

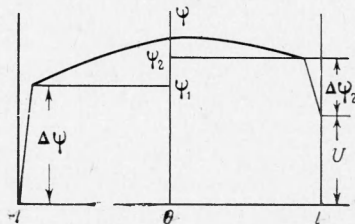
**О ИОНИЗАЦИОННО-ПЕРЕГРЕВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ
В НИЗКОВОЛЬТНОМ ДУГОВОМ РАЗРЯДЕ**

В. А. Жеребцов, И. П. Стаханов

(Обнинск)

Рассматривается устойчивость слоя слабоионизованной плазмы, находящегося между проводящими электродами, замкнутыми через внешнюю цепь. Предполагается, что ионы плазмы возникают за счет объемной ионизации, а электроны — в результате эмиссии из нагретого электрода (катода). Такая система известна под названием низковольтной дуги или дуги с подогреваемым катодом. Вольт-амперная характеристика низковольтной дуги имеет участок отрицательного сопротивления, на котором могут развиваться различные неустойчивости перегревного типа. Перегревные неустойчивости исследовались в ряде работ для полупроводниковой и газоразрядной плазмы [1-3]. В отличие от рассмотренных ранее случаев, в низковольтной дуге механизм перегревной неустойчивости тесно связан с процессами объемной ионизации, происходящими в разряде. В данной работе получено нелинейное уравнение, описывающее нестационарный низковольтный дуговой разряд, неоднородный вдоль электродов. На основе этого уравнения исследована устойчивость однородного разряда. Показано, что разряд при отрицательном дифференциальном сопротивлении неустойчив, а при положительном — устойчив. Развитие возмущений, однородных вдоль электродов, приводит к перебору разряда на участок характеристики, где эти возмущения устойчивы. Неоднородные возмущения могут привести к образованию поперечной неоднородной структуры разряда или к локальному понижению плотности тока.

1. Пусть начало координат выбрано в середине рассматриваемого слоя плазмы; ось x направлена перпендикулярно электродам, а y, z — параллельно им. Расстояние между электродами $2l$ значительно меньше их поперечных размеров, которые принимаются неограниченными. Как известно, плазма в низковольтной дуге отделена от электродов потенциальными барьерами, ограничивающими поток электронов из нее (фиг. 1). Вследствие этого, а также из-за высокой теплопроводности электронов можно считать, что температура электронного газа T_e не зависит от x .



Фиг. 1

Зависимостью T_e от времени и поперечных координат y, z так же будем пренебрегать во всех членах, за исключением коэффициента скорости ионизации α , который очень чувствителен к изменениям температуры ($\alpha \sim \exp(-E_i/T_e)$, $E_i/T_e \sim 20$). Температура ионов T_i , которая совпадает с температурой атомов, тоже считается постоянной. Рассматриваются системы, размеры которых позволяют не учитывать обмен энергией между электронами и ионами, т. е. $T_e \neq T_i$.

Плотности потока электронов J_x и ионов j_x выражаются следующими уравнениями:

$$J_x = -D_e \frac{dn}{dx} + nu_e \frac{d\phi}{dx} \quad (1.1)$$

и аналогичным уравнением для ионов, где коэффициенты диффузии D_e , D_i и подвижности u_e , u_i определяются столкновениями с нейтральными атомами и считаются постоянными. В силу интенсивной объемной ионизации в низковольтной дуге

$$J_x \gg j_x \gg J_x u_i / u_e \quad (1.2)$$

поэтому

$$j_x = -\frac{u_i}{u_e} J_x - D_a \frac{dn}{dx} \approx -D_a \frac{dn}{dx}, \quad D_a = \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) D_i \quad (1.3)$$

Здесь D_a — коэффициент амбиполярной диффузии. Из уравнения неразрывности для ионов вытекает

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D_a \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \alpha n \quad (1.4)$$

Здесь αn — число ионов, возникающих в единице объема в единицу времени.

Стационарное распределение плотности имеет максимум [4] вблизи плоскости $x = 0$. Поэтому в дальнейшем с достаточной степенью точности можно считать, что решение (1.4) симметрично и удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$D_a \frac{dn}{dx} \Big|_{x=\pm l} = \mp \frac{1}{2} v_i n_1 \quad \left(v_i = \left(\frac{8T_i}{\pi M}\right)^{1/2}\right) \quad (1.5)$$

Здесь n_1 — плотность плазмы около катода ($x = -l$) или анода ($x = l$). Коэффициент $1/2$ в правой части (1.5) выбирается для того, чтобы учесть отклонение от равновесного распределения ионов из-за влияния электрода.

В результате в стационарном случае

$$n = n_1 \cos \gamma x / \cos \gamma l \quad (\gamma = \sqrt{\alpha / D_a}) \quad (1.6)$$

В работе [4] показано, что

$$\delta \gamma l \operatorname{tg} \gamma l = 1, \quad \gamma l = 1/2 \pi (1 - \delta), \quad \delta = 2D_a / v_i l \ll 1 \quad (1.7)$$

Из приведенных результатов следует, что ионы симметрично стекают на оба электрода, а электронный ток J_x , текущий от катода к аноду, мал по сравнению с каждым из слагаемых в отдельности, входящих в правую часть (1.1).

2. Дальнейшая задача состоит в получении замкнутой системы уравнений, описывающей нестационарные процессы в низковольтной дуге. Будем предполагать, что разряд может оказаться неоднородным по y и z . Приведенные ниже соображения позволяют значительно упростить рассматриваемую задачу.

Заметим, что совокупность решений уравнения

$$\frac{d^2 n_k}{dx^2} = -\gamma_k^2 n_k \quad (2.1)$$

с граничными условиями (1.5) образует на интервале $-l < x < l$ полную ортонормированную систему функций, собственные значения которых определяются из решения трансцендентных уравнений

$$\delta \gamma_k l \operatorname{tg} \gamma_k l = 1 \quad \text{при } k = 1, 3, 5, \dots; \quad -\delta \gamma_k l \operatorname{ctg} \gamma_k l = 1 \quad \text{при } k = 2, 4, 6, \dots \quad (2.2)$$

Полнота и ортогональность этой системы следует из самосопряженности оператора (2.1). При $\delta \rightarrow 0$ решения уравнений (2.2) представляются в виде

$$\gamma_k l = 1/2 \pi k \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.3)$$

Будем искать решение нестационарного уравнения диффузии плазмы

$$-\frac{\partial n}{\partial t} + D_a \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + D_a \Delta_{\perp} n + \alpha n = 0, \quad \Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.4)$$

в виде ряда

$$n = \sum_{k=1}^{\infty} N_k(t, y, z) n_k(x) \quad (2.5)$$

Тогда для коэффициентов этого ряда

$$-\partial N_k / \partial t + D_a \Delta_{\perp} N_k + (\alpha - \alpha_k) N_k = 0 \quad (\alpha_k = \gamma_k^2 D_a) \quad (2.6)$$

Легко видеть, что в стационарном и однородном (по y, z) состоянии единственным положительно определенным решением уравнения (2.6) на интервале $-l < x < l$ будет

$$\alpha = \alpha_1, \quad N_1 \neq 0, \quad N_k = 0 \quad \text{для } k \neq 1 \quad (2.7)$$

Это соответствует результатам (1.6), (1.7). Далее из уравнения (2.6) видно, что, если в нестационарном состоянии значение α меньше, чем α_2 , то N_k для всех k , кроме $k = 1$, будут экспоненциально затухать, и, таким образом, общее решение (2.5) сводится к решению с разделяющимися переменными

$$n = N_1(t, y, z) \cos \gamma x = n_1(t, y, z) \cos \gamma x / \cos \gamma l \quad (2.8)$$

где $\gamma = \gamma_1$ определяется из (1.7). Следующий член ряда возбуждается лишь, когда α сделается больше $\alpha_2 \approx 4\alpha_1$. Таким образом, существует широкая область нестационарных состояний, в которой решение представимо в виде (2.8). В дальнейшем ограничимся исследованием именно этой области.

Интегрируя уравнение (2.4) по x от $-l$ до l и учитывая, что, как будет показано ниже, член $D_a \Delta_{\perp} n$ не дает существенного вклада в конечный результат, получим

$$\partial N / \partial t + v_i n_1 - \alpha N = 0, \quad N = \int_{-l}^l n dx \quad (2.9)$$

Из (2.8) следует, что

$$n_1 = bN, \quad b = \frac{\pi^2}{4} \frac{D_a}{v_i l^2} \quad (2.10)$$

Отсюда

$$\frac{\partial N}{\partial t} + (\beta - \alpha) N = 0, \quad \beta = \frac{\pi^2}{4} \frac{D_a}{l^2} \quad (2.11)$$

Для получения замкнутой системы уравнений вычислим падение потенциала в межэлектродном пространстве. Из (1.1) следует, что

$$\psi = \psi_1 + \ln \frac{n}{n_1} + \frac{1}{D_e} \int_{-l}^x \frac{J_x}{n} dx \quad \left(\psi = \frac{e\varphi}{T_e} \right) \quad (2.12)$$

Приэлектродные скачки потенциала у катода ψ_1 и анода $\Delta\psi_2$ определяются из уравнений

$$J_1 = J_R - 1/4 n_1 v_e \exp(-\psi_1), \quad J_2 = 1/4 n_1 v_e \exp(\Delta\psi_2) \quad (2.13)$$

Здесь J_h — плотность потока эмиссии электронов, $J_{1,2}$ — плотности потока электронов у катода и анода. Из (2.12), (2.13) следует, что полное падение потенциала в разряде U (в единицах T_e/e) равно

$$U \equiv \psi_1 + (\psi_2 - \psi_1) + \Delta\psi_2 = \ln \frac{J_2}{J_R - J_1} + \frac{1}{D_e} \int_{-l}^l \frac{J_x}{n} dx \quad (2.14)$$

В дальнейшем будем считать, что производные вдоль электродов малы по сравнению с производными по x . Это означает, что

$$\delta J = J_2 - J_1 \ll J_2 \quad (2.15)$$

Далее, в интеграл, входящий в правую часть (2.14), основной вклад дают области вблизи электродов, где плотность плазмы мала. Вследствие этого

$$\int_{-l}^l \frac{J_x}{n} dx = \frac{J_1 + J_2}{2} \int_{-l}^l \frac{dx}{n} \quad (2.16)$$

Для распределения плотности (2.8) интеграл (2.16) равен

$$\int_{-l}^l \frac{dx}{n} = \frac{d}{N}, \quad d = \frac{4\delta}{\pi^2} l^2 \ln \left(\frac{4}{\pi\delta} \right) \quad (2.17)$$

Разлагая первый член справа в (2.14) по δJ и используя (2.16), (2.17), получаем

$$U - \ln \frac{I}{1-I} - \frac{I}{v} - \left(\frac{1}{1-I} + \frac{1}{2v} \right) \delta I, \quad I = \frac{J_2}{J_R}, \quad \delta I = \frac{\delta J}{J_R}, \quad v = \frac{D_e N}{d J_R} \quad (2.18)$$

При малых δI член $\ln [I / (1 - I)]$ равен суммарному падению напряжения на приэлектродных слоях, I/v — падению потенциала в плазме, член $\sim \delta J$ представляет собой изменение падения потенциала из-за токов, текущих вдоль электродов.

Рассмотрим далее баланс энергии электронного газа

$$\operatorname{div} \mathbf{q} = -\alpha n E_i, \quad \mathbf{q} = \mathbf{J} (2T_e - e\varphi) - 2D_e n \nabla T_e \quad (2.19)$$

Здесь E_i — эффективная энергия, теряемая электронным газом в одном акте ионизации. Поток энергии, входящий в электронный газ у катода и анода, соответственно равен [4]

$$q_1 = 2T_e J_1 - 2(T_e - T_1) J_R, \quad q_2 = (2T_e - eV) J_2 \quad \left(V = \frac{T_e}{e} U \right) \quad (2.20)$$

Здесь T_1 — температура катода. При вычислении (2.20) за нуль потенциала принят потенциал поверхности катода. Интегрируя (2.19) по x от $-l$ до l и используя (2.20) и уравнение неразрывности для электронов $\operatorname{div} \mathbf{J} = 0$, получаем

$$UI = a + \epsilon \kappa v - \nabla_{\perp} \int_{-l}^l \frac{\mathbf{J}_{\perp}}{J_R} \psi dx \quad (2.21)$$

$$\alpha = 2 \left(1 - \frac{T_1}{T_e} \right), \quad \epsilon = 4 \frac{D_a}{D_e} \frac{E_i}{T_e} \ln \left(\frac{4}{\pi\delta} \right) \ll 1, \quad \kappa = \frac{\alpha}{\beta}$$

где \mathbf{J}_\perp — проекция вектора \mathbf{J} на плоскость yz . Из (2.21) видно, что энергия, вносимая током в межэлектродное пространство, (IU) расходуется на нагревание пучка электронов, выходящих из катода, до температуры T_e (коэффициент a), ионизацию ($\epsilon\kappa v$) и на создание потока энергии вдоль электродов, переносимого поперечным током. Вследствие малой инерции электронов при вычислении баланса энергии и падения напряжений производные по времени были опущены.

3. Рассмотрим разряд, однородный по y и z . В этом случае $\nabla_\perp = 0$, $\delta I = 0$ и уравнения (2.11), (2.18), (2.21) записываются в виде

$$\frac{dv}{d\tau} + (1 - \kappa)v = 0, \quad IU - a = \epsilon\kappa v, \quad U - \ln \frac{I}{1-I} = \frac{I}{v} \quad (3.1)$$

где $\tau = \beta t$. В стационарном случае $\kappa = 1$ и

$$F(U, I) \equiv \left(U - \frac{a}{I}\right) \left(U - \ln \frac{I}{1-I}\right) = \epsilon \quad (3.2)$$

Уравнение (3.2) представляет собой вольт-амперную характеристику разряда, поскольку согласно (1.7) температура электронов T_e не зависит от тока [4]. При $\epsilon \ll 1$, ее можно аппроксимировать следующими двумя уравнениями:

$$f \equiv U - \frac{a}{I} = 0, \quad g \equiv U - \ln \frac{I}{1-I} = 0 \quad (3.3)$$

Первое из которых дает ветвь с отрицательным дифференциальным сопротивлением.

В нестационарном случае уравнения (3.1) образуют замкнутую систему для переменных v , κ , I . Падение напряжения U связано с I соотношением

$$U = E - rI \quad r = e^2 R S J_R / T_e \quad (3.4)$$

где E — э.д. с. во внешней цепи, r — безразмерное сопротивление внешней цепи, $e S J_R$ — ток эмиссии из катода. Исключая из (3.1) κ и v и используя (3.4), получаем

$$\frac{dI}{d\tau} = \frac{I}{\epsilon} \frac{F(U, I) - \epsilon}{Gg + rI} g \quad \left(G = 1 + \frac{1}{g(1-I)}\right) \quad (3.5)$$

Функции F и g определены выше.

Для малых отклонений от состояния равновесия

$$I = I_0 + I', \quad U = U_0 - rI' \quad (3.6)$$

функцию $F(U, I)$ можно представить в виде

$$F(U, I) = F(U_0, I_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial I}\right)_U I' - \left(\frac{\partial F}{\partial U}\right)_I rI' \quad (3.7)$$

Производную $(\partial F / \partial I)_U$ можно выразить через дифференциальное сопротивление $r_d = (\partial U / \partial I)_{F=\epsilon}$. Дифференцируя уравнение $F = \text{const}$ получаем

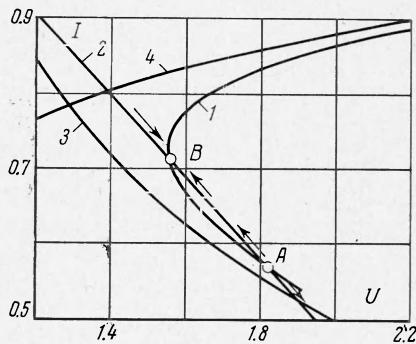
$$\left(\frac{\partial F}{\partial I}\right)_U = - \left(\frac{\partial F}{\partial U}\right)_I \left(\frac{\partial U}{\partial I}\right)_F = - (g + f) r_d \quad (3.8)$$

Учитывая, что $F(U_0, I_0) = \epsilon$ и производя линейризацию в (3.5) с использованием (3.7), (3.8), можно получить

$$\frac{dI'}{d\tau} = - (r + r_d) \frac{gI_0}{\epsilon} \frac{f + g}{Gg + rI_0} I' \quad (3.9)$$

Из уравнения (3.9) видно, что поскольку f, g, G положительны, при $-r_d < r$ разряд устойчив, а при $-r_d > r$ развивается неустойчивость. Аналогичный результат получен в [5], где не делались некоторые упрощающие предположения, принятые в данной работе (в частности, о симметричном распределении плотности плазмы в слое).

Переходим к анализу нелинейного уравнения (3.5). На фиг. 2 приведена вольт-амперная характеристика разряда (3.2) для $\varepsilon = 0.1, a = 1$ (кривая 1) и нагрузочная характеристика (3.4). Кривые 3 и 4 представляют собой функции $f = 0$ и $g = 0$. Ниже кривой 3 и выше кривой 4 расположены запрещенные области, так как из (3.1) следует, что в них $v < 0$. Ниже кривой 3 энергии, вносимой в разряд, (UI) не достаточно для нагревания электронов, выходящих из катода, до температуры T_e . Поэтому на этой кривой происходит гашение разряда. Попасть в область



Фиг. 2

выше кривой 4 можно только в том случае, если в плазме имеются источники э.д.с.

Как можно видеть из (3.5) (см. также фиг. 2), правее вольт-амперной характеристики $dI/d\tau > 0$, а левее $dI/d\tau < 0$. Нагрузочная прямая (3.4) пересекает вольт-амперную характеристику в двух точках, причем верхняя точка пересечения B оказывается всегда устойчивой, а нижняя A — неустойчивой. Любые возмущения тока в точке A приводят (в зависимости от знака возмущения) либо к гашению разряда, либо к переходу в точку устойчивого равновесия B . Поскольку рассматриваемый вывод получен из нелинейного уравнения, он справедлив не только для бесконечно малых, но и для конечных возмущений.

Для объяснения рассматриваемой неустойчивости можно предложить следующий физический механизм. Положим для простоты $r = 0$. Пусть в результате случайной флуктуации плотности v несколько возрастает. Это приводит к уменьшению падения потенциала в объеме плазмы I/v на величину $-I\Delta v/v^2$. Поскольку U должно оставаться постоянным, то согласно (3.1) ток через разряд должен возрасти на величину

$$\Delta I = \frac{I^2(1-I)}{I(1-I) + v} \frac{\Delta v}{v}$$

Это в свою очередь приводит к увеличению энергии, вносимой в плазму, на величину $U\Delta I$. Если эта величина будет больше, чем возрастание ионизационных потерь $\varepsilon\Delta v$ (см. уравнение (3.1)), то флуктуация плотности возрастает и система будет удаляться от первоначального состояния. Таким образом, для неустойчивости необходимо, чтобы

$$\frac{UI}{v} \frac{I(1-I)}{I(1-I) + v} > \varepsilon$$

Вследствие этого на нижней части характеристики (при $v \ll I(1-I)$), где потери на ионизацию малы, а падение потенциала в плазме велико, возникает неустойчивость. Совершенно иная ситуация создается на верхней части характеристики ($v \gg I(1-I)$). Там потери на ионизацию велики, а роль падения потенциала в плазме незначительна и легко компенсируется небольшим изменением тока. Таким образом, верхняя часть

характеристики устойчива. Аналогичный процесс имеет место и при флуктуационном уменьшении плотности. Полученный выше критерий совпадает с условием положительного инкремента в уравнении (3.9).

4. Рассмотрим поведение возмущений, неоднородных по y и z , с характерным размером неоднородности значительно больше расстояния между электродами (2l). В этом случае в уравнениях (2.18) и (2.21) члены, содержащие δI и ∇_{\perp} , малы; аналогичное высказывание можно сделать и о зависимости

$$\mathbf{J}_{\perp} = -D_e \nabla_{\perp} n + u_e n \nabla_{\perp} \psi = -D_e [\nabla_{\perp} n - n \nabla_{\perp} \psi] \quad (4.1)$$

Далее из (2.13) следует, что

$$\psi_1 = \ln \frac{n_1 v_e}{4(J_R - J_1)} \quad (4.2)$$

При подстановке (2.12) и (4.2) в (4.1) можно положить $J \approx J_1 \approx J_2$. Тогда, учитывая эквипотенциальность электродов ($\nabla_{\perp} U = 0$), можно получить

$$\mathbf{J}_{\perp} = D_e n \left(1 - \frac{v}{I} \frac{J_R}{D_e} \int_{-l}^x \frac{dx}{n} \right) \frac{\nabla_{\perp} I}{1 - I} \quad (4.3)$$

При выводе (4.3) использовалось (2.8) и (2.18), в котором можно в данном случае положить $\delta I = 0$. Учитывая, что $\operatorname{div} \mathbf{J} = 0$, можно получить из (4.3)

$$\delta J = -D_e \nabla_{\perp} \left[\frac{\nabla_{\perp} I}{1 - I} \int_{-l}^l n \left(1 - \frac{v}{I} \frac{J_R}{D_e} \int_{-l}^x \frac{dx}{n} \right) dx \right]$$

Поскольку плотность n имеет максимум в точке $x = 0$, то скобку из-под интеграла можно вынести при $x = 0$. Тогда

$$\delta J = -D_e \nabla_{\perp} [N p(I) \nabla_{\perp} I], \quad p(I) = \frac{2I - 1}{2I(1 - I)} \quad (4.4)$$

Тот же результат получается и при точном вычислении интеграла. Аналогично можно вычислить

$$\int_{-l}^l \mathbf{J}_{\perp} \psi dx = D_e \left[\psi_1 N + \int_{-l}^l n \ln \frac{n}{n_1} dx \right] p(I) \nabla_{\perp} I \quad (4.5)$$

В правой части уравнения (2.12) последний член меньше двух других. Поэтому при подстановке (2.12) в интеграл (4.5) его можно опустить. При вычислении (4.4) этот член удерживается, так как производная от него дает заметный вклад (множитель $(2I - 1) / 2I$ вместо 1). Интеграл в правой части (4.5) можно вычислить

$$\int_{-l}^l n \ln \frac{n}{n_1} dx = \frac{1}{\gamma^2} \int_{-l}^l \frac{1}{n} \left(\frac{dn}{dx} \right)^2 dx = N \left[\ln \left(\frac{4}{\pi \delta} \right) - 1 \right] \quad (4.6)$$

Таким образом, из (2.11), (2.18), (2.21), (4.4), (4.5), (4.6) получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + (1 - \kappa) v = 0 \quad (4.7)$$

$$U - \ln \frac{I}{1-I} = \frac{I}{v} + \frac{1}{1-I} \nabla_{\perp}' [p(I) v \nabla_{\perp}' I] \quad (\nabla_{\perp}' = \sqrt{d} \nabla_{\perp}) \quad (4.8)$$

$$UI - a = \varepsilon \kappa v - \nabla_{\perp}' [p(I) (\psi_1 + c) v \nabla_{\perp}' I] \quad (c = \ln(4/\pi\delta) - 1) \quad (4.9)$$

Величины v , κ , τ , ε определены выше. При выводе (4.8) второй член в скобках в (2.18) опущен по сравнению с первым, поскольку на большей части вольт-амперной характеристики $v > 1$. Если в (2.9) учесть поперечную диффузию, то в (4.7) появляется член

$$[4 \ln(4/\pi\delta)]^{-1} \Delta_{\perp}' v$$

который мал по сравнению с остальными членами, включающими в себя поперечные производные ($\delta \ll 1$). Учет этих членов не дает никаких качественно новых результатов и приводит лишь к более громоздким выражениям.

Пренебрегая в (4.7) — (4.9) производными, можно получить в качестве первого приближения уравнения, описывающие однородное стационарное состояние. Вследствие малости инкрементов и поперечных неоднородностей этими соотношениями можно пользоваться при преобразовании в (4.7) — (4.9) членов, содержащих производные. Учитывая это и выражая κv из (4.9) и v из (4.8), можно представить (4.7) в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon G \frac{\partial I}{\partial \tau} - \varepsilon \frac{I}{g} \frac{\partial U}{\partial \tau} - g \nabla_{\perp}' [p(I) (\psi_1 + c) v \nabla_{\perp}' I] + \\ + \varepsilon \frac{v}{1-I} \nabla_{\perp}' [p(I) v \nabla_{\perp}' I] - I [F(U, I) - \varepsilon] = 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Здесь в соответствии с (3.1), (3.3) и предположением о малости членов, включающих в себя поперечные производные, можно положить $v = fI/g$. Пренебрегая в (4.10) квадратами градиентов и полагая, что возмущения не меняют полного тока, вследствие чего $\partial U / \partial \tau = 0$, получаем

$$\varepsilon G \frac{\partial I}{\partial \tau} - p(I) A(I) I \Delta_{\perp}' I - I [F(U, I) - \varepsilon] = 0, \quad A(I) = \psi_1 + c - \frac{f}{g} \frac{I}{1-I} \quad (4.11)$$

Уравнения (4.10), (4.11) описывают неоднородный по поперечным координатам низковольтный дуговой разряд.

5. Как было показано выше, неустойчивость возмущений, однородных по y , z , приводит к перебросу разряда на устойчивую часть вольт-амперной характеристики. Рассмотрим малые возмущения, у которых волновой вектор направлен вдоль слоя плазмы

$$I = I_0 + I'(t) \exp(ik_{\perp} r_{\perp}) \quad (5.1)$$

В линейном приближении из (4.11) получаем

$$\frac{dI'}{d\tau} = \frac{I_0}{\varepsilon G} [-r_d(g+f) - k_{\perp}^2 p A] I' \quad (5.2)$$

где дифференциальное сопротивление

$$r_d = \frac{1}{I} \left(\frac{1}{1-I} f - \frac{a}{I} g \right) \frac{1}{f+g} \quad (5.3)$$

Будем рассматривать область вблизи точки поворота вольт-амперной характеристики ($r_d \approx 0$). В этом случае

$$I_0 > 0.5, \quad \frac{f}{g} \frac{I_0}{1-I_0} \approx a \approx 1$$

и поскольку $\psi_1 + c \gg 1$, то оказывается, что $p > 0$, $A > 0$. Поэтому член, пропорциональный k_{\perp}^2 , положителен и приводит к затуханию. Отметим, что это затухание возникает не вследствие диффузии или теплопроводности, а из-за появления поперечных токов, вызывающих перераспределение джоулева тепла. Что же касается первого члена в квадратных скобках в (5.2), то при $r_d < 0$ он дает инкремент, природа которого была исследована выше. Как видно из (5.2), на нижней части вольт-амперной характеристики ($r_d < 0$) возмущения с достаточно малыми k_{\perp} неустойчивы. Длина волны неустойчивых возмущений удовлетворяет неравенству

$$\lambda > \lambda_* = 2\pi \sqrt{d} \left(\frac{A(I)p(I)}{|r_d|(f+g)} \right)^{1/2} \quad (5.4)$$

Так как r_d мало, а $\sqrt{d} > l$, то во всей области неустойчивых длин волн, включая границу ($\lambda = \lambda_*$), допущение, сделанное при выводе (4.10), (4.11) о малости поперечных градиентов оправдано.

Таким образом, на нижней ветви вольт-амперной характеристики независимо от сопротивления внешней цепи однородный по y, z разряд оказывается неустойчивым по отношению к возмущениям с $\lambda > \lambda_*$. В результате на участке отрицательного сопротивления при достаточно больших электродах должен развиваться разряд, неоднородный в поперечном направлении, который описывается нелинейным уравнением (4.11). Ниже рассматриваются стационарные решения этого уравнения. При $\partial/\partial t = 0$ из (4.11) следует:

$$\Delta_{\perp} I = - \frac{d\Phi(I)}{dI}, \quad \Phi(I) = \int \frac{F(U, I) - \varepsilon}{A(I)\varepsilon(I)} dI \quad (5.5)$$

Экстремумы функции $\Phi(I)$ соответствуют точкам вольт-амперной характеристики (3.2), причем на верхней ветви ($I^{(2)}$) лежит максимум, а на нижней $I^{(1)}$ — минимум (фиг. 3).

В одномерном случае (5.5) имеет вид уравнения движения точки в потенциальном поле $\Phi(I)$. Оно имеет особенность типа «центр» при $r_d < 0$ и типа «седло» при $r_d > 0$. Таким образом, после перехода через точку поворота вольт-амперной характеристики, когда однородное состояние становится неустойчивым, возможно установление нового стационарного состояния одного из двух видов:

1) на однородном фоне разряда с плотностью тока $I = I^{(2)}$ возникает широкий участок с пониженной плотностью тока («солитон гашения», соответствующий сепаратриссе на фазовой плоскости), причем ток в минимуме ($I^{(3)}$) оказывается меньше, чем ток ($I^{(1)}$) нижней ветви вольт-амперной характеристики (при данном U);

2) плотность тока колеблется вдоль электродов вокруг значения $I^{(1)}$, так что появляется поперечная периодическая структура разряда.

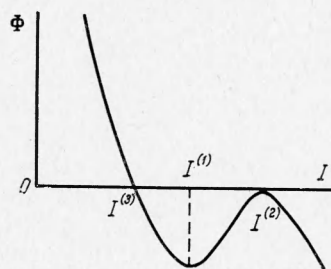
Для малых возмущений решение типа солитона имеет следующий вид:

$$I = I^{(2)} - (I^{(2)} - I^{(3)}) \operatorname{sch}^2(y/\Delta) \quad (5.6)$$

где

$$I^{(2)} - I^{(3)} = \frac{3}{2} I^3 (1 - I) \frac{f+g}{a} r_d \Big|_{I=I^{(2)}} \quad (5.7)$$

$$\Delta = \frac{8}{\pi} l \left[\frac{F(I)A(I)}{f+g} \ln\left(\frac{4}{\pi\delta}\right) \frac{1}{r_d} \right]^{1/2} \Big|_{I=I^{(2)}} \gg l \quad (5.8)$$



Фиг. 3

Хотя выше было рассмотрено только одномерное решение, можно надеяться, что и цилиндрически-симметричное решение будет иметь аналогичный характер. Устойчивость этих новых стационарных состояний еще необходимо исследовать.

Возможно, что образование шнуров, экспериментально наблюдаемых при гашении разряда [7], и периодическая поперечная структура разряда, сообщение о которой имеется в [6], есть результаты развития рассмотренной выше неустойчивости.

Поступила 8 VI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич А. В. О температуре электронов в плазме в переменном электрическом поле. ЖЭТФ, 1958, т. 35, вып. 2.
2. Кадомцев Б. Б. Гидромагнитная неустойчивость плазмы. Сб. «Вопросы теории плазмы», т. 2. М., Атомиздат, 1963.
3. Волков А. Ф., Коган Ш. М. О возникновении неоднородного распределения тока в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью. ЖЭТФ, 1967, т. 52, вып. 6.
4. Стаханов И. П., Касиков И. И. О вольт-амперных характеристиках низковольтного дугового разряда. Ж. техн. физ., 1969, т. 39, вып. 8.
5. Жеребцов В. А., Стаханов И. П. Об устойчивости низковольтного дугового разряда. Ж. техн. физ., 1970, т. 40, вып. 12.
6. Дербилдов В. И., Каретников Д. В., Косырева Н. П., Настоящий А. Ф., Турундаевский В. Б. О развитии низковольтной дуги в термоэмиссионном диоде с протяженными электродами. Сб. «Термоэмиссионное преобразование энергии», М., ВНИИТ, 1969.
7. Дюжев Г. А., Марциновский А. М., Пикус Г. Е., Сонин Э. Б., Юрьев В. Г. Некоторые особенности вольт-амперных характеристик термоэмиссионных преобразователей в дуговом режиме. Ж. техн. физ., 1967, т. 37, вып. 10.