давлении кислорода более 0,4 атм срыв теплового равновесия переводит конгломерат в режим интенсивного (самоподдерживающегося) горения.

Поступила в редакцию
31/V 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Гуревич, Е. С. Озеров, С. А. Чивилихин. ФГВ, 1972, 8, 4.
2. В. Г. Шевчук, А. Н. Золотко. В сб. «Физика аэродисперсных систем». № 10, 1974.
3. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
4. Б. И. Хайкин, В. Н. Блошенко, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1970, 5, 4.
5. G. Mohan, F. A. Williams. AIAA J. 1972, 10, 6.
6. Merril K. King. Combustion Science and Technology, 1972, 5.

УДК 536.46

О ФРОНТАЛЬНОМ ГОРЕНИИ В СЛАБОИНТЕНСИВНОМ КРУПНОМАСШТАБНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ[1]

В. Н. Вилюнов, И. Г. Дик

(Томск)

При масштабах турбулентных пульсаций L, намного больших толщины ламинарного пламени δ, увеличение скорости движения реакционной зоны можно в первом приближении отнести за счет прироста поверхности горения. В предельном случае $L/\delta\to\infty$ картина явления не должна зависеть от теплопроводности, однако если коэффициент теплопроводности $a\to 0$, то одновременно функция тепловыделения Φ приобретает бесконечное значение в узкой зоне, за пределами которой она ничтожна по своей величине. Такой подход дает возможность записать кинематические уравнения распространения фронта горения. Однако кинематика не способна учесть процессы перестройки тепловых полей, происходящих в статистически деформируемом пламени. Влияние таких нестационарных процессов тем существеннее, чем меньше отношение характерного времени гидродинамического моля $\tau_1=L/u'$ к времени тепловой релаксации в пламени $\tau_0=a/u_n^2$, где u' и u_n — пульсация скорости потока и нормальная скорость пламени. Нестационарные процессы в среднем увеличивают скорость горения и должны быть учтены во втором приближении.

1. Если турбулентные пульсации представлены своей низкочастотной и крупномасштабной частью спектра $\tau_1>\tau_0$, $L>\delta$, то постановка задачи о скорости турбулентного горения, которая принадлежит Я. Б. Зельдовичу [2], сводится к следующему. Задано поле скоростей турбулентности $\vec{V}(x, y, z, t)$, где существует истинная (неусредненная) поверхность пламени $F(x, y, z, t)=0$, которая разделяет две фазы: свежую (α) и сгоревшую (β). Поверхность $F=0$ в каждой точке перемещается относительно сгоревшего газа с нормальной скоростью u_n. Предполагается, что при любой начальной форме поверхности при $t\to\infty$ она

---

[1] Статья является изложением докладов на Третьей научной конференции по математике и механике ТГУ [1] и Всесоюзной школе-семинаре по теории горения.

принимает некую форму (в среднем стационарную) и эта форма распространяется со скоростью u_t, которая подлежит определению.

В такой постановке существенно, что нормальная скорость $u_n \neq 0$. Если принять, что $u_n = 0$, то происходит лишь диффузия между (α) и (β); область, где есть (α) и (β), расширяется как $\sqrt{t}$ в обе стороны, т. е. при $t \to \infty$ никакого движения усредненной поверхности нет. Именно u_n, направленное от (β) к (α), создает асимметрию между ними, благодаря чему усредненная поверхность тоже движется от (β)) к (α). Поэтому при любом поле турбулентной скорости $V(x, y, z, t)$ нельзя вычислять u_t, пренебрегая нормальной скоростью, при $u_n = 0$ исчезает явление.

Рассмотрим для простоты двумерный случай. Пусть уравнение поверхности пламени удовлетворяет уравнению

$$F(x, y, t) = 0. \tag{1.1}$$

В системе координат, связанной с движущимся газом, кинематическое уравнение распространения поверхности разрыва имеет вид

$$\frac{\partial F}{\partial t} = u_n \sqrt{\left(\frac{\partial F}{dx}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2}. \tag{1.2}$$

Отношение

$$\frac{\partial F}{\partial t} \Big/ \frac{\partial F}{\partial x} = u \tag{1.3}$$

имеет смысл мгновенной скорости продвижения поверхности в направлении оси x. Осреднение по времени (1.3) даст скорость турбулентного горения газа

$$u_t = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \frac{\partial F}{\partial t'} \Big/ \frac{\partial F}{\partial x}\, dt'. \tag{1.4}$$

Если в первом приближении допустить, что $u_n = \text{const}$, то задача приобретает чисто кинематический характер. Следует отметить, что принятый подход эквивалентен применению принципа Гюи-Михельсона, если выбранное здесь среднее u_t по времени для данного участка фронта равно осредненному значению u_t вдоль оси y, перпендикулярной направлению движения пламени для некоторого момента времени. Действительно комплекс $\sqrt{1 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 \Big/ \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2}$ есть относительное увеличение поверхности пламени. Если $u_n = 0$, то $u_t = 0$ и поверхность пассивно движется вместе с газом.

Турбулентное поле скоростей можно учесть, записав (1.2) в неподвижной системе координат

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{V} \operatorname{grad} F = u_n |\operatorname{grad} F|. \tag{1.5}$$

Выражение (1.4) дает в этом случае скорость пламени относительно неподвижного наблюдателя. Составляющие вектора $\vec{V}$ вдоль осей x, y функций $v_1(x, y, t)$ и $v_2(x, y, t)$ в предположении несжимаемости удовлетворяют уравнению неразрывности (влияние теплового расширения не рассмотрено)

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0. \tag{1.6}$$

Если известна хотя бы одна компонента, например $v_1(x, y, t)$, то, задавая некоторую начальную форму поверхности, можно провести расчеты нелинейного уравнения (1.5) и вычислить u_t.

Следует заметить, что начальные условия для (1.5) в силу хаотичности потока не должны оказывать влияния на скорость пламени u_t. С другой стороны, в силу (1.4) достаточно знать лишь отношение сосоответствующих производных. Выражение для u получается непосредственно из (1.5)

$$u=u_n\sqrt{1+\psi^2}-v_1-v_2\psi. \tag{1.7}$$

Здесь кроме u, введено обозначение $\psi=\frac{\partial F}{\partial y}\Big/\frac{\partial F}{\partial x}$, имеющее смысл тангенса угла наклона к оси y. При $\psi=0$ (плоское пламя)

$$u=u_n-v_1. \tag{1.8}$$

Введем переменные Монжа

$$f=\frac{\partial F}{\partial t};\quad p=\frac{\partial F}{\partial x};\quad q=\frac{\partial F}{\partial y}$$

и выпишем проекции интегральной поверхности (1.5) на плоскости переменных f, p, q

$$\frac{df}{p\varphi_1+q\varphi_2}=\frac{dp}{p\varphi_3+q\varphi_4}=\frac{dq}{p\varphi_5+q\varphi_6}, \tag{1.9}$$

где φ_i — соответствующие производные от функции:

$$\varphi_1=\frac{\partial v_1}{\partial t};\quad \varphi_2=\frac{\partial v_2}{\partial t};\quad \varphi_3=\frac{\partial v_1}{\partial x};\quad \varphi_4=\frac{\partial v_2}{\partial x};\quad \varphi_5=\frac{\partial v_1}{\partial y};\quad \varphi_6=\frac{\partial v_2}{\partial y}.$$

В силу равенств

$$f=pu;\quad q=p\psi$$

$$\frac{df}{dp}=u+p\frac{du}{dp};\quad \frac{dq}{dp}=\psi+p\frac{d\psi}{dp},$$

тогда, используя (1.9) и соотношения между введенными обозначениями, получим

$$\frac{du}{d\psi}\left[\frac{\varphi_1+\psi\varphi_2}{\varphi_3+\psi\varphi_4}-u\right]\left[\frac{\varphi_5+\psi\varphi_6}{\varphi_3+\psi\varphi_4}-\psi\right]^{-1}. \tag{1.10}$$

Дифференциальное уравнение не может быть проинтегрировано в общем виде, так как функции φ_i есть функции от u, ψ.

В наиболее простом случае сдвигового потока имеем

$$v_2=0;\quad \varphi_2=\varphi_4=\varphi_6=\varphi_3=0.$$

Равенство $\varphi_3=0$ вытекает из (1.6). Теперь с учетом (1.8)

$$u=\int\limits_0^{\psi}\frac{\varphi_1}{\varphi_5}\,d\psi+u_n-v_1. \tag{1.11}$$

Из-под интеграла выносится некоторое среднее значение φ_1/φ_5, которое аппроксимируем, используя параметры турбулентной пульсации

$$\langle\varphi_1/\varphi_5\rangle\approx BL/\tau_1\approx Bu'. \tag{1.12}$$

Здесь и дальше для краткости $u' = \sqrt{\overline{u'^2}}$, B — коэффициент порядка единицы. Из (1.11) и (1.7) с использованием (1.12) получим

$$\psi = 2\frac{Bu'/u_n}{1-(Bu'/u_n)^2}. \qquad (1.13)$$

Заметим, что аппроксимация производных φ_1 и φ_5 из (1.12) в сущности равнозначна осреднению гидродинамического поля. Поэтому с учетом (1.13) (в системе, связанной с движущимся газом) получим формулу

$$\frac{u_t}{u_n} = \frac{1+(Bu'/u_n)^2}{1-(Bu'/u_n)^2}. \qquad (1.14)$$

В частности, из (1.14) с точностью до членов $\left(\frac{u'}{u_n}\right)^4$ следует аналог формулы Таккера (цит. по [3])

$$\frac{u_t}{u_n} = 1 + (Bu'/u_n)^2.$$

(У Таккера B зависит от теплоты реакции Q таким образом, что при $Q \longrightarrow 0$ $B \longrightarrow \infty$ и вряд ли физически объяснимо.)

Другое (эквивалентное) приближение

$$\frac{u_t}{u_n} = \sqrt{1+4B^2\left(\frac{u'}{u_n}\right)^2} \qquad (1.15)$$

получается, когда ψ берется из (1.13)

$$\psi = 2\frac{Bu'}{u_n}. \qquad (1.16)$$

Выражение (1.15) — результат К. И. Щелкина. Иной путь его получения дан в [4].

Таким образом в рассмотренном простом случае получены известные зависимости u_t от u', которые выводились из простых геометрических и кинематических оценок. В перспективе примененный здесь способ может оказаться более плодотворным при изучении пламени в неодномерном турбулентном поле скоростей, где построение гипотез о поведении пламени затруднительно.

Следует отметить, что в некотором роде подобная постановка задачи осуществлялась в [5], но целый ряд неоправданных допущений (укажем, например, на осуществленное там разложение корня в уравнении типа (1.7), введение априорной гипотезы о характере статистики поверхности и т. д.) привело к сомнительному результату, так что пришлось сформулировать специальное предположение о соотношении L, τ_1 и u' или u_n для разных u'/u_n. Окончательный результат работы

$$u_t/u' = 1 + \frac{1}{32}(u'/u_n)^{6/5}$$

отличается от полученного выше.

2. Кинематическая постановка задачи, естественно, не может затронуть вопрос о влиянии на процесс горения структуры пламени, ибо из поля зрения выпали характерные масштабы δ и L.

При $L \gg \delta$ участок пламени вместе с зоной подогрева увлекается пульсацией как целое, практически не перестраивая своей структуры. Если же это неравенство не очень глубокое, то «нормальный» профиль температуры деформируется за счет нестационарных конвективных потоков тепла тем сильней, чем больше отношение τ_0/τ_1. Горение в локальной области приобретает нестационарный характер. Считать $u_n = \mathrm{const}$ нельзя.

Имея в виду случай равенства коэффициентов переноса тепла и массы $a = D$, рассмотрим лишь уравнение энергии

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V}\,\mathrm{grad}\,T = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \Phi(T). \tag{2.1}$$

Левые части (2.1) и (1.5) тождественны. Естественно за рассматриваемую поверхность взять некоторую изотерму в пламени $T_1 = \mathrm{const}$. Теперь уравнение поверхности представится в виде

$$F(x, y, t) = T_1 - T(x, y, t) = 0.$$

Из (2.1) и (1.5) сконструируем уравнение

$$u_n |\,\mathrm{grad}\,T| = a\nabla^2 T + \Phi(T), \tag{2.2}$$

которое для нормальной скорости изотермы относительно среды по форме отличается от того, каким оно было получено (по-видимому, впервые) в [6]. Показать эквивалентность этих результатов пока не удалось. Отметим, что (2.2) имеет простой смысл: u_n по величине должна быть такой, чтобы конвективный поток тепла компенсировал перенос тепла кондукцией и выделение его химическим источником.

Совершим переход к угловой функции

$$\psi = \frac{\partial T}{\partial y} \Big/ \frac{\partial T}{\partial x}$$

так что

$$|\mathrm{grad}\,T| = \frac{\partial T}{\partial x}\sqrt{1 + \psi^2}.$$

Аналогично преобразуется лапласиан

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial x_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(\psi \frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\left\{1 + \psi^2 + \left[\psi \frac{\partial T}{\partial x} \Big/ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right]\frac{\partial \psi}{\partial x}\right\}.$$

Здесь x_1 и y_1 принадлежат изотерме, поэтому $\frac{dx_1}{dy_1} = \psi$. Отношение

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big/ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = l_0,$$

где l_0 по порядку величины равна δ, может характеризовать тепловой масштаб пламени. Для профиля Михельсона это постоянная величина; в более общем случае выберем некоторое среднее значение.

После приведенных преобразований вместо (2.2) будем иметь

$$u_n\sqrt{1 + \psi^2}\,\frac{\partial T}{\partial x} = a\left(1 + \psi^2 + l_0\psi\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \Phi(T). \tag{2.3}$$

Если ψ вниз по потоку не меняется, то вследствие пространственной инвариантности уравнения для стационарного пламени скорость пламени неизменна. Нестационарность пламени здесь связана с тем, что для фиксированного элемента пламени вместе с

$$a_1 = a\left(1 + \psi^2 + l_0\psi\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)$$

непрерывно (и хаотично) меняются условия теплообмена, что оказывает влияние на u_n и связанную с ней величину

$$u_1 = u_n\sqrt{1 + \psi^2}.$$

Снабжая псевдоодномерное и стационарное уравнение, вытекающее из (2.3)

$$u_1 \frac{\partial T}{\partial x} = a_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \Phi(T), \tag{2.4}$$

обычными условиями отсутствия тепловых потоков вдали от зоны горения, и задавая температуру исходной смеси T_-, которая вместе с теплотой реакции Q и удельной теплоемкостью определяет температуру продуктов горения T_+ в адиабатическом случае, получим формально классическую постановку задачи о скорости горения газа.

Будем считать, что и в слабоискривленном фронте пламени скорость движения изотермы отвечает закономерности $u_1 \sim \sqrt{a_1/t_1}$. Здесь t_1 — характерное время химической реакции, зависящее лишь от температуры, отвечающей данной изотерме. Тогда

$$\frac{u_1}{u_n} = \sqrt{\frac{a_1}{a}}.$$

Заметим, что если за линию пламени взять, например, линию, где наблюдается максимум тепловыделения, то эта линия в нестационарном пламени будет связана с различными изотермами, и тогда t_1, конечно, считать постоянным нельзя. Предполагаем, что статистически оба подхода эквивалентны. Выражение для u_1 будет

$$u_1 = u_n \sqrt{1 + \psi^2 + l_0 \psi \frac{\partial \psi}{\partial x}}. \tag{2.5}$$

Переход от u_1 к u_t осуществляется подстановкой в (2.5) вместо ψ ее некоторого среднего значения. Например, рассматривая (1.13), (1.14) как первое приближение, можно принять $\psi \sim u'/u_n$, соответственно $\frac{\partial \psi}{\partial x} \sim u'/Lu_n$. Тогда формула турбулентной скорости горения газов примет вид

$$u_t = u_n \sqrt{1 + 4B^2 \left(\frac{u'}{u_n}\right)^2 + 4B^2 \left(\frac{l_0}{L} \cdot \frac{u'}{u_n}\right) \frac{u'}{u_n}}. \tag{2.6}$$

В последнем слагаемом под радикалом нетрудно выделить параметр Коважного—Климова [5, 6], (так как $l_0 \approx \delta$)

$$\Gamma = \tau_0/\tau_1 = \frac{l_0}{u_n} \Big/ \frac{L}{u'}, \tag{2.7}$$

который указывает на степень нестационарности процессов в пламени, что соответствует работам [7, 8].

Полученный результат (2.6) при изотропной турбулентности нетрудно распространить на трехмерный случай. При этом множители перед слагаемыми $\sim \left(\frac{u'}{u_n}\right)^2$ увеличатся вдвое. Действительно, для трехмерного случая нужно ввести дополнительную функцию $\theta = \frac{\partial F}{\partial z} \Big/ \frac{\partial F}{\partial x}$, которая для изотропной турбулентности статистически равна ψ. Поэтому $a_1 = a\left(1 + 2\psi^2 + 2l_0 \psi \frac{\partial \psi}{\partial x}\right)$ и $u_1 = u_n \sqrt{1 + 2\psi^2}$.

Разумеется, формальное сравнение (2.4) со стационарным уравнением пламени нестрого. Например, согласно [6], имеется определенная корреляция между a_1 и $\partial^2 T/\partial \bar{x}^2$. Поэтому результат (2.6) следует рассматривать как оценочный.

Следует отметить различие между методом учета здесь непостоянства нормальной скорости горения от феноменологического подхода

Маркштейна, предположившего зависимость u_n от кривизны фронта. Если кривизна сохраняется, то, по Маркштейну, скорость горения неизменна. В данной работе использовались нестационарные уравнения, скорость горения меняется за счет изменения угла наклона в пламени к направлению движения. Такой поворот участка пламени в турбулентном потоке происходит в нестационарных условиях, т. е. непрерывно меняются условия теплообмена. И если за фронт пламени принять линию наибольшего тепловыделения, то максимум скорости реакции все время колеблется. Так что поправка Маркштейна отражает либо колебания скорости реакции, либо колебания скорости теплообмена. В работе [9] за основу поправки бралось первое из указанных обстоятельств, в настоящей работе — второе, что статистически дает одинаковый результат.

Вопросы обратного воздействия пламени на поток не рассматривались.

В заключение авторы благодарят акад. Я. Б. Зельдовича за постановку задачи.

Поступила в редакцию
26/III 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Вилюнов, И. Г. Дик. Тез. докл. III научной конференции по математике и механике. Томск, Изд-во ТГУ, 1973.
2. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. Курс теории горения, детонации и взрыва. Ч. II. М., ММИ, 1947.
3. Ф. А. Вильямс. Теория горения. М., «Наука», 1971.
4. К. И. Щелкин, К. Я. Трошин. Газодинамика горения. М., Изд-во АН СССР, 1963.
5. J. M. Richardson. Proc. aerothermochemistry gasdinamics sump., Nothwestern Univ., Evanston, 1956.
6. А. М. Климов. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
7. L. S. Kovasznay. Yet Prop., 1956, 26, 6.
8. А. М. Климов. ПМТФ, 1963, 3.
9. Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович, А. Г. Истратов. ПМТФ, 1962, 4.

УДК 662.612.63

ВЛИЯНИЕ ДИАМЕТРА НА ГОРЕНИЕ РАСТИТЕЛЬНЫХ ЧАСТИЦ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Э. В. Конев, Е. К. Кисиляхов

(Красноярск)

Известно, что закономерности теплообмена существенно и определенным образом зависят от формы и размеров участвующих в теплообмене тел (см., например, [1]). Это обстоятельство может быть использовано для изучения процесса горения растительности, в частности, для выяснения режима теплообмена (пленочный, ламинарный, турбулентный) между факелом пламени и горючим материалом. С этой целью были проведены опыты на растительных частицах круглой цилиндрической формы (веточках) при различных диаметрах. Выбор был обусловлен тем, что закономерности теплообмена для частиц такой формы более или менее хорошо изучены, с одной стороны, и что частицы цилиндрической формы широко представлены в природе — с другой.