ПМТФ, № 5, 1968

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ЗАТУХАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

Н. С. Ерохин, Р. К. Мазитов

(Новосибирск)

Изучается поглощение электромагнитной волны круговой поляризации, распространяющейся в плазме вдоль магнитного поля. При помощи эллиптических функций решаются точные уравнения движения частиц в резонансной области. Показывается, что нелинейный декремент затухания имеет осцилляторный вид. При $t \to 0$ он совпадает с декрементом, полученным при помощи линейной теории, а при $t \to \infty$ в отсутствие столкновений стремится к нулю. Исследуется влияние столкновений на поглощение волны. Показывается, что декремент затухания при учете столкновений зависит от амплитуды волны H_1, как $H_1^{-3/2}$. При исследовании слабозатухающих волн в плазме можно использовать следующую модель, предложенную Даусоном [1] и несколько модифицированную позднее в работах [2,3]. Все частицы плазмы разбиваются на две группы: нерезонансные и резонансные. Функция распределения нерезонансных частиц по скоростям выбирается такой же, как и в случае незатухающей волны; функция распределения резонансных частиц в начальный момент времени предполагается максвелловской. Нелинейные уравнения движения резонансных частиц интегрируются точно. Декремент затухания определяется как отношение работы, совершенной полем волны над резонансными частицами, к полной энергии волны.

При нелинейном рассмотрении резонансное поглощение оказывается нестационарным: через время порядка нескольких периодов колебаний частицы, захваченной полем волны, оно прекращается и становится существенным стационарное поглощение, вызванное редкими столкновениями. Заметим, что такого рода поглощение для случая плазменных волн было изучено В. Е. Захаровым и В. И. Карпманом [4].

1. Для простоты будем учитывать тепловое движение только для резонансных частиц. Нерезонансные частицы будем считать холодными. Дисперсионное уравнение для электромагнитной волны круговой поляризации, распространяющейся в холодной плазме вдоль магнитного поля, имеет вид [5]

$$\frac{k^2c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{0e}^2}{\omega(\omega \pm \omega_{He})} - \frac{\omega_{0i}^2}{\omega(\omega \pm \omega_{Hi})} \tag{1.1}$$

Рассмотрим волну, поляризованную в сторону вращения электронов. Ей в (1.1) соответствует нижний знак. Ограничимся случаем частот, близких к ω_{He}, т. е.

$$\omega_{Hi} \ll \omega \lesssim |\omega_{He}| \tag{1.2}$$

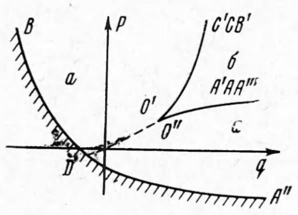
так что ионы можно считать не участвующими в колебаниях. Кроме того, резонансных частиц должно быть значительно меньше, чем нерезонансных

$$|\omega_{He}| - \omega \gg k v_{Te} \tag{1.3}$$

Перейдем в систему координат, движущуюся вместе с волной. В этой системе электрическое поле отсутствует. Уравнения движения частиц (электронов) запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} dv_x / dt &= \omega_{H0} v_y + \omega_{H1} v_z \sin kz \quad (\omega_{H_0} = \omega_{He}) \\ dv_y / dt &= -\omega_{H0} v_x + \omega_{H1} v_z \cos kz \quad (\omega_{H1} = eH_1/mc) \\ dv_z / dt &= -\omega_{H1} (v_x \sin kz + v_y \cos kz) \end{aligned} \tag{1.4}$$

Здесь H_1 — амплитуда поля волны. Постоянное поле H_0 направлено по оси z. Если произвести замену переменных



Фиг. 1

$$v_\xi = -\frac{k}{\omega_{H0}} v_x \cos kz - \frac{k}{\omega_{H0}} v_y \sin kz - \frac{\omega_{H1}}{\omega_{H0}}$$

$$v_\eta = -\frac{k}{\omega_{H0}} v_y \cos kz + \frac{k}{\omega_{H0}} v_x \sin kz$$

$$v_\zeta = 1 - \frac{k}{\omega_{H0}} v_z, \qquad \tau = \omega_{H0} t \tag{1.5}$$

то в уравнениях (1.5) исчезает зависимость от z: (1.6)

$$\frac{dv_\xi}{d\tau} = v_\eta v_\xi, \qquad \frac{dv_\zeta}{d\tau} = -\alpha - v_\xi v_\zeta, \qquad \frac{dv_\zeta}{d\tau} = -\alpha v_\eta \qquad \left(\alpha = \frac{\omega_{H1}}{\omega_{H0}} = \frac{H_1}{H^0}\right)$$

Система уравнений (1.6) имеет два простых интеграла

$$p = v_\zeta^2 + 2\alpha v_\xi, \qquad q = v_\eta^2 + v_\xi^2 - 2v_\zeta \tag{1.7}$$

Исключив v_η при помощи (1.7) из последнего уравнения системы (1.6), получим решение в квадратурах

$$\int_{v_\zeta}^{v_{\zeta 0}} \frac{dv_\zeta}{\sqrt{4q\alpha^2 - p^2 + 8\alpha^2 v_\zeta + 2pv_\zeta^2 - v_\zeta^4}} = \frac{\tau}{2} \tag{1.8}$$

Форма ответа зависит от числа действительных корней уравнения

$$\chi \equiv v_\zeta^4 - 2pv_\zeta^2 - 8\alpha^2 v_\zeta + p^2 - 4q\alpha^2 = 0 \tag{1.9}$$

В условиях рассматриваемой задачи возможны два случая: а) уравнение (1.9) имеет два действительных корня

$$v_{\zeta_1\zeta_2} = u \pm R^+(p, u) \tag{1.10}$$

б) уравнение (1.9) имеет четыре действительных корня

$$v_{\zeta_1,\zeta_2} = u \pm R^+(p, u), \quad v_{\zeta_3\zeta_4} = -u \pm R^-(p, u),$$

$$R^\pm = (p - u^2 \pm 2\alpha^2 / u)^{1/2} \tag{1.11}$$

$$u^2 = {}^1/_3 p + {}^1/_2 [-r + {}^4/_3 \alpha^2 \sqrt{{}^1/_3 M}]^{1/3} + {}^1/_2 [-r - {}^4/_3 \alpha^2 \sqrt{{}^1/_3 M}]^{1/3}$$

$$r = -{}^8/_{27} p^3 + {}^4/_3 \alpha^2 pq - 4\alpha^4, \quad s = {}^4/_3 \alpha^2 q - {}^4/_9 p^2, \; M = {}^{27}/_{16} (r^2 + s^2)\alpha^{-4}$$

Случаям а) и б) в плоскости pq соответствуют области

$$M(p, q) \equiv 4p^3 + 4\alpha^2 q^3 - 18\alpha^2 p^2 q^2 + 27\alpha^4 \gtrless 0 \tag{1.12}$$

На фиг. 1 линия $A'O'C'$, отделяющая области с различным числом действительных корней уравнения (1.9), является одной из двух ветвей кривой $M(p, q) = 0$; вторая ветвь — линия BDA'' — ограничивает область возможных значений p, q. Подставив в $M(p, q) = 0$ выражения (1.7), получим уравнение граничной поверхности в пространстве (v_ξ, v_η, v_ζ)

$$4 (v_\zeta^2 + 2\alpha v_\xi^2) + 4\alpha^2 (v_\xi^2 + v_\xi^2 - 2v_\zeta)^3 - 18\alpha^2 (v_\zeta^2 + 2\alpha v_\xi) (v_\eta^2 + $$
$$+ v_\xi^2 - 2v_\zeta) - (v_\zeta^2 + 2\alpha v_\xi)^2 (v_\eta^2 + v_\xi^2 - 2v_\zeta)^2 + 27\alpha^4 = 0 \tag{1.13}$$

В плоскости $v_\eta = 0$ уравнение (1.13) можно записать в виде произведения

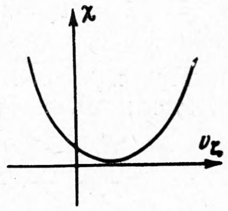
$$(\alpha + v_\xi v_\zeta)^2 (4v_\zeta^3 - 4\alpha v_\xi^3 + 18\alpha v_\xi v_\zeta - v_\xi^2 v_\zeta^2 + 27\alpha^2) = 0 \tag{1.14}$$

Поверхность (1.13) пересекает плоскость $v_\eta = 0$ по кривой

$$4v_\zeta^3 - 4\alpha v_\xi^3 + 18\alpha v_\xi v_\zeta - v_\xi^2 v_\zeta^2 + 27\alpha^2 = 0 \quad (1.15)$$

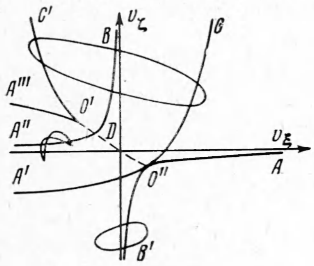
и касается ее по гиперболе

$$\alpha + v_\xi v_\zeta = 0 \quad (1.16)$$

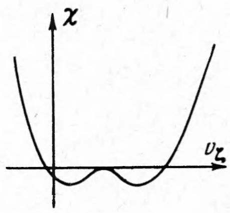


Фиг. 2

Уравнение (1.18) представляет собой уравнение нелинейного осциллятора с потенциальной энергией $\chi(v_\zeta)$. Гиперболе (1.16) соответствуют частицы, находящиеся на дне потенциальной ямы (фиг. 2), кривой (1.15), точнее ее участкам $O'A'''$, $O''A'$ (фиг. 3) — частицы с бесконечно большим периодом (фиг. 4). Отметим, что частицы, пересекающие при своем движении в пространстве скоростей плоскость $v_\eta = 0$ в области $A'''O'O''A'$ оказываются запертыми в плоскости $v_\xi v_\eta$ в пределах определенного угла. Они являются аналогом частиц, захваченных плазменной волной.



Фиг. 3



Фиг. 4

Рассмотрим теперь решение уравнения (1.8). В случае а) оно запишется в виде

$$v_\zeta = \frac{m v_{\zeta 1} - n v_{\zeta 2}}{n-m} + \frac{2nm(v_{\zeta 1} - v_{\zeta 2})}{n^2 - m^2 - (n-m)^2 \operatorname{cn}[F(\varphi_0, k) - \tau\sqrt{nm}, k]}$$

$$k^2 = \frac{1}{2} + \frac{p - 3u^2}{4\sqrt{(u^2 + \alpha^2/u)^2 - u^2 (R^-)^2}}, \quad n^2, m^2 = u^2 + \frac{\alpha^2}{u} + uR^+ \quad (1.17)$$

$$\varphi_0 = 2\operatorname{arc\,tg}\left[\frac{n}{m}\left(\frac{v_{\zeta 1} - v_{\zeta 0}}{v_{\zeta 0} - v_{\zeta 2}}\right)\right]^{1/2}$$

Здесь $F(\varphi, k)$ — неполный эллиптический интеграл первого рода, $R^\pm$ — согласно (1.11).

В случае б) решение зависит еще от области интегрирования по v_ζ:

$$v_\zeta = \frac{v_1(v_2 - v_4) + v_4(v_1 - v_2)\operatorname{sn}^2[F(\mu_0, r) + \tau\delta, r]}{v_2 - v_4 + (v_1 - v_2)\operatorname{sn}^2[F(\mu_0, r) + \tau\delta, r]} \quad (v_1 < v_\zeta < v_2)$$

$$v_\zeta = \frac{v_3(v_2 - v_4) - v_2(v_3 - v_4)\operatorname{sn}^2[F(\lambda_0, r) + \tau\delta, r]}{v_2 - v_4 - (v_3 - v_4)\operatorname{sn}^2[F(\lambda_0, r) + \tau\delta, r]} \quad (v_4 < v_\zeta < v_3) \quad (1.18)$$

$$\mu_0 = \arcsin\left(\frac{(v_2 - v_4)(v_1 - v_{\zeta 0})}{(v_1 - v_2)(v_{\zeta 0} - v_4)}\right)^{1/2}, \quad \lambda_0 = \arcsin\left(\frac{(v_2 - v_4)(v_3 - v_{\zeta 0})}{(v_3 - v_4)(v_2 - v_{\zeta 0})}\right)^{1/2}$$

$$r = \{[(v_1 - v_2)/(v_1 - v_3)][(v_3 - v_4)/(v_2 - v_4)]\}^{1/2}$$

$$\delta = {}^1/_4[(v_1 - v_3)/(v_2 - v_4)]^{1/2}$$

Здесь

$$v_i = v_{\zeta i} \quad (i = 1,\ 2,\ 3,\ 4), \quad v_1 > v_2 > v_3 > v_4$$

При $\alpha / \sqrt{p} \ll 1,\ q \sim (k v_{Te} / \omega_{H0})^2$ выражение для v_ζ значительно упрощается и имеет один и тот же вид для случаев а) и б)

$$v_\zeta \approx \sqrt{p} - \frac{3\alpha^2}{4\sqrt{p}}\left(\frac{v_{\xi 0}^2 + v_{\eta 0}^2}{p} + \frac{4}{3\sqrt{p}}\right) + \left(\frac{\alpha^2 v_{\eta 0}^2}{p\sqrt{p}} + \frac{\alpha^2}{p} - \frac{\alpha v_{\zeta 0}}{\sqrt{p}}\right)\cos\tau\sqrt{p} -$$
$$- \left(\frac{\alpha v_{\eta 0}}{\sqrt{p}} + \frac{\alpha^2 v_{\xi 0} v_{\eta 0}}{4p\sqrt{p}}\right)\sin\tau\sqrt{p} + \frac{\alpha^2 (v_{\xi 0}^2 - v_{\eta 0}^2)}{4p\sqrt{p}}\cos 2\tau\sqrt{p} +$$
$$+ \frac{\alpha^2 v_{\xi 0} v_{\eta 0}}{2p\sqrt{p}}\sin 2\tau\sqrt{p} \qquad (1.19)$$

Здесь $v_{\xi 0},\ v_{\eta 0},\ v_{\zeta 0}$ — значения проекции скорости частицы на оси в начальный момент времени.

2. Декремент затухания найдем как отношение работы, совершенной полем волны над резонансными частицами к полной энергии волны E

$$\gamma = \frac{1}{E}\iiint \frac{m}{2}\left[v_x^2 + v_y^2 + \left(v_z + \frac{\omega}{k}\right)^2\right]\frac{\partial f}{\partial t}\, dv_x\, dv_y\, dv_z \qquad (2.1)$$

$$E = \frac{H_1^2}{8\pi}\left(\frac{\omega}{kc}\right)^2\left[1 + \frac{k^2c^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{0e}^2}{(\omega + \omega_{H0})^2}\right]$$

Учитывая, что число частиц сохраняется и что $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = \mathrm{const}$, перепишем (2.1) следующим образом:

$$\gamma = \frac{1}{E}\iiint m v_z \left(\frac{\omega}{k}\right)\frac{\partial f}{\partial t}\, dv_x\, dv_y\, dv_z \qquad (2.2)$$

Производную $\partial f / \partial t$ найдем из кинетического уравнения, считая, что в начальный момент времени функция распределения частиц по скоростям — максвелловская. Тогда выражение для декремента примет вид

$$\gamma = -\frac{2m\omega_{H1}}{E v_{Te}^2}\left(\frac{\omega}{k}\right)^2\left(\frac{\omega_{H0}}{k}\right)^2\iiint v_{\eta 0}\left(1 + \frac{k v_z}{\omega_{H0}}\right) f_0\, dv_x\, dv_y\, dv_z \qquad (2.3)$$

Здесь под интегралом берется значение функции f_0 только в плоскости $v_z = (\omega + \omega_{H0}) / k \quad (v_\zeta = 0)$. Для случаев а) и б) имеем

$$(2.4)$$

$$v_{\eta 0} = h\frac{\mathrm{sn}\,(F(\varphi, k) + \tau\sqrt{nm})\,\mathrm{dn}\,(F(\varphi, k) + \tau\sqrt{nm})}{\{[(n+m)/(n-m)] - \mathrm{cn}\,(F(\varphi, k) + \tau\sqrt{nm})\}^2} \qquad (M(p, q) < 0)$$

$$v_{\eta 0} = l\frac{\mathrm{sn}\,(2F(\mu, r) - 2\tau\delta)\,\mathrm{dn}\,(2F(\mu, r) - 2\tau\delta)}{\{1 + [(v_1 - v_2)/(v_2 - v_4)]\,\mathrm{sn}^2(F(\mu, r) - 2\tau\delta)\}^2} \qquad (M(p, q) > 0,\ v_2 < v_\zeta < v_1)$$

$$v_{\eta 0} = b\frac{\mathrm{sn}\,(2F(\lambda, r) - 2\tau\delta)\,\mathrm{dn}\,(2F(\lambda, r) - 2\tau\delta)}{1 - [(v_3 - v_4)/(v_2 - v_4)]\,\mathrm{sn}^2(F(\lambda, r) - 2\tau\delta)} \qquad (M(p, q) > 0,\ v_4 < v_\zeta < v_3)$$

$$(2.5)$$

$$h = \frac{2(nm)^{3/2}(v_2 - v_1)}{\alpha(n-m)^2}, \quad l = \frac{(v_1 - v_4)(v_1 - v_2)}{4\alpha}\left(\frac{v_1 - v_3}{v_2 - v_4}\right)^{1/2}, \quad b = l\frac{(v_3 - v_4)}{(v_4 - v_1)}$$

При $\alpha / \sqrt{p} \ll 1$, $q \sim (kv_{Te} / \omega_{H0})^2$ последние выражения упрощаются

$$v_{\eta 0} \approx -\left(\frac{\alpha v_{\eta}^2}{p} + \frac{\alpha}{\sqrt{p}} - v_{\xi}\right)\sin \tau \sqrt{p} + \left(v_{\eta} + \frac{\alpha v_{\xi} v_{\eta}}{4p}\right)\cos \tau \sqrt{p} -$$
$$- \frac{\alpha (v_{\xi}^2 - v_{\eta}^2)}{2p} \sin 2\tau \sqrt{p} - \frac{\alpha v_{\xi} v_{\eta}}{p} \cos 2\tau \sqrt{p} + \ldots \qquad (2.6)$$

Здесь сохранены только члены первого порядка по $(\alpha / \sqrt{p})$.

Покажем сначала, что при $\tau \to 0$ нелинейный декремент затухания сводится к линейному. При малых τ эффективно обмениваться энергией с волной будут частицы с наименьшим периодом колебания. Для них условие $\alpha / \sqrt{p} \ll 1$ выполняется. Поэтому вместо $v_{\eta 0}$ в (2.3) можно подставить его приближенное выражение из формулы (2.6). Производя выкладки, получим

$$\gamma = \omega_{0e}^2 \exp\left[-\left(\frac{\omega + \omega_{H0}}{kv_{Te}}\right)^2\right]\left[1 + \frac{k^2c^2}{\omega^2} + \left(\frac{\omega_{0e}}{\omega + \omega_{H0}}\right)^2\right]^{-1} \times$$
$$\times \frac{2}{\Pi^{1/2} k v_{Te}} \int\limits_{\sqrt{p_1}}^{\infty} \frac{\sin(\sqrt{p}\,|\omega_{H0}|\,t)}{\sqrt{p}}\, d\sqrt{p} \qquad (2.7)$$

Здесь p_1 — минимальное значение p, при котором формула (2.6) еще применима. Устремляя τ к нулю, приходим к результату линейной теории [5].

Для произвольного момента времени декремент выражается через трехкратные интегралы. Они не поддаются существенному упрощению. Поэтому для определения основных свойств декремента воспользуемся результатами работ [2,3], в которых интегралы такого вида уже вычислены. Если, например, в (2.3) вместо v_x, v_y, v_z ввести новые переменные φ, k, q, то φ будет соответствовать ξ, а $k \to \alpha$ формулы (3.9) работы [2].

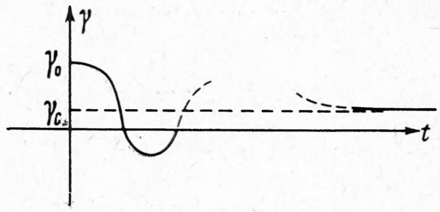
В работе [2] было показано, что декремент будет осциллировать с характерным временем, отличающимся от периода колебания частиц, находящихся на дне потенциальной ямы множителем порядка единицы. В рассматриваемом случае компоненты скорости таких частиц удовлетворяют уравнению гиперболы (1.16), причем $v_{\zeta} > 0$, $v_{\xi} < -\alpha^{1/3}$.

Положив в (1.17) $v_{\xi 0} \approx kv_{Te} / \omega_{H0}$, найдем период колебаний частиц на дне потенциальной ямы

$$T_0 = \frac{4\pi}{|\omega_{H0}|\,(nm)^{1/2}} \approx \frac{2\pi}{(kv_{Te}\omega_{H1})^{1/2}} \qquad (2.8)$$

Таким образом, характерное время осцилляции декремента как и в случае плазменных волн обратно пропорционально квадратному корню из амплитуды волны. Поэтому для волн малой амплитуды процессы в резонансной области протекают очень медленно, функция распределения частиц не успевает заметно исказиться за время порядка периода колебаний в плазме ($T = 2\pi / \omega$), и в начальный момент времени функция распределения может быть выбрана максвелловской.

При больших τ ($t \gg T_0$) декремент затухания будет стремиться к нулю, так как в числителе подынтегрального выражения (2.3) стоит эллиптическая функция (2.4), проинтегрированная по своему модулю. Уменьшение декремента можно понять из простых физических соображений. Полная энергия всех частиц, находящихся на траектории с фиксированными p и q, сохраняется с течением времени, если функция распределения зависит только от этих интегралов движения. В общем случае полная энергия колеблется между максимальным и минимальным значениями, определяющимися p и q. В начальный момент времени, когда функция распределения максвелловская, полная энергия большинства траекторий увеличивается и волна затухает.



Фиг. 5

При больших τ из-за различия в периодах даже очень близкие по p и q траектории разойдутся по фазе, так что энергия всех траекторий в среднем изменяться не будет, затухание волны прекратится. Отметим, что такой результат имеет место только в отсутствие столкновений, т. е. $\nu = 0$ (ν — частота столкновений). Если $\nu \neq 0$, то выражение (2.3) будет справедливо в течение времени, меньшего, чем время соударений частиц

$$T_0 \ll t < 1/\nu \tag{2.9}$$

3. Благодаря столкновениям функция распределения частиц по скоростям будет частично восстанавливаться или, другими словами, максвеллизоваться. При больших $t \gg 1/\nu$ в плазме установится стационарное состояние. Функция распределения в этом случае определяется из стационарного кинетического уравнения со столкновительным членом, записанным в форме Ландау

$$-v_\xi \frac{\partial f}{\partial \Psi} + \alpha v_\eta \frac{\partial f}{\partial v_\zeta} = \frac{\nu a}{2\pi |\omega_{H0}|} \frac{\partial}{\partial v_\xi} \left[\left(\frac{k v_{Te}}{\omega_{H0}}\right)^2 \frac{\partial f}{\partial v_\xi} + \left(v_\zeta - 1 + \frac{\omega}{|\omega_{H0}|}\right) f\right] \tag{3.1}$$

$$\Psi = \operatorname{arc\,tg} \frac{v_\eta}{v_\xi}, \qquad \nu = \frac{8\pi e^4 L k^3 n_0}{m^2 (|\omega_{H0}| - \omega)^3}, \qquad a = 1 + \left(\frac{\omega_{H0}}{k v_{Te}}\right)^2 [v_\eta^2 + (\alpha + v_\xi)^2]$$

Здесь ν — имеет смысл эффективной частоты столкновений в резонансной области, n_0 — плотность, L — кулоновский логарифм.

Удобно перейти к новым переменным θ, β

$$\theta = \pi - \psi, \qquad \beta = p + 2\alpha q, \qquad q = v_\xi^2 + v_\eta^2 - 2 v_\zeta \tag{3.2}$$

Если учесть, что функция распределения наиболее чувствительна к изменению продольной скорости и что в резонансной области $q \approx (k v_{Te} / \omega_{H0})^2$, то в новых переменных уравнение (3.1) примет вид

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = \frac{\nu a}{|\omega_{H0}|} \frac{\partial}{\partial \beta} \left\{\left(\frac{\omega}{|\omega_{H0}|} - 1\right) f + \sigma \left(\beta - 4\alpha \sqrt{q} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)^{1/2} \left[2 \left(\frac{k v_{Te}}{\omega_{H0}}\right)^2 \frac{\partial f}{\partial \beta} + f\right]\right.$$

$$\sigma = \operatorname{sgn} v_\zeta, \quad a = 1 + q (\omega_{H0} / k v_{Te})^2 \tag{3.3}$$

Это уравнение отличается от уравнения (1.8) работы [4] только обозначениями. При помощи последнего уравнения системы (1.4) вычислим работу, совершаемую полем волны над частицами с фиксированным q за единицу времени

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{1}{8} m\omega \left|\frac{\omega_{H0}}{k}\right|^5 \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_{\Delta(\theta)}^{\infty} \sum_\sigma f_\sigma \Delta(\theta) [\beta - \Delta(\theta)]^{-1/2}$$

$$\Delta(\theta) = 4\alpha \sqrt{q} \sin^2 (1/2) \theta \tag{3.4}$$

Используя результаты, полученные в [4], перепишем выражение (3.4) в виде

$$\frac{dW}{dt}=\frac{1}{4}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}\frac{mn_0\omega\nu\,|\,\omega_{H0}\,|\,a}{k^4 v_{Te}^2}\,\alpha^{1/3}q^{1/6}c_0\exp\left[-\frac{c_0^2}{2}-\frac{q}{2}\left(\frac{\omega_{H0}}{kv_{Te}}\right)^2\right]$$

$$c_0=\frac{|\,\omega_{H0}\,|-\omega}{kv_{Te}} \qquad (3.5)$$

Проинтегрировав (3.5) по q и разделив на полную энергию волны, найдем декремент затухания

$$\gamma_c=\frac{7}{8}\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\frac{\omega\nu n_0 m c_0}{k^4}\sqrt{\frac{kv_{Te}}{|\,\omega_{H1}\,|}}\exp\left(-\frac{c_0^2}{2}\right)\times$$

$$\times\left\{\frac{H_1^2}{8\pi}\left(\frac{\omega}{kc}\right)^2\left[1+\left(\frac{kc}{\omega}\right)^2+\left(\frac{\omega_{0e}}{\omega+\omega_{H0}}\right)^2\right]\right\}^{-1} \qquad (3.6)$$

В случае стационарного поглощения γ_c зависит от амплитуды волны H_1, как $H_1^{-3/2}$. Формула (3.6) справедлива, вообще говоря, при $t \gg 1/\nu$. Общее выражение для декремента затухания с учетом столкновений для любого момента времени построить не удается. Качественная зависимость γ от t изображена на фиг. 5.

Авторы благодарят Р. З. Сагдеева за постоянное внимание к работе и полезные советы.

Поступила 20 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Dawson I. On Landau damping Phys. Fluids, 1961, vol. 4, No. 7, p. 863.
2. Мазитов Р. К. О затухании плазменных волн. ПМТФ, 1965, № 1, стр. 27.
3. O'Neil T. Collision less damping of nonlinear plasma oscillations. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 12, p. 2235.
4. Захаров В. Е., Карпман В. И. К нелинейной теории затухания плазменных волн. ЖЭТФ, 1962, т. 43, вып. 2.
5. Шафранов В. Д. Электромагнитные волны в плазме. В сб. «Вопросы теории плазмы», М., Госатомиздат, 1963, вып. 3.