

ЛИТЕРАТУРА

1. Забабахин Е. И., Забабахин И. Е. О прессе сверхвысокого давления.— ПМТФ, 1974, № 3, с. 116—120.
2. Жданов В. А., Конусов В. Ф., Жуков А. В. Расчет механической прочности кристаллических решеток железа, молибдена и вольфрама.— «Изв. высш. учеб. заведений. Физика», 1972, № 10, с. 74—78.
3. Макклинток Ф., Аргон А. Деформация и разрушение материалов. М., «Мир», 1970.
4. Жарков В. И., Трубицын В. П., Царевский И. А., Макалкин А. Б. Уравнение состояния космохимических веществ и строение больших планет.— «Изв. АН СССР. Физика Земли», 1974, № 10, с. 7—18.
5. Жданов В. А., Конусов В. Ф. Об устойчивости кристаллических решеток при сдвигах.— ЖЭТФ, 1950, т. 20, вып. 1, с. 3—15.
6. Верещагин Л. Ф., Шапочкин В. А. Влияние гидростатического давления на сопротивление сдвигу в твердых телах.— ФММ, 1960, т. 9, вып. 2, с. 258—264.
7. Банди Ф. Основные принципы конструирования аппаратов высокого давления.— В кн.: Современная техника сверхвысоких давлений. М., «Мир», 1964, с. 16—50.
8. Riecker R. E., Towle L. C. Shear strength of grossly deformed Cu, Ag and Au at high pressures and temperatures.— «J. Appl. Phys.», 1967, vol. 38, N 13, p. 5189—5194.
9. Огибалов П. М., Кийко И. А. Поведение вещества под давлением. Изд. Московск. ун-та, 1962.

УДК 534.222.2

**ПРИМЕНЕНИЕ РЕЛАКСАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ВЯЗКОУПРУГОСТИ
ПРИ РАСЧЕТЕ ОДНООСНЫХ ОДНОРОДНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ
И УТОЧНЕНИИ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ФОРМУЛ
МАКСВЕЛЛОВСКОЙ ВЯЗКОСТИ**

*С. К. Годунов, В. В. Денисенко,
Н. С. Козин, Н. К. Кузьмина*

(Новосибирск)

Целью работы является применение релаксационной модели вязкоупругости, предложенной в [1-3] для расчетов по высокоскоростному деформированию стержней и пластин и уточнения с их помощью интерполяционных формул максвелловской вязкости χ (величины, обратной времени релаксации τ касательных напряжений). Такие расчеты проводятся для изучения зависимости динамического предела текучести σ_g от скорости деформирования $\dot{\epsilon}$. Авторами предложено для построения интерполяционных формул максвелловской вязкости χ обратить зависимость $\sigma_g(\dot{\epsilon}, T)$ относительно $\dot{\epsilon}$ и считать $\chi = \dot{\epsilon}(\sigma, T)$ (здесь σ — интенсивность касательных напряжений; T — температура). Численный анализ показал, что эта формула приводит к правильной качественной зависимости в расчетах величины $\sigma_g(\dot{\epsilon})$. Для количественного совпадения численных расчетов с экспериментальными данными в данной работе в формулу $\chi = \chi(\sigma, T)$ вводится поправочный множитель.

Рассмотрим одноосную деформацию стержня длины L в направлении оси ox . Левый конец стержня закреплен в точке $x_0 = 0$, правый деформируется со скоростью $U(t)$, т. е. $x_1 = L + \int_0^t U(t) dt$. При однородной деформации скорость точек стержня линейно распределена по длине стержня, т. е.

$$u(x, t) = U(t)x/x_1(t),$$

откуда находим, что скорость деформирования $\dot{\epsilon}$ имеет вид

$$(1) \quad \dot{\epsilon} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{U(t)}{x_1(t)} = \frac{U(t)}{L + \int_0^t U(t) dt}.$$

Во всех исследуемых случаях величина

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\int_0^t U(t) dt}{L} \ll 1, \text{ т. е. } \dot{\epsilon} \approx U(t)/L.$$

Пусть оси ou и oz расположены перпендикулярно направлению деформирования стержня. Уравнение состояния материала стержня имеет вид [2]

$$(2) \quad E = E(\alpha, \beta, \gamma, S).$$

Здесь α, β, γ — логарифмы относительных удлинений стержня вдоль осей ox, oy, oz соответственно; S, E — плотность энтропии и энергии на единицу массы. Напряжения σ_x, σ_y и σ_z вдоль осей ox, oy, oz определяются формулами [1]

$$(3) \quad \sigma_x = \rho \frac{\partial E}{\partial \alpha}; \quad \sigma_y = \rho \frac{\partial E}{\partial \beta}; \quad \sigma_z = \rho \frac{\partial E}{\partial \gamma},$$

а температура —

$$(4) \quad T = \frac{\partial E}{\partial S},$$

где ρ — плотность вещества. Предполагая стержень тонким, будем считать, что на всей длине стержня выполнено условие

$$(5) \quad \sigma_y \equiv \sigma_z \equiv 0.$$

Поскольку задача симметрична в плоскости yz , а вещество изотропно, то

$$(6) \quad \beta \equiv \gamma.$$

При однородной деформации все величины являются функциями только времени. В этом предположении уравнение [1], описывающее деформирование стержня, принимает вид

$$(7) \quad \begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} = \dot{\epsilon} - \left(\alpha - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3} \right) \chi; \\ \frac{dS}{dt} = \frac{4b^2}{T} D\chi \end{cases}$$

(к этим уравнениям следует добавить соотношения (1) — (6)). Здесь b — скорость распространения поперечных волн;

$D = \frac{1}{2} \left[\left(\alpha - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3} \right)^2 + \left(\beta - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3} \right)^2 + \left(\gamma - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3} \right)^2 \right]$ — квадратичный инвариант девиатора тензора Генки; $\chi = \chi(\sigma, T)$ — величина мак-

свелловской вязкости [3], где $\sigma = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2]}$ —

интенсивность касательных напряжений. Величина b вычисляется из (2) по формуле

$$b = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial D} \right)_{\rho S}}.$$

В случае, когда рассматривается деформация тонкой пластинки, которая расположена в плоскости xu и растягивается (сжимается) вдоль

оси x , вместо соотношений (5) — (7) следует пользоваться уравнениями

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} = \dot{\epsilon} - \left(\alpha - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3} \right) \chi, \\ \frac{d\gamma}{dt} = - \left(\gamma - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3} \right) \chi, \\ \frac{dS}{dt} = \frac{4b^2}{T} D\chi \end{cases}$$

и соотношением

$$\sigma_z = 0.$$

На фиг. 1 приведены кривые зависимости величины $\sigma = -\sigma_x$ при деформировании стержня от значения относительного удлинения $\epsilon = \Delta L/L$ для различных скоростей деформирования $\dot{\epsilon}$. (Материал — мягкое железо (α -фаза), σ дается в кг/мм². Кривые 1—6 соответствуют $\dot{\epsilon} = 10^6, 10^5, 10^3, 10, 10^{-1}, 10^{-3}$ с⁻¹. Начальная температура образцов $T_0 = 300$ К.) Завал на кривых 1, 2 связан с разогревом образцов при больших пластических деформациях. На фиг. 2 приведены графики температур $T(\epsilon)$ при $\dot{\epsilon} = 10^6$ с⁻¹, $\dot{\epsilon} = 10$ с⁻¹ (кривые 2 и 1). По виду кривых фиг. 1 можно заключить, что в процессе деформирования величина напряжения в образце не превосходит некоторого максимального значения $\sigma_{кр}$; ее разумно сопоставлять с величиной предела текучести σ_g , наблюдаемого в эксперименте. На фиг. 3 приведена зависимость $\lg \sigma_{кр}(\lg \dot{\epsilon})$, полученная путем численного расчета (кривая 1), и кривая 4 зависимости $\lg \sigma_g(\lg \dot{\epsilon})$, взятая из эксперимента [3]. Материалом образцов служит железо, начальная температура образцов 300°, величины напряжений брались в кг/мм², а величины $\dot{\epsilon}$ — в с⁻¹. Характер этих кривых позволяет судить об их качественном совпадении.

Для получения количественного совпадения зависимостей $\lg \sigma_g = f(\lg \dot{\epsilon})$ и $\lg \sigma_{кр} = f(\lg \dot{\epsilon})$ в формулу для величины максвелловской вязкости $\chi(\sigma, T)$ [3] введем поправочный коэффициент $\frac{2\rho_0 b_0^2}{\sigma}$ (здесь ρ_0 , b_0 — плотность и скорость распространения поперечных волн при нормальных условиях). Тогда величина $\chi(\sigma, T)$ [3] для металлов (железо, алюминий, медь и свинец) будет даваться формулами

$$(8) \quad \chi = \chi_0 \left(\frac{\sigma}{\rho_0 b_0^2} q \right)^{n(T)-1} \exp(-\mu U(\sigma, T)/RT);$$

$$n(T) = \left[n_0 \left(\frac{T}{\theta_0} - n_1 \right)^2 + n_2 \right]^{-1};$$

$$U(\sigma, t) = c_0^2 (n(T) F(T) \pm \Phi(\sigma)).$$

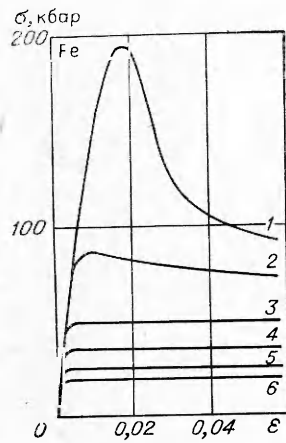
Знак минус берется для свинца, знак плюс — для остальных металлов

$$F(T) = (F_0 - F_1 T/\theta_0) T/\theta_0;$$

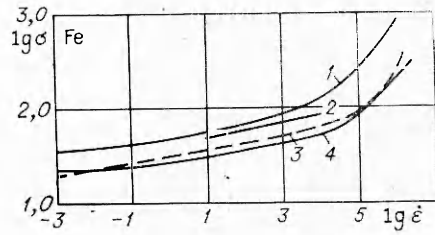
$$\Phi(\sigma) = \Phi_0 [\varphi(\sigma) - V \overline{\varphi^2(\sigma) + \Phi_1}];$$

$$\varphi(\sigma) = \varphi_0 \ln(\sigma q / \rho_0 c_0^2) + \varphi_1.$$

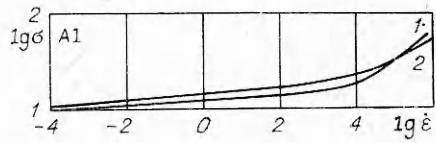
Здесь μ — молекулярный вес; θ_0 — температура Дебая; c_0 — скорость продольных волн при нормальных условиях; $R = 8 \cdot 31 \cdot 10^7$ эрг/град \times моль. Значения рассмотренных величин ρ_0 , c_0 , θ_0 , χ_0 и μ приведены



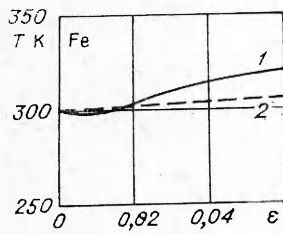
Фиг. 1



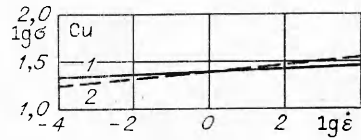
Фиг. 3



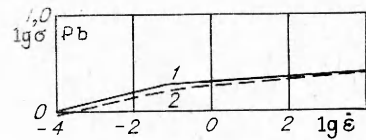
Фиг. 4



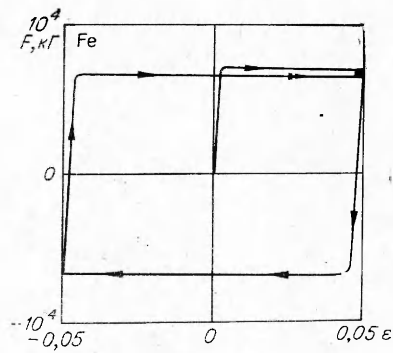
Фиг. 2



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

в табл. 1, а интерполяционные константы q , n_0 , n_1 , n_2 , F_0 , F_1 , Φ_0 , Φ_1 , φ_0 , φ_1 — в табл. 2.

Расчет величины $\lg \sigma_{кр} = f(\lg \varepsilon)$ с использованием формул (8) для $\chi(\sigma, T)$ позволяет говорить о количественном совпадении зависимостей $\lg \sigma_{кр} = f(\lg \varepsilon)$ и $\lg \sigma_g = f(\lg \varepsilon)$. Так, на фиг. 3 для железа приведена кривая 3, пересчитанная из кривой 1 по уточненным формулам (8). По тем же формулам получены все графики на фиг. 1, 2.

Таблица 1

	$\chi_0, \text{с}^{-1} \cdot 10^5$	$\rho_0, \text{г/см}^3$	$c_0, \text{км/с}$	$\theta^0, \text{К}$	$\mu, \text{г/моль}$
Fe	0,0683	7,84	5,694	420	55,85
Al	0,0243	2,785	6,125	390	26,98
Cu	0,0417	8,90	4,651	315	63,54
Pb	0,0740	11,34	2,151	88	207,21

На фиг. 4—6 приведены результаты расчетов для Al, Cu и Pb. Кривые 1, 2 графиков соответствуют кривым 3, 4 фиг. 3, т. е. представляют собой зависимости $\lg \sigma_{кр} = f(\lg \varepsilon)$ и $\lg \sigma_g = f(\lg \varepsilon)$ соответственно (σ в кг/мм², ε в с⁻¹).

Кривые деформирования, рассчитанные для пластин, имеют качественно такой же вид, как и для стержней, отличаясь от них незначительно. В результате численных расчетов удалось установить, что в диапазоне скоростей деформирования до $\varepsilon = 10^4 \text{ с}^{-1}$ величины $\sigma_{кр}$, сосчитанные для стержня и вычисленные для пластины, отличаются друг от друга на $\sim 10\%$. На фиг. 3 приведена зависимость $\lg \sigma_{кр} = f(\lg \varepsilon)$, вычисленная для деформирования железной пластины при $T_0 = 300^\circ$ (кривая 2).

Таблица 2

	Fe	Al	Cu	Pb
q	$2,6 \cdot 10^4$	$1,06 \cdot 10^4$	$1,96 \cdot 10^4$	$0,535 \cdot 10^4$
n_0	0,0434	0,0462	0,0202	0,00804
n_1	1,545	2,57	0,955	0
n_2	0,03	0,01	0,035	0,01
F_0	$7,12 \cdot 10^{-3}$	$1,18 \cdot 10^{-2}$	$7,15 \cdot 10^{-3}$	$2,06 \cdot 10^{-3}$
F_1	$1,89 \cdot 10^{-3}$	$4,77 \cdot 10^{-3}$	$0,99 \cdot 10^{-3}$	$0,377 \cdot 10^{-3}$
Φ_0	$1,37 \cdot 10^{-3}$	$3,19 \cdot 10^{-3}$	0	$2,6 \cdot 10^{-3}$
Φ_1	14,15	53,1	0	10,15
φ_0	7,85	21,25	0	14,9
φ_1	-32,5	-59,7	0	-9,1

Представляет интерес расчет одного цикла деформирования стержня с периодической скоростью $U(t)$. На фиг. 7 приведена кривая зависимости продольной силы F , действующей на железный стержень с первоначальным сечением 1 см^2 от величины относительного удлинения ε . Деформация проводилась со скоростью $\varepsilon = 10 \text{ с}^{-1}$. Вид кривой свидетельствует о наличии эффекта «типа Баушингера», величины $\sigma_{кр}$ для разных циклов отличаются друг от друга.

Поступила 27 IX 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К., Роменский Е. И. Нестационарные уравнения нелинейной теории упругости в эйлеровых координатах.— ПМТФ, 1972, № 2.
2. Годунов С. К., Козин Н. С., Роменский Е. И. Использование уравнения состояния Жаркова—Калинина для вычисления упругой энергии при нешаровом тензоре деформаций.— ПМТФ, 1974, № 2.
3. Годунов С. К., Демчук А. Ф., Козин Н. С., Мали В. И. Интерполяционные формулы для зависимости максвелловской вязкости.— ПМТФ, 1974, № 3.

УДК 539.3

О КОСЫХ СОУДАРЕНИЯХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН В УПРУГОЙ ПОСТАНОВКЕ

В. В. Ефремов

(Новосибирск)

Одной из попыток использовать линейную теорию упругости в задачах сварки взрывом является работа [1], в которой толщина сталкивающихся пластин предполагалась бесконечно большой, а скорость точки контакта — больше скорости звука в материале c_1 . В работе [2] исследуется косое соударение металлических пластин конечной толщины, причем скорость точки контакта V_K считается меньше скорости поперечных волн c_2 в материале. В данной работе рассмотрено косое соударение упругих пластин со скоростями точки контакта V_K , большими скорости распространения поперечных волн c_2 .

Пусть две упругие пластины, состоящие из одного и того же материала и имеющие равные толщины h , движутся навстречу друг другу так, что их поверхности образуют между собой угол γ (угол соударения); скорости пластин направлены перпендикулярно их поверхностям и равны v_0 . В результате соударения пластины соединяются в одну, что в системе отсчета, связанной с точкой контакта, представляет собой слияние двух потоков.

Ось x направим вдоль биссектрисы угла соударения, а начало координат поместим в точке контакта. Угол соударения будем считать малым, а движение — установившимся. Тогда с учетом симметрии задачи относительно оси x граничные условия примут вид

$$(0.1) \quad \begin{aligned} \sigma_{yy} &= 0; \quad \sigma_{xy} = 0 \quad \text{при } y = h, \quad -\infty < x < \infty; \\ \sigma_{xy} &= 0 \quad \text{при } y = 0, \quad -\infty < x < \infty; \\ v &= 0 \quad \text{при } y = 0, \quad -\infty < x < 0; \\ \sigma_{yy} &= 0 \quad \text{при } y = 0, \quad 0 < x < \infty; \end{aligned}$$

$$u \rightarrow 0; \quad v \rightarrow -v_0 \cos \gamma/2 \quad \text{при } x \rightarrow \infty, \quad 0 < y < h,$$

где σ_{ik} — компоненты тензора напряжений; u, v — компоненты вектора скорости смещений по оси x и y соответственно.

1. Межзвуковой режим соударения ($c_2 < V_K < c_1$). Подобно случаю дозвукового соударения, исследуемого в работе [2], после преобразования