ТЕПЛООБМЕН В ВИХРЕВОЙ ОБЛАСТИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА

А. И. Леонтьев, Б. А. Рягин
(Новосибирск)

Делается попытка распространить аналитические методы теории пограничного слоя на расчет интенсивности теплоотдачи в зоне отрывных течений.

Предполагается, что на кормовой поверхности цилиндра, омываемой относительно стабильным возвратным вихревым течением, развивается слой, подчиняющийся закономерности теории пограничного слоя.

Также допускается, что существующий в вихре градиент скорости по нормали к поверхности не оказывает существенного влияния на развитие этого слоя.

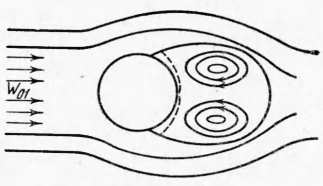
Обозначения

d — диаметр цилиндра;
x — координата, отсчитываемая вдоль поверхности цилиндра от лобовой точки в кормовой области;
$X = x/{}^1\!/_2 d$ — безразмерная координата;
δ_T^{**} — толщина потери энергии;
δ^{**} — толщина потери импульса;
ρ — плотность;
ν — коэффициент кинематической вязкости;
W_{01} — скорость невозмущенного потока;
W_0 — скорость на границе пристенного слоя;
f_d — безразмерный параметр вдува;
b_* — критическое значение теплового параметра проницаемости;
R — число Рейнольдса;
P — число Прандтля;
S — число Стентона;
R_z — критерии Рейнольдса построенные по соответствующим к скоростям потока и характерным линейным размерам;
T_0 — температура на границе пограничного слоя;
T_w — температура стенки;
T' — температура вдуваемого газа;
j_w — плотность потока вдуваемого газа.

$$R_d = \frac{W_0 d}{\nu}, \quad R_{01} = \frac{W_{01} d}{\nu}, \quad R_T^{**} = \frac{W_0 \delta_T^{**}}{\nu}, \quad R^{**} = \frac{W_0 \delta^{**}}{\nu}$$

$$R_* = \frac{W_0 x}{\nu}, \quad j_w = \rho_w W_w, \quad f_d = \frac{j_w}{\rho W_{01}} \sqrt{R_{01}}$$

Аналитические методы расчета тепло- и массообмена, основанные на теории пограничного слоя, вообще говоря, справедливы только для безотрывных течений жидкости. Во многих практических случаях поверхность, занятая вихревой областью, имеет значительную протяженность. Однако в настоящее время не существует аналитических методов расчета трения и теплообмена в этих условиях.



Фиг. 1. Схема обтекания цилиндра

Известно, что при поперечном обтекании цилиндра в кормовой части при достаточно больших числах Райнольдса образуется вихревая область с относительно стабильными возвратными вихревыми течениями. В качестве первого приближения можно принять, что от этого течения на поверхности цилиндра нарастают свои тепловой и динамический пограничные слои, подчиняющиеся обычным закономерностям теории пограничного слоя (фиг. 1). Можно также предположить, что существующий в вихре градиент скорости по нормали к стенке не будет оказывать существенного влияния на развитие пограничного слоя. Скорость на внешней границе пограничного слоя можно определить но методике, изложенной в работе [5]. Результаты аналитических расчетов по поперечному обтеканию цилиндра достаточно хорошо описываются интерполяционной формулой

$$W_0 = A W_{01} \operatorname{th} \alpha X \tag{1}$$

Здесь W_0 — скорость на внешней границе пограничного слоя в кормовой области.

Для случая обтекания круглого цилиндра $A = 2.93$ и $\alpha = 1.12$. Уравнение теплового пограничного слоя запишем в виде

$$\frac{dR_T^{**}}{dX} + \frac{R_T^{**}}{\Delta T} \frac{d\Delta T}{dX} = \frac{1}{2} R_d S_0 \tag{2}$$

Принимая закон теплообмена в виде

$$S_0 = \frac{0.22}{P^{4/3} R_T^{**}}$$

и учитывая (1) для случая $q_w = \mathrm{const}$, получаем для

$$R_T^{**} = \sqrt{0.11}\, R_{0.1}{}^{0.5} P^{-2/3} \sqrt{X}$$

Отсюда

$$N = \sqrt{0.44A\alpha} R_{01}{}^{0.5} P^{1/3} \left(\frac{\operatorname{th} \alpha X}{\alpha X}\right)^{1/2} \tag{3}$$

Соответственно для случая $T = \mathrm{const}$ имеем

$$N = \sqrt{0.22A\alpha} R_{01}{}^{0.5} P^{1/3} \frac{\operatorname{th} \alpha X}{\sqrt{\ln \operatorname{ch} \alpha X}}\,.$$

Для более общего случая, когда $\Delta T = \Delta T_0 (1 + kX)^n$ $(\Delta T = T_0 - T_w)$ получаем

$$R_T^{**} = \sqrt{\frac{0.22A}{\alpha} \frac{R_{01}{}^{0.5} P^{-2/3}}{(1+kx)^n} \left\{\ln \operatorname{ch} \alpha X + C_{2n}{}^1 \frac{k}{\alpha} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2^{2i}(2^{2i}-1) B_{2i}}{(2i+1)(2i)!} (\alpha X)^{2i+1} + \ldots \right.}$$

$$\left. \ldots + C_{2n}{}^{2n} \left(\frac{k}{\alpha}\right)^{2n} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2^{2i}(2^{2i}-1) B_{2i}}{(2i+2n)(2i)!} (\alpha X)^{2i+2n} \right\}^{1/2}$$

$$N = \sqrt{0.22A\alpha} R_{01}{}^{0.5} P^{1/3} (1 + kX)^n \operatorname{th} \alpha X \left\{\ln \operatorname{ch} \alpha X + \ldots + C_{2n}{}^{2n} (k/\alpha)^{2n} \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2^{2i}(2^{2i}-1) B_{2i}}{(2i+2n)(2i)!} (\alpha X)^{2i+2n} \right\}^{-1/2}$$

Здесь Ξ — сходящийся ряд

$$\Xi = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2^{2i}(2^{2i}-1) B_{2i}}{(2i+p)(2i)!} (dX)^{2i+2n} \qquad (|X| < \pi,\ p > -1)$$

Можно ожидать, что на некотором расстоянии от лобовой точки ламинарный пограничный слой перейдет в турбулентный. По данным Гезли [6], этот переход должен произойти при значении $R^{**} = 240$. С учетом условий $dp / dx = 0$ и $P \approx 1$ нетрудно определить значение координаты X, соответствующее переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Для случая $\Delta T = \mathrm{const}$ имеем $X_n = 1.09$ и $X_n = 0.92$ для случая $q_w = \mathrm{const}$.

Закон теплообмена для турбулентного пограничного слоя принимаем в виде

$$S = {}^1\!/_2 B P^{-0.75} R_T^{**-m} \tag{4}$$

Тогда для случая $T = \Delta T_0 [1 - k(X - X_0)]^n$ из уравнения (2) с учетом уравнения (4) имеем

$$(R_T^{**})^{1+m} = \frac{1}{[1 - k(x - x_0)]^n} \left\{ (R_{T_0}^{**})^{1+m} + \frac{R_{01}{}^1\!/_4 B P^{-0.75} (1+m) A}{[n(1+m)+1]k} \times \right.$$

$$\left. \times [1 - \{1 - k(x - x_0)\}^{n(1+m)+1}] \right\}$$

$$N = P^{1/4} R_{01} A \frac{B}{2} [1 - k(x - x_0)]^{nm} \left\{ R_{T_0}^{**(1+m)} + \frac{R_{01}{}^1\!/_4 B P^{-0.75} (1+m) A}{[n(1+m)+1]k} \times \right.$$

$$\left. \times [1 - \{1 - k(x - x_0)\}^{n(1+m)+1}] \right\}^{-\frac{m}{1+m}}$$

Аналогичный анализ можно провести и для случая поперечного обтекания проницаемого цилиндра.

Уравнение теплового пограничного слоя для этих условий имеет вид [5]

$$\frac{dR_T^{**}}{dX} + \frac{R_T^{**}}{\Delta T} \frac{d(\Delta T)}{dX} = \frac{1}{2} R_d S_0 (\Psi_s + b) \qquad \left(\Psi_s = \frac{S}{S_0},\quad b = \frac{j_w}{\rho W_0} \frac{1}{S_0}\right) \tag{5}$$

Здесь Ψ_s — относительный критерий Стентона, b — тепловой параметр проницаемости.

Из теплового баланса следует

$$\Psi_s = k_1 b, \qquad \left(k_1 = \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}\right).$$

Для случая $j_w = \mathrm{const}$, $T_w = \mathrm{const}$ и $T_0 = \mathrm{const}$ из уравнения (5) получаем

$$R_T^{**} = \frac{1}{2} R_d a_0 (k_1 + 1) X \qquad \left(a_0 = \frac{j_w}{\rho W_0}\right)$$

Так как $S = \Psi_s S_0$, а $S_0 = 0.22\, R_T^{**-1} P^{-4/3}$, то

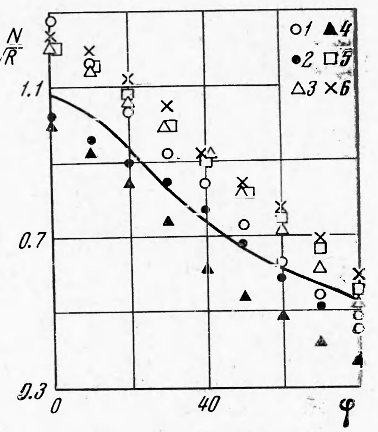
$$S = \sqrt{0.22}\, R_*^{-0.5} P^{-2/3} \frac{\Psi_s}{(\Psi_s + b)^{1/2}}$$

Принимаем во внимание, что $\sqrt{0.22}\, P^{-2/3} \cdot R_*^{-0.5} = S_0$ при $q_w = \mathrm{const}$, получаем

$$\Psi_{R_*} = \left(\frac{S}{S_0}\right)_{R_*} = \frac{\Psi_s}{(\Psi_s + b)^{1/2}}$$

С другой стороны, $\Psi_{R_*} = k^1 b'$, тогда (6)

$$k_1 b_T' = \frac{k_1 b}{(\Psi_s + b)^{1/2}} \left(\Psi_{R_*} = \left(\frac{S}{S_0}\right)_{R_*}, \quad b' = \frac{j_w}{\rho W_0} \frac{1}{S_{0*}}\right)$$



Фиг. 2. Сопоставление расчетов по формуле (3) с экспериментальными данными (непроницаемый цилиндр). Опыты Кружилина [1]: *1* — $R = 3.51 \cdot 10^4$, *2* — $R = 1.4 \cdot 10^4$; опыты Шмидта и Веннера [2]: *3* — $R = 1.01 \cdot 10^5$, *4* — $R = 3.98 \cdot 10^4$; опыты Джонсона и Гартнетта [3]: *5* — $R = 1.01 \cdot 10^5$; опыты Эккерта и др. [4]: *6* — $R = 1.3 \cdot 10^5$

Здесь Ψ_{R_*} — отношение критериев Стентона при $R_* = \mathrm{idem}$.

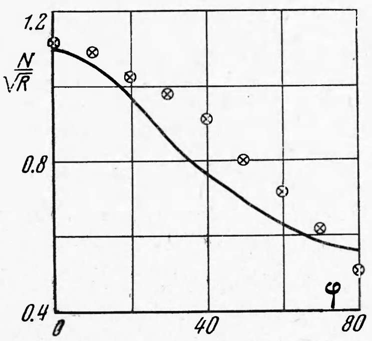
Для ламинарного пограничного слоя, согласно работе Эккерта и др. [7], имеем

$$\Psi_{R_*} = 1 - b' / b_k' \tag{7}$$

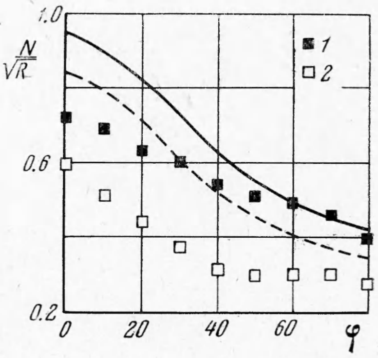
С учетом уравнений (6) и (7) можно получить формулу

$$N = N_{0q_w} \left[1 + \frac{P^{2/3} f_d}{\sqrt{0.44 A\alpha}} \left(\frac{\alpha X}{\operatorname{th} \alpha X}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{1}{b_k'}\right)\right]^{-1} \qquad (q_w = \mathrm{const}) \tag{8}$$

На фиг. 2—4 приводится сопоставление полученных аналитических зависимостей с опытными данными различных авторов. На фиг. 2 показано распределение локальных значений критериев Нуссельта по кормовой области поперечно обтекаемого цилиндра с непроницаемой поверхностью. Сплошная кривая соответствует расчету по уравнению



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Сопоставление формулы (8) с опытами Эккерта и др. (вдуваемый агент — гелий), $f_d = 0.08$

Фиг. 4. Сопоставление формулы (8) с опытами Джонсона и Гартнетта (вдувался воздух): сплошная кривая и точки *1* для $f_d = 0.808$, пунктирная кривая и точки *2* для $f_d = 1.808$

(3). Как видно из графика, опытные точки различных авторов группируются около аналитической кривой практически во всей кормовой области. Аналогичные результаты получаются и при обтекании цилиндра с проницаемой поверхностью при вдуве гелия (фиг. 3). Менее удовлетворительные результаты получаются при сопоставлении формулы (8) с опытами работы [3] при вдуве воздуха (фиг. 4), причем расхождение с аналитическим решением тем больше, чем больше вдув газа. Возможно, в этом случае необходимо учитывать влияние вдува газа на распределение скоростей в вихре. Проведенный анализ показывает, что методы теории пограничного слоя можно достаточно эффективно использовать и при расчетах теплообмена в вихревой области.

Поступила 14 X 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Кружилин Г. Н. Теплоотдача круглого цилиндра в поперечном потоке воздуха. Ж. техн. физ., 1938, т. 8, № 2.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Изд. иностр. лит., 1956.
3. Джонсон Б. В., Гартнетт Дж. П. Теплоотдача на цилиндре со вдувом, обтекаемым в поперечном направлении. Теплопередача. 1963, № 2.
4. Тьюфик О. Э., Эккерт Э. Р. Дж., Юревич Л. С. Влияние термодиффузии на теплоотдачу при поперечном обтекании цилиндра. Ракетная техника и космонавтика, 1963, т. 1, № 7.
5. Сб. «Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое» (под ред. С. С. Кутателадзе), Изд-во СО АН СССР, 1964.
7. Эккерт Э. Р. Дж., Хейдей А. А., Линкович В. К. Теплообмен, температура восстановления и поверхностное трение на плоской пластине с подачей водорода в ламинарный пограничный слой. Сб. «Тепло- и массоперенос», т. 3. (под ред. Лыкова А. В., Смольского Б. М.), Госэнергоиздат, 1963.
6. Линь Цзя-Цзяо. Теория гидродинамической устойчивости. Изд. иностр. лит., 1958.

О ТЕРМОБУРЕНИИ

Г. П. Черепанов *(Москва)*

Одним из перспективных способов проходки скважин, особенно при бурении прочных пород, является способ воздействия высокотемпературной струи газа на породу. В местах интенсивного нагрева происходит разрушение породы под действием температурных напряжений. При этом наиболее эффективным режимом термобурения, очевидно, будет такой режим, при котором происходит хрупкое разрушение (раздробление) породы на мелкие куски и порода не оплавляется.

Ниже предлагаются постановка и решение задачи термобурения в предположении, что порода — упругая и оплавление отсутствует. Выражения для скорости стационарного бурения и размера частиц разрушенного материала получены в простом замкнутом виде.

§ 1. **Постановка задачи.** Представим себе неограниченное однородное и изотропное упругое тело с осесимметричной полостью в виде полубесконечного цилиндра с закругленным основанием (фигура). На дно полости направлена высокотемпературная струя газа, исходящая из некоторого резервуара с соплом A. Под действием разогрева в теле возникают термоупругие напряжения, подчиняющиеся закону Дюгамеля — Неймана [1]. Внешние нагрузки считаем пренебрежимо малыми сравнительно с характерными температурными напряжениями. При достаточно больших внутренних напряжениях происходит разрушение приповерхностной области тела и частицы разрушенного материала уносятся потоком струи газа. Разрушение тела считается хрупким, а оплавление отсутствующим. Эти условия налагают некоторые ограничения на температурный режим чисто хрупкого разрушения.

Примем следующее основное предположение:

$$\varkappa/vd \ll 1 \qquad (\varkappa = k/\rho c) \qquad (1.1)$$

Здесь $\varkappa$ — температуропроводность, k — теплопроводность, ρ — плотность, c — теплоемкость, d — характерный линейный размер тела (например, радиус кривизны закругления или же радиус цилиндра), v — нормальная скорость бурения, т. е. скорость перемещения граничной поверхности тела (в результате удаления разрушенного материала) по нормали к поверхности.

Предположение (1.1) означает, что поле внешней температуры в каждой точке границы тела проникает на глубину, малую сравнительно с характерным линейным размером участка границы, подвергающегося интенсивному нагреву. Выполнимость условия (1.1) обеспечивается весьма малыми значениями температуропроизводности для большинства прочных скальных пород. Приняв, например, $d \sim 10$ *см* и учитывая реальные значения $\varkappa$ для горных пород $\varkappa = 10^{-3} \div 10^{-2}$ *см*^{2} / *сек*, из условия (1.1) получаем следующее ограничение скорости бурения: $v \gg 10^{-4} \div 10^{-3}$ *см/сек*. Имея в виду средние скорости проходки скважин, это условие следует считать не слишком обременительным (тем более для больших скоростей).