6. С. 1041–1048.
110. Садовский В. М. К теории распространения упругопластических волн в упрочняющихся средах // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 5. С. 166–172.
111. Садовский В. М. О стационарной устойчивости упругопластических ударных волн // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1994. Вып. 109. С. 18–26.
112. Sadovskii V. M. Algorithms of solution correction in dynamic elastoplastic problems // Modeling, Measurement, Control. B. 1993. V. 47, N 4. P. 1–10.
113. Аннин Б. Д., Садовский В. М. О численной реализации вариационного неравенства в задачах динамики упругопластических тел // Журн. вычислит. математики и математической физики. 1996. Т. 36, № 9. С. 177–191.
114. Annin B. D., Sadovsky V. M. A numerical analysis of laminated elastic-plastic plates under dynamic loading // Composites Science and Technology. 1992. V. 45. P. 241–246.
115. Annin B. D., Sadovsky V. M. The numerical research of the layered elastic-plastic plates dynamic deformation // Explosion and Shock Waves. China. 1991. V. 11, N 3. P. 206–216.
116. Аннин Б. Д. Развитие методов решения упругопластических задач // Механика и научно-технический прогресс. Т. 3. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. С. 129–135.
117. Gulidov A. I., Sapoznikov G. A., Fomin V. M. Numerical solutions of collisions of high-speed bodies // Proc. 2nd Japan-Soviet Union Joint Symp. on Computational Fluid Dynamics (Univ. of Tsukuba, August 27–31, 1990). V. 1. P. 68–85.
118. Гулидов А. И. Организация вычислительного процесса и структура данных при численном решении динамических задач механики деформируемых сред // Моделирование в механике: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики. Новосибирск. 1991. № 3. С. 127–141.
119. Гладышев А. М., Гулидов А. И., Сапожников Г. А. и др. Применение принципов дискретно-континуального представления среды в задачах высокоскоростного взаимодействия тел // Моделирование в механике: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики. Новосибирск. 1993. Т. 7, № 4. С. 36–51.
120. Анисимов С. А., Вогульский И. О. Численное решение задач динамики упругих тел. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1995.
121. Мащук В. И. Об исходных напряжениях в хребте и впадине // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1993. № 5. С. 13–18.
122. Korobeinikov S. N., Agapov V. P., Bondarenko M. I., Soldatkin A. N. The general-purpose nonlinear finite element structural analysis program PIONER // Proc. Int. Conf. on Numerical Methods and Applications / B. Sendov et al. (Eds). Sofia: Publ. House of the Bulgarian Acad. of Sci., 1989. P. 228–233.
123. Коробейников С. Н. Геометрически нелинейный анализ двумерных упругих тел // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1987. Вып. 80. С. 82–89.
124. Коробейников С. Н. Решение двумерных геометрически и физически нелинейных задач методом конечных элементов // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы 10-й Всесоюз. конф. / Новосибирск, Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1988. С. 134–140.

125. **Annin B. D., Korobeinikov S. N., Alyokhin V. V.** The temperature influence on the critical time of creep buckling of the column // *Progress in Advanced Materials and Mechanics* / W. Tzuchiang, T.-W. Chou (Eds). Beijing: Peking Univ. Press, 1996. P. 802–807.
126. **Free-boundary** problems in continuum mechanics // *Proc. Int. Conf., Novosibirsk, July 15–19, 1991* / S. N. Antontsev, K. N. Hoffman, A. M. Khludnev (Eds). Basel: Birkhäuser Verlag, 1992.
127. **Алексин В. В., Коробейников С. Н.** Алгоритм решения трехмерных контактных задач методом конечных элементов // *Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы 13-й Межреспубл. конф.* / Новосибирск, Ин-т теорет. и прикл. механики СО РАН, 1995. С. 4–12.
128. **Korobeinikov S. N., Alyokhin V. V., Bondarenko M. I.** Application of a finite-element method for the solution of three-dimensional contact problems // *Advances in Simulation and Interaction Techniques: Proc. 2nd Int. Conf. on Computational Structures Technology* / M. Papadrakakis, B. H. V. Topping (Eds). Edinburgh: Civil-Comp. Press, 1994. P. 165–175.
129. **Коробейников С. Н.** Геометрически нелинейный анализ оболочек с учетом больших приращений поворотов // *Моделирование в механике: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ; ИТПМ. Новосибирск. 1990. Т. 4(21), № 4. С. 119–126.*
130. **Korobeinikov S. N., Bondarenko M. I.** A material and geometric nonlinear analysis of shells including large rotation increments // *Numerical Methods in Engineering'96: Proc. 2nd ECCOMAS Conf.* / J.-A. Désidéri et al. (Eds). Chichester: Wiley, 1996. P. 754–762.
131. **Коробейников С. Н.** Применение метода конечных элементов к решению нелинейных задач по деформированию и потере устойчивости атомных решеток. Новосибирск, 1997 (Препр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики; № 1-97).
132. **Волчков Ю. М., Иванов Г. В., Кургузов В. Д.** Об аппроксимации уравнений упругопластического деформирования // *Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1989. Вып. 92. С. 45–53.*
133. **Волчков Ю. М., Дергилева Л. А., Иванов Г. В.** Итерационное решение задач для уравнения Пуассона методом самоуравновешенных невязок // *Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1991. Вып. 102. С. 41–55.*
134. **Волчков Ю. М., Дергилева Л. А., Иванов Г. В.** Численное моделирование напряженных состояний в плоских задачах упругости методом слоев // *ПМТФ. 1994. Т. 35, № 6. С. 129–135.*
135. **Кошур В. Д., Немировский Ю. В.** Континуальные и дискретные модели динамического деформирования элементов конструкций. Новосибирск: Наука, 1990.
136. **Koshur V. D., Vukovskih A. M.** The combination of discrete and structural approach for simulation of the dynamic behaviour of composites subjected to impulse loading and impact // *Proc. 10th Int. Conf. on Composite Materials* / A. Poursartip, K. N. Street (Eds). Whistler, Canada, 1995. V. 5. P. 195–202.
137. **Ревуженко А. Ф.** Однородные сдвиговые течения сыпучей среды // *Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1986. № 1. С. 3–14.*
138. **Ревуженко А. Ф.** О самых простых течениях сплошной среды // *Докл. АН СССР. 1988. Т. 303, № 1. С. 54–58.*
139. **Колимбас Д., Лавриков С. В., Ревуженко А. Ф.** Однородное деформирование сыпучей среды. Теория и эксперимент // *ПМТФ. 1994. Т. 35, № 6. С. 114–121.*
140. **Боган Ю. А.** О распределении напряжений в упругом сильно анизотропном материале // *ПМТФ. 1994. Т. 35, № 3. С. 168–173.*
141. **Боган Ю. А.** Вариационные задачи с малым параметром в теории упругости // *ПМТФ. 1994. Т. 35, № 6. С. 151–156.*
142. **Шкутин Л. И.** Обобщенные модели типа Коссера для анализа конечных деформаций тонких тел // *ПМТФ. 1996. Т. 37, № 3. С. 120–132.*
143. **Назаров Л. А.** Распространение волн в средах с тонкими слоями // *Докл. АН СССР. 1989. Т. 307, № 4.*
144. **Назаров Л. А.** Модификация метода комплексирования для решения смешанных задач динамической теории упругости // *ПМТФ. 1992. № 5. С. 106–110.*
145. **Цвелодуб И. Ю.** Обратные задачи неупругого деформирования // *Изв. РАН. Механика твердого тела. 1995. № 2. С. 81–92.*
146. **Цвелодуб И. Ю.** Обратные задачи формоизменения неупругих пластин // *Изв. РАН. Механика твердого тела. 1996. № 1. С. 96–106.*
147. **Банщикова И. А., Цвелодуб И. Ю.** Об одном классе обратных задач формоизменения вязкоупругих пластин // *ПМТФ. 1996. Т. 37, № 6. С. 122–131.*
148. **Шваб А. А.** Неклассическая упругопластическая задача // *Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1988. № 1. С. 140–146.*
149. **Шваб А. А.** Некорректные статические задачи теории упругости // *Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1989. № 6. С. 98–106.*

150. Шваб А. А. Решение обратной задачи теории упругости методом граничного интегрального уравнения для голоморфного вектора // Физика Земли. 1994. № 4. С. 62–67.
151. Schwab A. A. Boundary integral equations for inverse problems in elasticity theory // Int. J. Elasticity. 1995. V. 4, N 3. P. 151–160.
152. Schwab A. A. One nonclassical problem in static elasticity theory // Computer Tomography. Netherlands, 1994. P. 355–359.
153. Цвелодуб И. Ю. К определению упругих характеристик однородных анизотропных тел // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 3. С. 145–149.
154. Немировский Ю. В., Романова Т. П. Влияние формы импульсной нагрузки на остаточные прогибы жесткопластических пластин сложной формы // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 6. С. 113–121.
155. Бабаков В. А., Зиновьев А. Д. Масштабный эффект в задаче о пробивании пластины жестким ударником // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1993. № 5. С. 18–21.
156. Алексеев А. Е. Построение уравнений слоя переменной толщины на основе разложений по полиномам Лежандра // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 4. С. 137–147.
157. Алексеев А. Е. Двухпараметрическое семейство последовательных (M, N) -приближений уравнений упругого слоя переменной толщины // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 3. С. 133–144.
158. Шкутин Л. И. Механика деформаций гибких тел. Новосибирск: Наука, 1988.
159. Астапов Н. С., Корнев В. М. Закрытое поведение идеального стержня на упругом основании // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 2. С. 130–142.
160. Астапов Н. С., Корнев В. М. Комбинированный подход при анализе процесса выпучивания идеальных цилиндрических оболочек при заданных возмущениях // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 2. С. 170–181.
161. Голушко С. К., Немировский Ю. В. Обзор и анализ подходов к проблеме рационального проектирования армированных оболочек. Красноярск, 1988 (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ; № 16).
162. Голушко С. К., Немировский Ю. В. Об одном подходе к проектированию осесимметричных оболочек с равнонапряженной арматурой // Числен. методы решения упругости и пластичности: Материалы 10-й Всесоюз. конф. / Новосибирск, 1988. С. 58–64.
163. Кунташев П. А., Немировский Ю. В. Оптимизация напряженного состояния распределения упругих параметров в упругих телах // Математические методы и физ.-мех. поля. Киев, 1989. № 30. С. 78–82.
164. Мезенцев С. Г., Немировский Ю. В. Начальное разрушение и рациональные структуры армирования многослойных полиармированных оболочек // Механика композит. материалов. 1989. № 3. С. 466–474.
165. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Рациональное армирование пластин при осесимметричном поперечном изгибе // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. 1996. № 2. С. 23–27.
166. Заев В. А., Никитенко А. Ф. Расчет и проектирование оптимальных по долговечности элементов конструкций // ПМТФ. 1987. № 3. С. 165–171.
167. Заев В. А., Никитенко А. Ф. Расчет напряженно-деформированного состояния изгибаемых кольцевых пластин с учетом повреждаемости материала в процессе ползучести // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 3. С. 142–146.
168. Бабе Г. Д., Гусев Е. Л. Математические методы оптимизации интерференционных фильтров. Новосибирск: Наука, 1987.
169. Каниболотский М. А., Уржумцев Ю. С. Оптимальное проектирование слоистых конструкций. Новосибирск: Наука, 1989.
170. Алехин В. В. Проектирование слоистой анизотропной криволинейной балки минимального веса // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 1. С. 128–135.
171. Аннин Б. Д., Алехин В. В. Оптимизация термоупругих слоистых тел // ПМТФ. 1989. № 2. С. 156–163.
172. Колодко Л. С., Мартынюк П. А. О развитии и слиянии двух первоначально параллельных прямолинейных трещин // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1989. № 4. С. 14–23.
173. Алексеева Т. А., Мартынюк П. А. Траектории выхода трещин на свободную поверхность // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1991. № 2. С. 15–25.
174. Мартынюк П. А., Шер Е. Н. О развитии трещины вблизи кругового отверстия с учетом внешнего поля сжимающих напряжений // Физико-технические проблемы разработки полез. ископаемых. 1996. № 6. С. 19–30.
175. Ефимов В. П., Мартынюк П. А., Шер Е. Н. О траектории выхода трещин на свободную поверхность при расклинивании // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 5. С. 142–152.
176. Башеев Г. В., Мартынюк П. А., Шер Е. Н. О влиянии направления и величины внешнего поля напряжений на форму траекторий и развитие звездчатой системы трещин // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 5. С. 147–159.

177. Мартынюк П. А., Шер Е. Н. О влиянии параметров двухосного поля горного давления на форму зоны разрушения от взрыва шнурового заряда в хрупкой среде // ПМТФ (в печати).
178. Ефимов В. П., Шер Е. Н. Расчет параметров внедрения жесткого клина в образец с разрезом // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1989. № 1. С. 109–113.
179. Ефимов В. П., Мартынюк П. А., Шер Е. Н. Учет влияния вертикальных сил при расклинивании // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1992. № 3. С. 32–36.
180. Ефимов В. П., Шер Е. Н. Простой метод определения трещиностойкости хрупких материалов расклиниванием компактного образца // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 1996. № 1. С. 32–36.
181. Сарайкин В. А. Движение свободной поверхности полупространства при распространении внутри наклонной трещины // ПМТФ. 1990. № 1. С. 130–136.
182. Сарайкин В. А. Влияние сухого трения на поверхности растущего отслоения сдвига на концентрацию напряжения // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 2. С. 166–172.
183. Сарайкин В. А. Движение поверхности составного полупространства при динамическом отслоении вдоль внутренней границы // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 4. С. 155–163.
184. Андреев А. В., Корнев В. М., Тихомиров Ю. В. Обрыв атомных связей в вершине трещины. Потеря устойчивости участка цепочки атомов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1993. № 5. С. 135–146.
185. Корнев В. М., Тихомиров Ю. В. О критерии хрупкого разрушения тел с трещиной при наличии дефекта атомной решетки // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1994. № 2. С. 185–193.
186. Корнев В. М., Тихомиров Ю. В. Потеря устойчивости участка цепочки атомов при наличии примеси. Снижение прочности хрупких трещиноватых тел // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 3. С. 160–173.
187. Корнев В. М. Интегральные критерии хрупкой прочности трещиноватых тел с дефектами при наличии вакансий в носике трещины. Прочность компактированных тел типа керамик // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 168–177.
188. Корнев В. М., Разворотнева Л. И. Сравнительные оценки прочности сухого и влажного кварца при измельчении // ПМТФ (в печати).
189. Корнев В. М. Снижение прочности металлов при хемосорбции водорода в вершине трещины // ПМТФ (в печати).
190. Аннин Б. Д., Максименко В. Н. Оценка разрушения пластин из композитных материалов с отверстиями // Механика композит. материалов. 1989. Т. 25, № 2. С. 284–290.
191. Аннин Б. Д., Максименко В. Н. Оценка прочности композитных пластин с концентраторами напряжений методом линейной механики разрушения // Механика композит. материалов. 1994. Т. 30, № 3. С. 343–351.
192. Абраменко А. В., Максименко В. Н. Оценка остаточной прочности оболочек и слоистых композиционных материалов с дефектами типа сквозных разрезов // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 1. С. 140–146.

Поступила в редакцию 30/XII 1996 г.
