

справа, до которой коэффициенты переноса $\lambda(\xi)$, $\mu(\xi)$, $k_{m,i}(\xi)$, $\varphi_{i,j}(\xi)$ необходимо вычислить в заданных приближениях ξ , чтобы обеспечить вычисление эффективных коэффициентов в уравнениях переноса с точностью не хуже $\sim 5\%$ (аргументы (в круглых скобках) коэффициентов указывают номер приближения ξ). Как видно из номограммы, для частично ионизованного воздуха все без исключения коэффициенты переноса необходимо рассчитывать в высших приближениях, начиная только с области V.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колесников А. Ф., Тирский Г. А. Уравнения гидродинамики для частично ионизованных многокомпонентных смесей газов с коэффициентами переноса в высших приближениях.— В кн.: Молекулярная газодинамика. М.: Наука, 1982.
2. Васильевский С. А., Соколова И. А., Тирский Г. А. Точные уравнения и коэффициенты переноса для многокомпонентной смеси газов и частично ионизованной плазмы.— ПМТФ, 1984, № 4.
3. Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. М.: Мнр, 1967.
4. Von R. Haase. Zur Thermodynamik der irreversibler Prozess. III.—Z. Naturforsch., 1953, N 8a.
5. Von J. Meixner. Zur Theorie der Wärmeleitfähigkeit reagierender fluider Mischungen.— Z. Naturforsch., 1953, N 7a.
6. Hirschfelder J. O. Heat transfer in chemical reaction mixtures.— J. Chem. Phys., 1957, v. 26, N 2.
7. Brokaw R. S. Thermal conductivity of gas mixtures in chemical equilibrium. 2.— J. Chem. Phys., 1960, v. 32, N 4.
8. Butler J. N., Brokaw R. S. Thermal conductivity of gas mixtures in chemical equilibrium.— J. Chem. Phys., 1957, v. 26, N 6.
9. Кринберг И. А. Влияние реакций ионизации на теплопроводность плазмы.— ТВТ, 1965, т. 3, № 6.
10. Лучина А. А. Влияние химических реакций на теплопроводность и диффузионные потоки в плазме.— ИФЖ, 1975, т. 29, № 4.
11. Тирский Г. А. Метод последовательных приближений для интегрирования ламнарного пограничного слоя с химическими реакциями, включая реакции ионизации. Отчет Ин-та механики МГУ, № 1016, 1969.
12. Сулов О. Н., Тирский Г. А., Щенников В. В. Описание химически равновесных течений многокомпонентных ионизованных смесей в рамках уравнений Навье — Стокса и Прандтля.— ПМТФ, 1974, № 1.
13. Герасимов Г. Я. Явления переноса в диссоциирующем газе.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4.
14. Герасимов Г. Я. Явления переноса в частично ионизованном газе с учетом реакции ионизации.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 3.
15. Людвиг Г., Хейль М. Теория пограничного слоя с диссоциацией и ионизацией.— В кн.: Проблемы механики. М.: ИЛ, 1963, вып. 4.
16. Тирский Г. А. Гидродинамическое описание химически равновесных течений частично ионизованных неидеальных смесей газов.— В кн.: Некоторые вопросы механики сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978.
17. Казейкин С. Н. Расчет термодинамических и переносных свойств высокотемпературного воздуха. Препринт ИПМ АН СССР, № 108, 1978.
18. Сулов О. М. Многокомпонентная диффузия и теплообмен при обтекании тела химически равновесным ионизованным газом.— ПМТФ, 1972, № 3.
19. Васильевский С. А., Ефимова Л. Г. и др. Расчет коэффициентов переноса в многокомпонентной плазме в высших приближениях. Эффект разделения элементов в химически и ионизационно равновесной плазме. Отчет Ин-та механики МГУ, № 2427, 1980.

Поступила 27/IX 1984 г.

УДК 537.622:537.84

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТЕЙЛОРОВСКУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЯХ

А. Н. Вислович, В. А. Новиков, А. К. Синицын

(Минск)

При движении магнитной жидкости в магнитном поле вектор намагничивания отклоняется от равновесной ориентации, направленной вдоль поля. Взаимодействием неравновесной составляющей намагниченности с внешним магнитным полем обусловлен целый ряд гидродинамических эффектов, которые систематически рассмотрены,

например, в [1]. В частности, этот механизм оказывает существенное влияние на гидродинамическую устойчивость сдвиговых течений. Так, в [2, 3] показано, что при плоскопараллельном Пуазейлевском и Куэттовском течениях в однородном магнитном поле имеются специфические гидродинамические неустойчивости, определяющие параметры которых — величина и ориентация поля.

В данной работе исследуется влияние магнитного поля на устойчивость Куэттовского течения между вращающимися цилиндрами в приближении узкого зазора. Определяющий механизм неустойчивости — классический тейлоровский механизм. Выбор ориентации поля при формулировке задачи обусловлен конструктивными особенностями магнитоожидкостных уплотнений вращающихся валов, где реализуется Куэттовское течение в узком зазоре. Расширение области применения магнитоожидкостных герметизаторов в значительной степени связано с повышением предельно допустимых значений скоростей вращения валов. Однако конструирование высокоскоростных уплотнений представляет сложную техническую проблему. Такие явления, как выброс магнитной жидкости из уплотняемого зазора центробежными силами, разогрев жидкости диссипативными тепловыделениями, ограничивают допустимые скорости вращения валов [4]. Кроме того, по мнению авторов [5], на характеристики уплотнений оказывают влияние неустойчивости кругового движения жидкости в зазоре, в частности тейлоровская неустойчивость. Согласно классической теории, вихри Тейлора возникают, когда модифицированное число Рейнольдса достигает 41,17 [6]. При ширине зазора $\Delta r \sim 0,2$ мм, диаметре вала $r \sim 20$ мм, коэффициенте кинематической вязкости $\eta/\rho \sim 3 \cdot 10^{-5}$ м/с² линейная скорость движения поверхности вала в момент возникновения неустойчивости порядка 60 м/с. Диссипативный разогрев снижает пороговое число Рейнольдса [7] и пороговое значение линейной скорости для приведенной выше оценки до 25 м/с. При скоростях такого порядка в экспериментах [5] наблюдаются кризисные изменения момента трения и потерь мощности. В связи с этим изучение устойчивости Куэттовского течения магнитной жидкости представляет практический интерес.

Уравнение движения несжимаемой магнитной жидкости имеет вид [1, 8]

$$(1) \quad \rho \dot{\mathbf{v}} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v} + \mu_0 M_0 \nabla H + \mathbf{F}.$$

Здесь H — напряженность поля; $M_0(H, T)$ — равновесная намагниченность;

$$(2) \quad \mathbf{F} = \mu_0 \nabla \times (\mathbf{M}' \times \mathbf{H})/2 + \mu_0 (\mathbf{M}' \cdot \nabla) \mathbf{H}$$

— объемная сила, обусловленная динамическим взаимодействием жидкости с полем. Отклонение намагниченности \mathbf{M} от равновесного значения $M_0 \mathbf{e}$ ($\mathbf{e} = \mathbf{H}/H$) определяется уравнением

$$(3) \quad \mathbf{M}' = \mathbf{M} - M_0 \mathbf{e} = -\kappa_{\parallel} H \mathbf{e} - \kappa_{\perp} H (\mathbf{e} - \Omega \times \mathbf{e}),$$

где $\Omega = \nabla \times \mathbf{v}/2$; $\kappa_{\parallel} = \kappa_{\parallel}(H, T)$, $\kappa_{\perp} = \kappa_{\perp}(H, T)$ — коэффициенты динамической восприимчивости магнитной жидкости. Уравнения (1)–(3) необходимо дополнить уравнениями неразрывности и магнитостатики:

$$(4) \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{H} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}).$$

Граничные условия запишем в виде

$$(5) \quad \mathbf{v}|_{r=r_1} = v_1 \mathbf{i}_{\varphi} = \omega_1 r_1 \mathbf{i}_{\varphi}, \quad \mathbf{v}|_{r=r_2} = v_2 \mathbf{i}_{\varphi} = \omega_2 r_2 \mathbf{i}_{\varphi},$$

где r — радиальная координата; \mathbf{i}_{φ} — азимутальный орт цилиндрической системы координат. Магнитное поле в зазоре обладает вращательной симметрией — в любой точке оно имеет только r - и z -компоненты, распределение которых не зависит от азимутальной координаты φ . Поскольку магнитный поток имеет радиальное направление, в качестве простейшей идеализации примем, что магнитное поле направлено только по радиусу. Распределение поля, удовлетворяющее уравнениям Максвелла (4), в пренебрежении полями, индуцированными жидкостью, в этом случае запишем в виде $H_r = H_{1r} r_1/r$, где H_{1r} — поле вблизи внутреннего цилиндра. Предусмотрим также возможность существования однородного поля, направленного вдоль оси цилиндров, что позволяет составить представление о влиянии на динамику уплотнения z -составляющей поля. Таким образом, в рамках сделанных предположений поле в уравнениях (1)–(3) следует считать известным:

$$(6) \quad \mathbf{H} = H_{1r}(r_1/r)\mathbf{i}_r + H_z\mathbf{i}_z.$$

Здесь \mathbf{i}_r , \mathbf{i}_z — единичные орты цилиндрической системы координат. В силу вращательной симметрии поля и граничных условий можно рассматривать движение жидкости с вращательной симметрией. Простейшее движение такого типа круговое: $v_\varphi^0 = v^0(r)$. В этом случае объемная сила (2) имеет только φ -компоненту, которую с учетом распределения поля (6) запишем как

$$F_\varphi = -\frac{\mu_0}{2} \frac{\partial}{\partial r} (\mathbf{M} \times \mathbf{H})_z - \frac{\mu_0}{r} (\mathbf{M} \times \mathbf{H})_z,$$

где $\mu_0 (\mathbf{M} \times \mathbf{H})_z = 2\eta_r e_r^2 \left(\frac{\partial v^0}{\partial r} - \frac{v^0}{r} \right)$; $\eta_r = \frac{1}{4} \mu_0 \kappa_\perp H^2$ — коэффициент вращательной вязкости. С учетом этих соотношений проекции уравнения (1) имеют вид

$$(7) \quad \rho \frac{\partial v^0}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \eta_e^0 \left(\frac{\partial v^0}{\partial r} - \frac{v^0}{r} \right) \right];$$

$$(8) \quad \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{r} \rho v^{02} - \frac{1}{r^2} \mu_0 M_0 H_{1r} r_1,$$

$$\text{где} \quad \eta_e^0 = \eta + \eta_r e_r^2.$$

Таким образом, влияние магнитного поля на круговое движение жидкости сводится к переопределению коэффициента вязкости. Эффективная вязкость η_e^0 изменяется по ширине зазора, поскольку изменяются r -составляющая единичного орта в направлении поля и величина поля:

$$e_r = H_{1r} r_1 / Hr, \quad H = \sqrt{H_{1r}^2 r_1^2 / r^2 + H_z^2}.$$

Как следует из (7), профиль установившегося течения описывается уравнением

$$(9) \quad \frac{v^0}{r} = B \int \frac{dr}{\eta_e^0 r^3} + A,$$

в котором постоянные A и B определяются из граничных условий (5). Взятие интеграла в (9) в общем случае затруднительно ввиду сложной зависимости эффективной вязкости от независимой переменной r , однако для некоторых частных случаев (9) можно представить в окончательном виде. Если в любой точке зазора выполняется условие «сильных» полей ($H \gg \gg 15$ кА/м), вращательная вязкость достигает насыщения и постоянна во всем объеме жидкости: $\eta_r = \eta_{rs} = \text{const}$. В этом случае в зазоре реализуется течение с профилем

$$\frac{v^0}{r} = \omega_1 + (\omega_2 - \omega_1) \frac{1 - r_1^2/r^2 + Sb [\ln(1+b) - \ln(r_1^2/r^2 + b)]}{1 - a^2 + Sb [\ln(1+b) - \ln(a^2 + b)]},$$

где $a = r_1/r_2$; $b = H_z^2 / [H_{1r}^2 (1 + S)]$; $S = \eta_{rs}/\eta$.

В «слабых» полях ($H \ll 15$ кА/м) постоянной величиной является коэффициент динамической восприимчивости $\kappa_\perp = \kappa_0 = \text{const}$. С учетом этого условия

$$\frac{v^0}{r} = \omega_1 + (\omega_2 - \omega_1) \frac{\ln(1+S) - \ln(1 + Sr_1^2/r^2)}{\ln(1+S) - \ln(1 + Sa^2)}, \quad S = \mu_0 \kappa_0 H_{1r}^2 / 4\eta.$$

Когда $\Delta r = r_2 - r_1 \ll r$, изменением величины поля, а следовательно, и вращательной вязкости в зазоре можно пренебречь. В «узком» зазоре, таким образом, при любой величине поля реализуется плоскопараллельное куэттовское течение

$$(10) \quad v^0 = (v_1 + v_2)/2 + (v_2 - v_1)(r - r_*)/\Delta r,$$

$$r_* = (r_1 + r_2)/2.$$

При некоторых скоростях вращения цилиндров в магнитной жидкости возможно возникновение более сложных течений жидкости с вращательной симметрией типа вихрей Тейлора. Выясним влияние поля на этот процесс. Рассмотрим развитие малых возмущений $v(r, z)$ на фоне кругового движения. Подставив в систему (1)–(3) решение в виде суперпозиции $v^0 \mathbf{i}_\varphi + \mathbf{v}$, после стандартной процедуры линеаризации получим систему уравнений для малых возмущений:

$$(11) \quad \rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \left(\frac{v^0}{r} + \frac{\partial v^0}{\partial r} \right) v_r \right] = \eta \left(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2} \right) + F_\varphi;$$

$$(12) \quad \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}_\perp}{\partial t} - \frac{2v^0}{r} \mathbf{i}_r \right) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v}_\perp + \mathbf{F}_\perp.$$

Уравнения (11), (12) представляют соответственно φ -проекцию и проекцию на $r-z$ -плоскость уравнения движения для возмущений $\mathbf{v}_\perp = v_r \mathbf{i}_r + v_z \mathbf{i}_z$, $v = v_\varphi$. Применив к уравнению (12) операцию $\nabla \times$, исключим давление:

$$(13) \quad \rho \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{v}_\perp) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{2v^0 v}{r} \right) \mathbf{i}_\varphi = \nabla^2 (\nabla \times \mathbf{v}_\perp) + \nabla \times \mathbf{F}_\perp.$$

Поскольку \mathbf{v}_\perp удовлетворяет уравнению неразрывности, его можно выразить через векторный потенциал $\mathbf{v}_\perp = \nabla \times (\psi \mathbf{i}_\varphi)$. Таким образом,

$$(14) \quad \nabla \times \mathbf{v}_\perp = \left(-\nabla^2 \psi + \frac{\psi}{r^2} \right) \mathbf{i}_\varphi, \quad v_r = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\psi).$$

В уплотнениях выполняется условие «узкого» зазора, поэтому в дальнейшем ограничимся рассмотрением только этого случая. Источники, обусловленные полем в уравнениях (11), (13), с точностью до членов порядка $\Delta r/r_*$ равны

$$F_\varphi = \eta_r (\mathbf{e} \cdot \nabla)^2 v = e_r \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + 2e_r e_z \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial z} + e_z^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad \nabla \times \mathbf{F}_\perp = -\eta_r \nabla^4 \psi \mathbf{i}_\varphi,$$

где η_r, e_r, e_z — постоянные величины. С учетом этих соотношений система (11), (13), (14) в том же приближении принимает вид

$$(15) \quad \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial v^0}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \eta \nabla^2 v + \eta_r (\mathbf{e} \cdot \nabla)^2 v;$$

$$(16) \quad \rho \frac{\partial}{\partial t} \nabla^4 \psi - \frac{2v^0}{r_*} \frac{\partial v}{\partial z} = (\eta + \eta_r) \nabla^4 \psi;$$

$$(17) \quad \bar{v}_r = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \bar{v}_z = \frac{\partial \psi}{\partial r}.$$

Здесь профиль невозмущенного движения v^0 определяется соотношением (10). Граничные условия следуют из условия исчезновения возмущений на границах слоя

$$(18) \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} \Big|_{r=r_1, r_2} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \Big|_{r=r_1, r_2} = v \Big|_{r=r_1, r_2} = 0.$$

Как видно из (15), (16), динамическое взаимодействие в данном случае приводит к анизотропии вязких сил. Вращательная вязкость по-разному влияет на $r-z$ - и азимутальную составляющие возмущения.

Решение системы (15), (16) ищем в виде нормальных возмущений, периодических вдоль оси цилиндров:

$$\{v, \psi\} = \{v_a(r), \psi_a(r)\} \exp(ikz - \sigma t).$$

Для амплитуд возмущений следует задача на собственные значения, которую приведем в безразмерном виде. В качестве единиц измерения выберем: для расстояний — полуширину зазора $\Delta r/2$, азимутальной составляющей

скорости — полуразность линейных скоростей цилиндров $(v_2 - v_1)/2$, функции тока — η/ρ , времени — $\rho\Delta r^2/4\eta$. В результате получим

$$(19) \quad -\sigma v_a - ik\psi_a = \nabla^2 v_a + S(\mathbf{e} \cdot \nabla)^2 v_a;$$

$$(20) \quad -\sigma \nabla^2 \psi_a - ik[(\text{Re}_2^2 - \text{Re}_1^2) + (\text{Re}_2 - \text{Re}_1)^2 y] v_a/16 = (1 + S)\nabla^4 \psi_a,$$

где $S = \frac{\eta_r}{\eta}$; $\text{Re}_1 = \frac{\rho v_1 \Delta r}{\eta} \sqrt{\frac{\Delta r}{r_*}}$; $\text{Re}_2 = \frac{\rho v_2 \Delta r}{\eta} \sqrt{\frac{\Delta r}{r_*}}$; $\nabla^2 = \frac{d^2}{dy^2} - k^2$;

$$(\mathbf{e} \cdot \nabla)^2 = e_r^2 \frac{d^2}{dy^2} + 2ike_r e_z \frac{d}{dy} - k^2 e_z^2; \quad y = \frac{2(r - r_*)}{\Delta r};$$

для безразмерных переменных, кроме радиальной координаты, используются такие же обозначения, как и для размерных. Начало отсчета безразмерной радиальной координаты y помещено в середину слоя. Граничные условия (18) в этом случае принимают вид

$$(21) \quad v = \psi = d\psi/dy = 0 \text{ при } y = \pm 1.$$

Влияние магнитного поля на спектр собственных значений σ задачи (19)–(21) определяется параметром S , зависящим от величины поля, и ориентацией поля $\alpha = \arctg(e_r/e_z)$ относительно оси цилиндров. В отсутствие поля ($S = 0$) задача описывает поведение возмущений в обычной вязкой жидкости.

Задача решалась методом Галеркина. В качестве набора базисных функций выбирался спектр двумерных возмущений в покоящемся плоскопараллельном слое обычной жидкости. Если положить в (19), (20) $\text{Re}_1 = \text{Re}_2 = S = 0$, для его определения следуют уравнения

$$(22) \quad \nabla^2 v^{(0)} = -\nu v^{(0)}, \quad \nabla^4 \psi^{(0)} = -\mu \psi^{(0)}.$$

Нормированные базисные функции удовлетворяют условиям ортогональности

$$\langle v_n^{(0)} v_l^{(0)} \rangle = \delta_{nl}, \quad \langle \psi_j^{(0)} \nabla^2 \psi_m^{(0)} \rangle = -\delta_{jm},$$

где δ_{nl} — символ Кронекера; $\langle (\dots) \rangle = \int_{-1}^1 (\dots) dy$; индексы принимают целочисленные положительные значения, соответствующие пронумерованным в порядке возрастания их величины собственным значениям ν_i, μ_i . Базис, определяемый уравнениями (21), (22), широко используется для решения задач динамики вязкой жидкости [9], а также задач феррогидродинамики [3, 2] и приведен, например, в [3]. Решение задачи представим в виде рядов

$$v = \sum_{n=0}^{N-1} A_n v_n^{(0)}, \quad \psi = \sum_{m=0}^{M-1} B_m \psi_m^{(0)}.$$

После подстановки этих соотношений в (19), (20) и скалярного умножения первого уравнения на $v_l^{(0)}$, а второго на $\psi_j^{(0)}$ с учетом условий ортогональности получим систему линейных однородных уравнений для определения коэффициентов разложения A_n, B_m :

$$(23) \quad [v_l(1 + S e_r^2) + S k^2(e_z^2 - e_r^2) - \sigma] A_l - \\ - 2ike_r e_z \sum_n \langle v_n^{(0)} v_l \rangle A_n - ik \sum_m \langle \psi_m v_l \rangle B_m = 0, \\ \sum_n \langle [(\text{Re}_2^2 - \text{Re}_1^2) + (\text{Re}_2 - \text{Re}_1) y] ik v_n \psi_j \rangle + [(1 + S)\mu_j - \sigma] B_j = 0.$$

Собственные значения σ матрицы коэффициентов однородной системы уравнений (23) определялись численно методом Гринстада [10]. Собственный вектор, отвечающий собственному значению с минимальной действительной частью, находился методом обратных итераций [11]. Расчеты

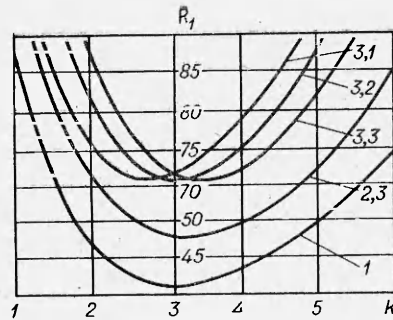


Рис. 1

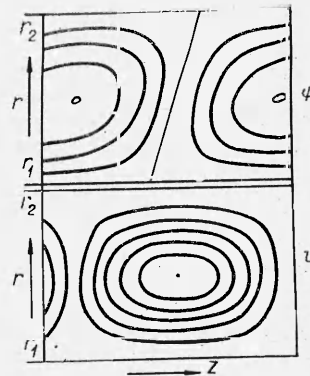


Рис. 2

проводились для $M = N = 4$, что дает погрешность в определении минимального собственного значения, не превышающую 3%; точность определялась путем сравнения с контрольными расчетами при $M = N = 8$, когда увеличение числа базисных функций практически не влияет на нижнее собственное значение.

Обсудим результаты численного исследования для случая, когда внешний цилиндр покоится, т. е. $Re_2 = 0$. При увеличении Re_1 действительная часть минимального по модулю собственного значения уменьшится и при некотором значении $Re_1 = R_1(\alpha, S, k)$ меняет знак, что свидетельствует о неустойчивости течения. При этом, если $\alpha \neq 0, 90^\circ$, мнимая часть неустойчивой моды отличается от нуля. Таким образом, в наклонном магнитном поле тейлоровская неустойчивость носит колебательный характер. В чисто радиальном и осевом полях ($\alpha = 0, 90^\circ$) декременты нейтральных возмущений действительны. В этом случае неустойчивость, как и в отсутствие поля, носит монотонный характер. На рис. 1 приведены нейтральные кривые $R_1(k)$ для S и α (цифры 1—3 слева соответствуют $S = 0; 0,2; 1$, а справа — $\alpha = 0; 45; 90^\circ$). Координаты минимума на этих кривых представляют пороговое число Рейнольдса R_{1*} и волновое число k_* порогового возмущения.

Исследование влияния поля на пороговые характеристики проводилось в диапазоне параметров $0 < S < 1$, $-90 < \alpha < 90^\circ$. Из рис. 1 видно, что R_{1*} практически не зависит от ориентации поля и с высокой степенью точности может быть аппроксимировано соотношением $\tilde{R}_{1*} = 41,17 + 30 S$, которое представим в виде

$$\tilde{R}_{1*} = \frac{R_{1*}}{1 + 0,73S} - \frac{\rho v_1 \Delta r}{\eta + 0,73\eta_r} \sqrt{\frac{\Delta r}{r_*}} = 41,17.$$

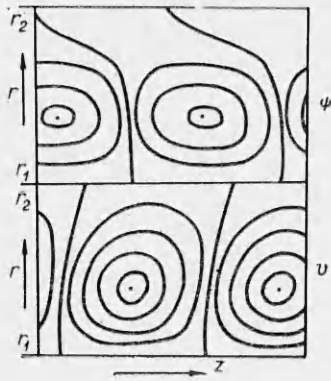
Отсюда следует, что порог неустойчивости может быть определен при помощи перенормированного числа Рейнольдса \tilde{R}_{1*} , которое в поле произвольной величины и ориентации имеет фиксированное значение. Перенормировка осуществляется использованием вместо коэффициента динамической вязкости некоторой эффективной вязкости

$$(24) \quad \eta_e = \eta + 0,73\eta_r,$$

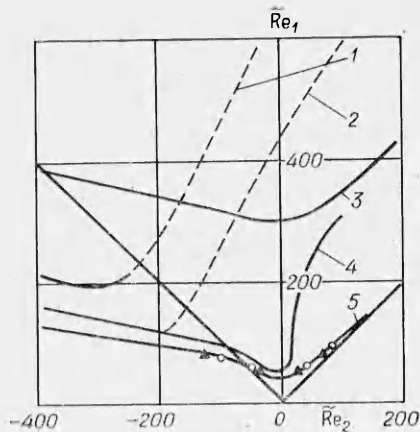
зависящей только от величины поля и не зависящей от его ориентации. Она отличается от эффективной вязкости η_e^0 , определяющей диссипацию энергии в зазоре в режиме кругового течения. Зависимость порогового волнового числа от характеристик поля можно описать соотношением

$$k_* = 3,18 - 0,5S \cos 2\alpha.$$

Если направление поля приближается к осевому, пороговая длина волны $\lambda_* = 2\pi/k_*$ увеличивается. Радиальное поле приводит к уменьшению λ_* . При $\alpha = 45^\circ$ поле не изменяет длину волны возмущения. Если использо-



Р и с. 3



Р и с. 4

вать перенормированное волновое число $\tilde{k} = k/(1 - 0,16 S \cos 2\alpha)$, неустойчивость можно описать универсальной нейтральной кривой $\tilde{R}_1(\tilde{k})$, вид которой не зависит от характеристик поля и совпадает с нейтральной кривой неустойчивости в обычной вязкой жидкости (кривая 1 на рис. 1).

В наклонном поле нейтральные возмущения представляют собой бегущие волны. Направление их распространения противоположно направлению z -составляющей поля. Зависимость частоты колебаний порогового возмущения хорошо аппроксимируется соотношением $\text{Im}\sigma = -0,16 S \sin 2\alpha$.

На рис. 2 представлены картины изолиний азимутальной составляющей скорости и функции тока при $\alpha = 45^\circ$ ($S = 1$, $k = 2,5$, $\text{Re}_1 = 75$, $\text{Re}_2 = 0$), когда влияние поля на структуру возмущений максимально. Это влияние наиболее отчетливо просматривается на картине изолинии v . Как видно, линия, разделяющая две конвективные ячейки, проходит наклонно к слою. В отсутствие поля, а также в чисто радиальном и осевом полях, когда генерируемые в сдвиговом потоке вихри стационарны, эта линия перпендикулярна к границам слоя.

Обсудим результаты исследования влияния поля на пороговые характеристики, когда вращаются оба цилиндра. Вращение внешнего цилиндра в ту же сторону, что и внутреннего, не приводит к качественному изменению структуры пороговых возмущений. Вид изолиний v и ψ аналогичен представленным на рис. 2. При этом изменение параметра Re_2 также мало влияет на пороговые длину волны и частоту колебаний.

При вращении цилиндров в различных направлениях в обычной жидкости тейлоровские вихри развиваются в области зазора между внутренним цилиндром и слоем жидкости, для которого $v^0 = 0$. Такая же структура вихрей имеет место в чисто радиальном и осевом полях. В наклонном поле, как видно из рис. 3, где показаны изолинии для случая $\alpha = 45^\circ$, $S = 1$, $\text{Re}_1 = 110$, $\text{Re}_2 = -100$, вихри проникают в область, прилегающую к внешнему цилиндру.

На рис. 4 приведена зависимость \tilde{R}_{1*} от перенормированного числа Рейнольдса $\tilde{\text{Re}}_2 = \text{Re}_2/(1 + 0,73S)$, определяемого по скорости вращения внешнего цилиндра. Кривая 5 соответствует случаю $S = 0$. Значками \blacktriangle отмечены точки для $S = 1$, $\alpha = 45^\circ$. Эта кривая, разграничивающая плоскость $\tilde{\text{Re}}_1 - \tilde{\text{Re}}_2$ на две области, где круговое движение устойчиво (нижняя часть плоскости) и неустойчиво, имеет универсальный характер. Ее вид практически не зависит от характеристик поля.

Таким образом, в исследованном диапазоне внешних параметров влияние магнитного поля на порог возникновения тейлоровской неустойчивости в узких зазорах можно описать путем введения в модифицированные числа Рейнольдса вместо коэффициента динамической вязкости коэффи-

циент эффективной вязкости, определяемой соотношением (24). В чисто радиальном и осевых полях, как в обычной вязкой жидкости, неустойчивость носит монотонный характер, а в наклонном поле — колебательный. Следует отметить, что в уплотнениях имеются значительные осевые градиенты поля, причем z -составляющая поля меняет знак. Это может вызвать генерацию волн, распространяющихся в противоположных направлениях, сложение которых приведет к образованию стационарных вихрей.

Возникновение тейлоровских вихрей является первой стадией на пути перехода кругового движения в турбулентное при увеличении чисел Рейнольдса. Ввиду универсальности карты устойчивости кругового движения в осях $\tilde{Re}_1, \tilde{Re}_2$ (см. рис. 4) на ней целесообразно обозначить границы различных режимов течения. Для этого воспользуемся данными для обычной вязкой жидкости, приведенными в [12]. На рис. 4 значками \circ отмечены \tilde{Re} для $r_1/r_2 = 1,135$. Как видно, при таком соотношении радиусов цилиндров данные [12] ложатся на кривую 5, полученную в приближении узкого зазора. Кривая 4 представляет границу образования волнистых вторичных вихрей Тейлора, 2 — границу переходной области к турбулентному течению, 1 — границу области турбулентного течения при $r_1/r_2 = 1,135$, 3 — границу резкого изменения момента трения при $r_1/r_2 = 1,176$. Как видно, развитие турбулентности и связанное с ней возрастание момента трения начинается при числах Рейнольдса, значительно превышающих границу возникновения вихрей Тейлора (при покоящемся внешнем цилиндре). Достигаемые в современных уплотнениях числа Рейнольдса лежат ниже границы возникновения турбулентного режима.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берковский Б. М., Вислович А. Н. Эффекты объемных пар сил при движении феррожидкостей в магнитных полях. Препринт ИВТАН СССР, 1981, № 4—0,73.
2. Вислович А. Н., Спирцын А. К. О гидродинамической неустойчивости течения ферромагнитного коллоида под действием перепада давления в однородном поле. — В кн.: Теплофизические исследования. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1977.
3. Вислович А. Н., Спирцын А. К., Тыманович В. В. Неустойчивость плоскопараллельного куэттовского течения магнитной жидкости в однородном магнитном поле. — Магнит. гидродинамика, 1984, № 2.
4. Берковский Б. М., Краков М. С., Рахуба В. К. Проблемы разработки и пределы использования магнитоожидкостных уплотнений. — Магнит. гидродинамика, 1982, № 1.
5. Матусевич Н. П., Рахуба В. К., Чернобай В. А. Экспериментальное исследование гидродинамических и тепловых процессов в магнитоожидкостных уплотнениях. — Магнит. гидродинамика, 1981, № 1.
6. Taylor G. I. Stability of viscous liquid contained between two rotating cylinders. — Philosophical Transactions of the Royal Society, 1923, v. 223A, p. 289.
7. Ли. Влияние переменных плотности и вязкости на изменение режима течения между двумя концентрическими вращающимися цилиндрами. — Пробл. трения, 1978, т. 100, № 2.
8. Берковский Б. М., Вислович А. Н. К гидродинамике электропроводных магнитных жидкостей. — В кн.: Восьмая Междунар. конф. по МГД-преобразованию энергии. М., 1983, т. 5.
9. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
10. Ланс Дж. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. М.: ИЛ, 1962.
11. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.
12. Coles D. Transition in circular Couette flow. — J. Fluid Mech., 1965, v. 24, pt 3.

Поступила 10/IX 1984 г.