

нарность обтекания гораздо сильнее влияет на крылья малого удлинения, чем на крылья со сверхзвуковыми передними кромками. Она приводит к существенно немонотонным зависимостям аэродинамических коэффициентов от времени с ярко выраженными «забросами» относительно установившихся значений. Максимальные значения  $C(t)$ ,  $m(t)$  достигаются в момент полного охвата крыла УВ. Как показали параметрические расчеты, относительные величины «забросов» (разности  $C_{\max} - C_{\infty}$ ,  $|m|_{\max} - |m|_{\infty}$ ) возрастают при уменьшении угла при вершине крыла (рис. 4), а также числа Маха полета и угла падения УВ.

Из проведенного на рис. 4 сравнения видно, что квазистационарное приближение, дающее монотонное изменение аэродинамических характеристик, не позволяет определить их максимальные значения, и для этого необходимо использовать результаты расчета существенно нестационарного обтекания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шамшурин А. Д. Воздействие слабой ударной волны на крыло сложной формы в плане при сверхзвуковых скоростях // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1974.— № 2.
2. Тугазаков Р. Я. Нестационарная пространственная задача о падении ударной волны на движущееся плоское треугольное крыло // Тр. ЦАГИ.— Вып. 1917.
3. Казаков В. А. Об определении импульсов сил давления на треугольных крыльях, движущихся со сверхзвуковой скоростью, при падении на них слабых ударных волн // Учен. зап. ЦАГИ.— 1975.— Т. 6, № 6.
4. Бисплингхофф Р. Л., Эшли Х., Халфман Р. Л. Аэроупругость.— М.: ИЛ, 1958.
5. Голубинский А. И. Об обтекании движущейся пластинки перемещающейся ударной волной // Инж. журн.— 1961.— Т. 1, вып. 2.
6. Аэродинамика частей самолета при больших скоростях // Под ред. А. Ф. Донована, Г. Р. Лоуренса.— М.: ИЛ, 1959.
7. Майлс Дж. У. Потенциальная теория неустановившихся сверхзвуковых течений.— М.: Физматгиз, 1963.
8. Белоцерковский С. М., Кудрявцева Н. А., Попыталов С. А., Табачников В. Г. Исследование сверхзвуковой аэродинамики самолетов на ЭВМ.— М.: Наука, 1983.
9. Красильщикова Е. А. Крыло конечного размаха в присутствии движущейся ударной волны // Изв. АН СССР. Сер. Механика и машиностроение.— 1964.— № 5.
10. Голубинский А. И., Коган М. И. Об импульсе нестационарного давления, действующего на тела в жидкости или газе // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 1.
11. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа.— М.: Наука, 1971.

Поступила 13/VII 1987 г.

УДК 532.526.013

### ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВТОРИЧНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА СКОЛЬЗЯЩЕМ КРЫЛЕ

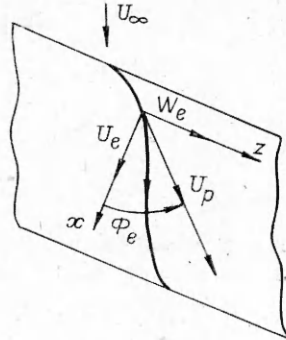
А. В. Федоров

(Москва)

Для практически важных случаев низкого уровня фоновых возмущений ламинарно-турбулентный переход пограничного слоя обусловлен возбуждением и развитием неустойчивых возмущений [1, 2]. На стреловидных крыльях большого удлинения, как правило, возникают неустойчивости двух типов: волны Толлмина — Шлихтинга (в средней части профиля крыла) и неустойчивость вторичного течения (на носовой и задней частях профиля, где пограничный слой существенно трехмерный). Характеристики развития обоих типов неустойчивости подробно изучены в [3—6]. Возбуждение волн Толлмина — Шлихтинга в трехмерных пограничных слоях анализируется в [7, 8]. Однако задача о возбуждении неустойчивости вторичного течения до сих пор не рассматривалась. Отсутствуют также экспериментальные исследования механизмов ее генерации.

В настоящей работе теоретически анализируется возбуждение волн неустойчивости вторичного течения на скользящем крыле в сжимаемом пограничном слое. Источники генерации — локальные неоднородности течения, обусловленные неровностью или вибрациями поверхности, ее нагревом или охлаждением, отсосом или вдувом газа через порницаемую поверхность.

1. Рассматривается течение в ламинарном пограничном слое на скользящем крыле. В зоне интенсивного вторичного течения на поверхности носовой части профиля крыла производится гармоническое по времени внешнее воздействие, локализованное на масштабах порядка длины волны неустойчивости. Интенсивность воздействия достаточно мала, и возмущения описываются линейной теорией. Внешнее воздействие возбуждает волны неустойчивости вторичного течения, амплитуды которых необходимо определить.



Р и с. 1

Введем систему координат с началом в центре участка воздействия, как показано на рис. 1. Ось  $x$  направлена вдоль обтекаемой поверхности перпендикулярно передней кромке крыла, ось  $z$  — вдоль передней кромки, ось  $y$  — по нормали к поверхности крыла. Координаты  $x, y, z$  обезразмерены по толщине вытеснения  $\delta^*$ , рассчитанной по профилю  $x$ -компоненты скорости основного течения  $U(y)$ . Предполагается, что число Рейнольдса  $R_L = U_e L / \nu_e \gg 1$  ( $L$  — хорда крыла,  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости, индекс  $e$  обозначает величины на внешней границе пограничного слоя). Так как длина волны неустойчивости вторичного течения соизмерима с толщиной пограничного слоя  $\delta$ , генерация локализована на масштабе  $\delta \ll L$  и эффектами неоднородности основного течения по  $x$  можно пренебречь.

Для возмущения введем вектор-функцию

$$\Psi(x, y, z, t) = \left( u, \frac{\partial u}{\partial y}, v, p, \theta, -\frac{\partial \theta}{\partial y}, w, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial \theta}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial \theta}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial z} \right),$$

где  $u, v, w$  — возмущения  $x, y$ - и  $z$ -компоненты скорости, отнесенные к  $U_e$ ;  $p$  — возмущение давления, обезразмеренное по  $\rho_e U_e^2$  ( $\rho$  — плотность);  $\theta$  — возмущение температуры, отнесенное к температуре основного течения  $T_e$ ;  $t$  — время в единицах  $\delta^*/U_e$ .

Рассмотрим возмущение фиксированной частоты  $\omega$ , которое представим в виде  $\Psi(x, y, z, t) = \text{Re}[A(x, y, z) \exp(-i\omega t)]$  ( $A$  — комплексная амплитуда).

Линеаризуем уравнения Навье — Стокса, отбросим члены, обусловленные неоднородностью основного течения по  $x$ , и выполним преобразование Фурье по времени. В результате получим систему уравнений для вектор-функции

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial y} \left( L_0 \frac{\partial A}{\partial y} \right) + L_1 \frac{\partial A}{\partial y} = H_1 A + H_2 \frac{\partial A}{\partial x} + H_3 \frac{\partial A}{\partial z}$$

( $L_0, L_1, H_1, H_2, H_3$  — матрицы размерности  $16 \times 16$ ). Их элементы зависят от основного течения, частоты  $\omega$  и  $R = U_e \delta^*/\nu_e$ . Внешнее воздействие приводит к неоднородным граничным условиям на обтекаемой поверхности

$$(1.2) \quad (A_{1y}, A_{3z}, A_{5z}, A_7) = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4), y = 0$$

( $\varphi_j$  — компоненты вектор-функции  $\varphi(x, z)$ , описывающей воздействие).

Предполагается, что вверх по потоку и в направлении по размаху крыла возмущения затухают. Допускается их нарастание вниз по потоку с конечными показателями роста. Имеем граничные условия

$$(1.3) \quad |A| \rightarrow 0, y \rightarrow \infty, x, z = \text{const}; x \rightarrow -\infty, y, z = \text{const}; z \rightarrow \pm \infty, y, x = \text{const}.$$

Задача (1.1)—(1.3) описывает в рамках линейной теории возбуждение и развитие возмущений в окрестности участка внешнего воздействия.

2. Решение задачи (1.1)–(1.3) ищется в виде разложения по биортонгальной системе собственных функций  $\{A_{\alpha\beta}(y), B_{\alpha\beta}(y)\}$ , определяемой прямой и сопряженной задачами с однородными при  $y = 0$  граничными условиями [8]

$$(2.1) \quad \frac{d}{dy} \left( L_0 \frac{dA_{\alpha\beta}}{dy} \right) + L_1 \frac{dA_{\alpha\beta}}{dy} = H_1 A_{\alpha\beta} + i\alpha H_2 A_{\alpha\beta} + i\beta H_3 A_{\alpha\beta},$$

$$A_{\alpha\beta,1} = A_{\alpha\beta,3} = A_{\alpha\beta,5} = A_{\alpha\beta,7} = 0, \quad y = 0, \quad |A_{\alpha\beta}| < \infty, \quad y \rightarrow \infty;$$

$$(2.2) \quad \frac{d}{dy} \left( L_0^* \frac{dB_{\alpha\beta}}{dy} \right) - L_1^* \frac{dB_{\alpha\beta}}{dy} = H_1^* B_{\alpha\beta} - i\bar{\alpha} H_2^* B_{\alpha\beta} - i\bar{\beta} H_3^* B_{\alpha\beta},$$

$$B_{\alpha\beta,2} = B_{\alpha\beta,4} = B_{\alpha\beta,6} = B_{\alpha\beta,8} = 0, \quad y = 0, \quad |B_{\alpha\beta}| < \infty, \quad y \rightarrow \infty,$$

где \* обозначает транспонированную матрицу с комплексно-сопряженными элементами; черта сверху — комплексное сопряжение.

Собственные функции  $A_{\alpha\beta}(y)$  описывают амплитуду волны вида  $A_{\alpha\beta} \exp(i\alpha x + i\beta z - i\omega t)$ . Уравнения (2.1) эквивалентны системе уравнений Лиза — Лина, которой обычно пользуются при численном анализе устойчивости трехмерных сжимаемых пограничных слоев [3]. Выполняются условия ортогональности

$$\langle H_2 A_{\alpha\beta}, B_{\gamma\beta} \rangle = \Delta_{\alpha\gamma}, \quad \langle H_2 A, B \rangle = \int_0^\infty (H_2 A, B) dy,$$

$$(H_2 A, B) = \sum_{j,k=1}^{16} H_2^{jk} A_k \bar{B}_j.$$

Здесь  $\Delta_{\alpha\gamma}$  — символ Кронекера, если  $\alpha$  или  $\gamma$  принадлежат дискретному спектру;  $\Delta_{\alpha\gamma} = \delta(\alpha - \gamma)$  — дельта-функция, если  $\alpha$  и  $\gamma$  относятся к непрерывному спектру.

Так как пограничный слой на скользящем крыле не зависит от  $z$ , коэффициенты в уравнениях (1.1) также не зависят от  $z$ . Разложим амплитуду возмущения в интеграл Фурье по волновым числам  $\beta$ :  $A(x, y, z) = \int_{-\infty}^\infty Q_\beta(x, y) e^{i\beta z} d\beta$ .

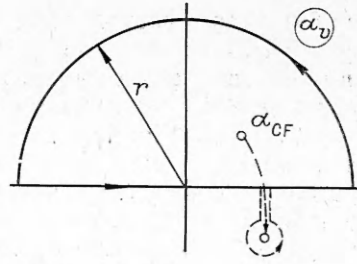
В некотором сечении  $x = x_0$ , лежащем вниз по потоку от участка внешнего воздействия, амплитуда  $Q_\beta$  удовлетворяет однородным граничным условиям при  $y = 0$  и условию ограниченности при  $y \rightarrow \infty$ . Следовательно, в области  $x > x_0$   $Q_\beta$  можно разложить по собственным функциям  $\{A_{\alpha\beta}, B_{\alpha\beta}\}$ :

$$(2.3) \quad Q_\beta(x, y) = \sum'_\alpha \langle H_2 Q_\beta(x_0, y), B_{\alpha\beta} \rangle A_{\alpha\beta}(y) \exp[i\alpha(x - x_0)]$$

( $\sum'_\alpha$  — суммирование по дискретному и интегрирование по непрерывному спектрам). Полнота системы собственных функций для двумерных возмущений в плоскопараллельном пограничном слое сжимаемого газа доказана в [9]. Доказательство легко обобщается на случай трехмерных возмущений вида  $Q(x, y) \exp(i\beta z)$  ( $\beta$  — вещественная величина) для пограничного слоя на скользящем крыле.

В силу линейности задачи можно анализировать возбуждение каждой моды отдельно. Ограничимся рассмотрением волн неустойчивости вторичного течения. Характеристики этих волновых решений детально исследованы в [3–6]. Для полноты изложения перечислим их основные свойства. Неустойчивость вторичного течения обусловлена точкой перегиба в профиле компоненты скорости, нормальной к внешней линии тока, и имеет невязкую природу. Максимальные инкременты роста реализуются на частотах, близких к нулю. Вектор групповой скорости близок по направлению к вектору скорости внешнего течения и составляет с волновым вектором угол  $\simeq 90^\circ$ , т. е. волна неустойчивости вторичного течения

имеет периодическую по оси  $z$  структуру и экспоненциально усиливается вниз по потоку. Определяющими параметрами для неустойчивости вторичного течения являются число Маха  $M_e$ , угол  $\Phi_e$  между линией тока внешнего течения и осью  $x$  (см. рис. 1), параметр градиента давления  $\Lambda_e = 2\xi dU_e/d\xi/U_e$ ,  $\xi = \int_0^x \rho_e U_e \mu_e dx$ , частота  $\omega$ ,  $z$ -компо-



Р и с. 2

нента волнового вектора  $\beta$  и  $R$ . Характеристики неустойчивости вторичного течения отметим индексом  $CF$ .

Коэффициенты в разложении (2.3) определяются так же, как это сделано в [10] при анализе возбуждения волн Толлмина — Шлихтинга локальным воздействием в плоскопараллельном пограничном слое. Рассмотрим режим докритических частот. В этом случае возмущение  $Q_\beta(x, y) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y = \text{const}$ . Раскладывая  $Q_\beta$  и  $\varphi$  в интегралы Фурье, имеем

$$(2.4) \quad Q_\beta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_v(y) e^{i\alpha_v x} d\alpha_v, \quad \varphi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\beta e^{i\beta z} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha_v, \beta) e^{i\alpha_v x} d\alpha_v,$$

$$\frac{d}{dy} \left( L_0 \frac{dA_v}{dy} \right) + L_1 \frac{dA_v}{dy} = H_1 A_v + i\alpha_v H_2 A_v,$$

$$(A_{v,1}, A_{v,3}, A_{v,5}, A_{v,7}) = (f_1, f_2, f_3, f_4), \quad y = 0, \quad |A_v| \rightarrow 0, \quad y \rightarrow \infty.$$

Фурье-компонента  $A_v$  описывает возмущение, вносимое в пограничный слой гармоникой внешнего воздействия с волновыми числами  $\alpha_v, \beta$ . Выполняется соотношение

$$(2.5) \quad \langle H_2 A_v, V_{\alpha\beta} \rangle i(\alpha_v - \alpha) + (A_v, V_{\alpha\beta})_{y=0} = 0.$$

Из (2.4), (2.5) следует, что коэффициент перед собственной функцией волны неустойчивости вторичного течения

$$(2.6) \quad \langle H_2 Q_\beta(x_0, y), V_{CF,\beta} \rangle = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(A_v, V_{CF,\beta})_{y=0}}{(\alpha_v - \alpha)} \exp(i\alpha_v x_0) d\alpha_v.$$

Для вычисления интеграла в (2.6) выберем контур интегрирования в комплексной плоскости  $\alpha_v$ , как показано на рис. 2. Устремляя радиус  $r$  к бесконечности и учитывая, что  $x_0 > 0$ , находим

$$(2.7) \quad \langle H_2 Q_\beta, V_{CF,\beta} \rangle = -(A_v, V_{CF,\beta})_{y=0} \exp(i\alpha_{CF} x_0).$$

Нетрудно показать, что

$$(2.8) \quad S \equiv -(A_v, V_{CF,\beta})_{y=0} = -\sum_{j=1}^4 [f_j(\alpha_{CF}, \beta) \bar{B}_{CF,\beta,2j-1}]_{y=0},$$

где  $f(\alpha_{CF}, \beta)$  — резонансная с волной вторичного течения гармоника внешнего воздействия.

Из (2.7), (2.8) вытекает, что амплитуда возбуждаемой моды вторичного течения  $Q_{CF,\beta}$  с волновым числом  $\beta$  и собственным значением  $\alpha_{CF} = \alpha_{CF}(\beta, \omega, R)$  имеет вид

$$(2.9) \quad Q_{CF,\beta} = \frac{S}{\langle H_2 A_{CF,\beta}, V_{CF,\beta} \rangle} A_{CF,\beta} \exp(i\alpha_{CF} x).$$

Введение множителя  $\langle H_2 A_{CF,\beta}, V_{CF,\beta} \rangle^{-1}$  делает соотношение (2.9) инвариантным относительно выбора нормировки собственных функций.

При переходе от докритических к закритическим частотам собственное значение  $\alpha_{CF}$  пересекает действительную ось в направлении штриховой стрелки на рис. 2. В этом случае правило обхода полюса  $\alpha_v = \alpha_{CF}$

выбирается в соответствии с постулатом [11], требующим непрерывности решения при переходе через критическую частоту. Контур интегрирования обходит полюс снизу, как показано штрихами на рис. 2, и результат (2.9) не изменится. Отметим, что для закритических частот решение задачи (1.1)—(1.3) неединственно. К нему можно прибавить собственную функцию  $A_{CF,\beta} \exp [i\alpha_{CF}x]$  с произвольным коэффициентом. Чтобы снять неединственность, следует рассмотреть задачу с гармоническим по времени воздействием, включаемым в начальный момент  $t = 0$ , и перейти к пределу  $t \rightarrow \infty$ , как это сделано для волн Толлмина — Шлихтинга в [12]. Другой способ — воспользоваться постулатом [11].

3. Как отмечалось выше, неустойчивость вторичного течения нулевой частоты имеет инкременты роста, близкие к максимальным. Возбуждение таких стационарных неустойчивостей может происходить на неровностях обтекаемой поверхности. Пусть форма неровности  $y(x, z) = a\varphi(x, z)$ ,  $\varphi(x, z) = O(1)$  ( $a$  — характерная высота неровности, отнесенная к  $\delta^*$ ). Предполагается, что неровность лежит на дне вязкого подслоя и индуцирует неоднородные граничные условия  $A_1 = -aU'_w \varphi(x, z)$ ,  $A_3 = A_5 = 0$ ,  $A_7 = -aW'_w \varphi(x, z)$ ,  $y = 0$ , где  $U'_w$ ,  $W'_w$  — производные по  $y$  от  $x$ - и  $z$ -компоненты скорости основного течения при  $y=0$ .

Используя соотношение (2.9), для величины максимума модуля возмущения  $x$ -компоненты скорости в возбуждаемой неустойчивости вторичного течения находим

$$(3.1) \quad q_{CF}(x, z) = a \int_{-\infty}^{\infty} G_r(\alpha_{CF}, \beta) f(\alpha_{CF}, \beta) \exp(i\alpha_{CF}x + i\beta z) d\beta,$$

$$q_{CF} = \max_y |u_{CF}(x, y, z)|,$$

$$G_r = \frac{(U'_w \bar{B}_{CF,\beta,1} + W'_w \bar{B}_{CF,\beta,7})_{y=0}}{\langle H_2 \Lambda_{CF,\beta}, \mathbf{B}_{CF,\beta} \rangle} q_m(\alpha_{CF}, \beta).$$

Здесь  $f(\alpha_{CF}, \beta)$  — резонансная гармоника от формы неровности  $\varphi$ ;  $G_r$  — коэффициент порождения, равный начальной амплитуде волны неустойчивости с волновым числом  $\beta$ , возбуждаемой на неровности с амплитудой резонансной гармоники  $af(\alpha_{CF}, \beta) = 1$ ;  $q_m = \max_y |A_{CF,\beta,1}|$  — максимум модуля первой компоненты собственной вектор-функции  $A_{CF,\beta}(y)$ . Коэффициент порождения  $G_r$  не зависит от формы неровности, нормировки собственных функций и является универсальной характеристикой эффективности возбуждения волны неустойчивости.

Пусть внешнее воздействие представляет собой стационарный нагрев (или охлаждение) участка обтекаемой поверхности. Тогда  $A_1 = A_3 = A_7 = 0$ ,  $A_5 = \theta_0 \varphi(x, z)$ ,  $y = 0$  ( $\theta_0$  — характерная температура нагрева, отнесенная к  $T_e$ ). Амплитуда возбуждаемой волны неустойчивости определяется соотношением (3.1) при замене  $a$  на  $\theta_0$  и  $G_r$  на коэффициент порождения  $G_T$ :

$$(3.2) \quad G_T = - \frac{\bar{B}_{CF,\beta,5}^{(0)}}{\langle H_2 \Lambda_{CF,\beta}, \mathbf{B}_{CF,\beta} \rangle} q_m(\alpha_{CF}, \beta).$$

Если внешнее воздействие вызвано слабым отсосом (или вдувом) газа через проницаемую поверхность, то

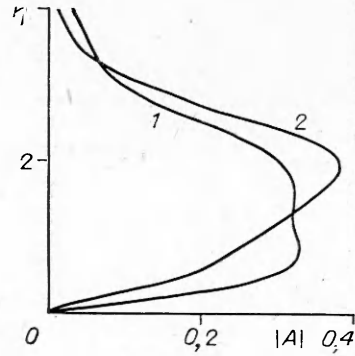
$$(3.3) \quad A_1 = A_5 = A_7 = 0, \quad A_3 = v_0 \varphi(x, z), \quad y = 0,$$

$$G_s = - \frac{\bar{B}_{CF,\beta,3}^{(0)}}{\langle H_2 \Lambda_{CF,\beta}, \mathbf{B}_{CF,\beta} \rangle} q_m(\alpha_{CF}, \beta)$$

( $v_0$  — характерная скорость отсоса или вдува, отнесенная к  $U_e$ ).

С помощью соотношений (3.1) — (3.3) выполнены расчеты коэффициентов порождения для дозвуковых скоростей обтекания. Течение в пограничном слое рассчитывалось в приближении локальной автотомельности. Собственные значения и функции  $\alpha_{CF}$ ,  $A_{CF,\beta}$ ,  $\mathbf{B}_{CF,\beta}$  вычислялись

методом ортогонализации с использованием пакета вычислительных программ [13]. Вязкость определялась по формуле Сатерленда, число Прандтля 0,72, температура торможения 310 К, показатель адиабаты 1,41. Рассмотрены режимы:  $M_e = 0,5$ ,  $\Phi_e = 50^\circ$ ,  $\Lambda_e = 0,1-0,9$ . Число Рейнольдса варьировалось от числа Рейнольдса потери устойчивости до 1300. Волновые числа  $\beta$  приблизительно соответствуют максимальным инкрементам роста. Результаты расчетов даны в таблице.



Р и с. 3

На рис. 3 показаны типичные для волны неустойчивости вторичного течения распределения  $|A_{CF,\beta,1}(\eta)|$  и  $|A_{CF,\beta,7}(\eta)|$  (кривые 1 и 2), соответствующие модулям воз-

мущений  $x$ - и  $z$ -компоненты скорости;  $\eta = \int_0^y \rho/\rho_e dy$  — переменная Лиза —

Дородницына. Собственная функция нормирована условием  $A_{CF,\beta,2}(0) = 1$ . Расчет выполнен для параметров основного течения  $\Lambda_e = 0,9$ ,  $M_e = 0,5$ ,  $\Phi_e = 50^\circ$ ,  $R = 1285,6$  и параметров волны неустойчивости  $\omega = 0$ ,  $\alpha_{CF} = -0,281 - i0,0223$ . Анализ векторного поля показал, что волна неустойчивости вторичного течения представляет собой систему продольных вихрей, локализованных внутри пограничного слоя и ориентированных приблизительно в направлении вектора скорости на внешней границе пограничного слоя.

Для оценки эффективности рассмотренного механизма возбуждения выберем участок внешнего воздействия в форме прямоугольника со сторонами по  $x - l_x = \pi/|\alpha_{CF}|$ , по  $z - l_z = \pi/|\beta|$ . Пусть на всем участке воздействие постоянно,  $\varphi(x, z) = 1$ ,  $|x| < l_x/2$ ,  $|z| < l_z/2$ ;  $\varphi = 0$ ,  $|x| > l_x/2$ ,  $|z| > l_z/2$ . Тогда  $f(\alpha_{CF}, \beta) = 2/\pi\alpha_{CF}\beta$  и начальная амплитуда волны неустойчивости с волновым числом  $\beta$  имеет вид

$$Q_{CF,0} = \frac{2a}{\pi|\alpha_{CF}\beta|} |G_r|, \quad \frac{2\theta_0}{\pi|\alpha_{CF}\beta|} |G_T|, \quad \frac{2v_0}{\pi|\alpha_{CF}\beta|} |G_s|.$$

Из таблицы следует, что  $|\alpha_{CF}\beta| \approx 10^{-1}$ ,  $|G_r| \approx 10^{-2}$ ,  $|G_T| \approx 10^{-3}$ ,  $|G_s| \approx 3 \cdot 10^{-1}$ . Для начальной амплитуды  $Q_{CF,0} = 0,1\%$  получаем  $a \approx 10^{-2}$ ,  $\theta_0 \approx 10^{-1}$ ,  $v_0 \approx 10^{-4}$ . Таким образом, для возбуждения волны неустойчивости вторичного течения с начальной амплитудой 0,1% достаточно иметь микронеровность высотой  $\approx 10^{-2}\delta^*$  или слабый отсос/вдуть со скоростью  $10^{-4} U_e$ . Такие возбуждения практически неизбежны. Их источником могут служить шероховатость обшивки крыла, щели, стыки и т. п. Как и в случае генерации волн Толлмина — Шлихтинга [10], локальный нагрев поверхности менее эффективен.

Автор выражает благодарность А. М. Тумину за плодотворные обсуждения работы.

$\Lambda_e$	R	$\beta \cdot 10$	$\text{Re}(\alpha_{CF}) \cdot 10$	$\text{Im}(\alpha_{CF}) \cdot 10^3$	$ G_r  \cdot 10^3$	$ G_T  \cdot 10^3$	$ G_s  \cdot 10$
0,1	514,2	3,44	-3,95	0,11	5,64	2,07	3,61
—	771,3	3,61	-4,14	-2,37	4,43	1,42	3,72
—	1028,5	3,67	-4,21	-3,76	3,90	1,13	3,83
—	1285,6	3,69	-4,24	-4,66	3,60	0,97	3,93
0,5	128,6	2,90	-3,05	2,14	13,7	5,92	2,89
—	514,2	3,12	-3,27	-14,25	7,16	1,93	3,31
—	899,9	3,10	-3,26	-17,09	6,28	1,39	3,55
—	1285,6	3,12	-3,29	-18,27	5,80	1,14	3,68
0,9	96,4	2,66	-2,66	0,69	14,2	6,39	2,55
—	514,2	2,77	-2,75	-18,93	7,14	1,83	3,08
—	899,9	2,78	-2,77	-21,31	6,29	1,34	3,28
—	1285,6	2,81	-2,81	-22,33	5,92	1,14	3,46

## ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. — Новосибирск: Наука, 1982.
2. Жигулев В. Н. Проблема определения критических чисел Рейнольдса перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный // Модели механики сплошной среды. — Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1983.
3. Mack L. M. On the stability of the boundary layer on transonic swept wing. — N. Y., 1979. — (Paper/AIAA; N 264).
4. Hefner J. H., Bushnell D. M. Application of stability theory to laminar flow control. — N. Y., 1979. — (Paper/AIAA; N 1493).
5. Laminar-Turbulent Transition: IUTAM Symp., Novosibirsk, USSR, 1984. — Berlin: Springer-Verlag, 1984.
6. Войнов Л. П., Жигулев В. Н., Лозино-Лозинский Г. Е. и др. Проблемы создания инженерного метода анализа устойчивости пограничного слоя и расчета числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода. — Новосибирск, 1985. — (Препринт/ИТПМ СО АН СССР; № 31).
7. Жигулев В. Н. О возбуждении и развитии неустойчивости в трехмерных пограничных слоях // ПМТФ. — 1983. — № 4.
8. Тумин А. М. Возбуждение волн Толлмина — Шлихтинга в пограничном слое на вибрирующей поверхности стреловидного крыла бесконечного размаха // ПМТФ. — 1983. — № 5.
9. Тумин А. М., Федоров А. В. Пространственное развитие возмущения в пограничном слое сжимаемого газа // ПМТФ. — 1983. — № 4.
10. Федоров А. В. Возбуждение волн Толлмина — Шлихтинга в пограничном слое периодическим внешним воздействием, локализованным на обтекаемой поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1984. — № 6.
11. Богданова Е. В., Рыжов О. С. О возмущениях, генерируемых осцилляторами в потоке вязкой жидкости на закритических частотах // ПМТФ. — 1982. — № 4.
12. Терентьев Е. Д. Линейная задача о вибраторе, совершающем гармонические колебания на закритических частотах в дозвуковом пограничном слое // ПММ. — 1984. — № 2.
13. Тумин А. М. Численный анализ пространственного пакета волн Толлмина — Шлихтинга // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. — 1983. — № 13, вып. 3.

Поступила 16/VI 1987 г.

УДК 533.601.155

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ГАЗА В ОКРЕСТНОСТИ ЛИНИИ ТОРМОЖЕНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

С. В. Пейгин

(Томск)

Рассматривается влияние вращения тела и внешней завихренности потока на течение вязкого газа в окрестности линии торможения затупленных осесимметричных тел с проницаемой поверхностью при малых и умеренных числах Рейнольдса. Изучение ведется в рамках модели параболизированных уравнений Навье — Стокса, позволяющей учесть влияние эффектов молекулярного переноса во всем сжатом слое, включая область перехода через скачок уплотнения. Получено численное решение задачи в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса, параметра вдува и других определяющих параметров. Показано, что наличие ненулевой составляющей в окружном направлении у вектора скорости газа в ударном слое может приводить к качественному изменению характера течения.

Осесимметрично закрученные течения жидкости или газа представляют собой практически важный частный случай пространственных течений, при котором все три составляющие вектора скорости отличны от нуля, но параметры течения в силу симметрии задачи зависят лишь от двух переменных. Ранее исследование данного класса течений проводилось лишь для достаточно больших чисел Рейнольдса в рамках модели либо пограничного слоя [1, 2], либо тонкого вязкого ударного слоя [3—5]. Имеются также работы (см., например, [6—8]), в которых локально-автомодельное приближение уравнений Навье — Стокса применялось для изучения незакрученных течений вязкого газа.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим неоднородный поток разреженного газа, натекающий под нулевым углом атаки на осесимметричное гладкое затупленное тело с проницаемой поверхностью, вращающееся с угловой скоростью  $\Omega_w^*$  вокруг своей оси. Предположим, что в окрестности оси симметрии в декартовой системе координат  $(x^1, x^2, x^3)$  ( $Ox^1$  — ось те-