

Во всех рассмотренных вариантах размер частицы r_σ менялся мало. В случае $x_1 = 1$ (бесконечный объем пара) это связано с тем, что расчеты велись до выхода на квазистационарный режим. Для описания дальнейшего поведения системы, как уже указывалось, можно использовать стационарное решение (2.1).

В «ячеичной» постановке малое изменение радиуса к моменту установления равновесия является следствием того, что рассматривались варианты с малым массовым содержанием пара в ячейке $x_1 = 0,1$.

Поступила 21 VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Теплообмен газового пузырька с жидкостью.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 5.
2. Вукалович М. П. Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара. М.—Л., «Энергия», 1965.
3. Вильямс Ф. А. Теория горения. М., «Наука», 1971.

УДК 532.5.013.2+534.222.2

ДИНАМИКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

B. K. Кедринский, B. T. Кузавов

(*Новосибирск*)

Уравнение одномерной пульсации цилиндрической полости в сжимаемой жидкости было получено в [1, 2] в рамках приближенной теории Кирквуда—Бете [3], основанной на аппроксимации функцией $G = r^{1/2} \Omega$ инварианта, распространяющегося вдоль характеристики со скоростью $c + u$, где $\Omega = \omega + u^2/2$ — кинетическая энталпия; $\omega = \int dp/\rho$ — энталпия; u — скорость частицы жидкости; r — координата; c — местная скорость звука.

При выводе этого уравнения было использовано условие для G

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial t} [r^{1/2} (\omega + u^2/2)] = -(c + u) \frac{\partial}{\partial r} [r^{1/2} (\omega + u^2/2)]$$

и уравнения неразрывности и сохранения импульса, на основании которых производилась замена частных производных на полные в (1) [2]. Уравнение пульсации полости получено в следующем виде (полагаем $r = R$, $u = dR/dt$):

$$(2) \quad R [1 - (dR/dt)/c] d^2 R / dt^2 + (3/4)(dR/dt)^2 [1 - (dR/dt)/3c] = \omega [1 + (dR/dt)/c]/2 + R(d\omega/dt) [1 - (dR/dt)/c]/c,$$

где R — радиус полости; t — время. Значение энталпии ω на стенке полости со стороны жидкости определяется на основании уравнения Тэта [3] в виде

$$\omega = \frac{nB}{(n-1)\rho_0} \left[\left(1 + \frac{p(R) - p_\infty}{B} \right)^{1-1/n} - 1 \right],$$

где $B = 3050$ атм, $n = 7,15$ — константы; ρ_0 — плотность жидкости; p_∞ — давление на бесконечности; $p(R)$ — давление в полости; местная скорость звука c определяется в виде

$$c = c_0 \left(1 + \frac{p(R) - p_\infty}{B} \right)^{(n-1)/2n},$$

где c_0 — скорость звука в невозмущенной жидкости.

Данная работа посвящена экспериментальному исследованию параметров пульсации цилиндрической полости и исследованию особенностей приближения Рича—Гиннела [3], основанного на пренебрежении членом $\Phi/4r^2 (\Phi = r^{1/2}\varphi, \varphi — потенциал скорости)$ в волновом уравнении, которое и позволяет (с использованием модели Кирквуда—Бете) получить уравнение (1).

Анализ предположения Рича—Гиннела, проведенный для случая несжимаемой жидкости (проводить аналогичные оценки для сжимаемой жидкости не представляется возможным), показал, что оно допускает определенный произвол в выборе числового коэффициента перед $(dR/dt)^2$ в (2). Действительно, можно использовать следующие пути построения приближенного уравнения пульсации цилиндрической полости в несжимаемой жидкости. Первый предполагает предельный переход ($c \rightarrow \infty$) в (2), при этом получается уравнение вида

$$(3) \quad R(d^2R/dt^2) + \frac{3}{4}(dR/dt)^2 = \omega/2.$$

Второй заключается в том, что в рамках принятого приближения, когда потенциал скорости определяется в виде $\varphi \simeq 2R^{3/2} \left(\frac{dR}{dt} \right) / r^{1/2}$, находятся выражения для кинетической энергии жидкости, потенциальной энергии газа и на основе закона сохранения энергии записывается первый интеграл уравнения движения

$$2\rho_0 [R^2(dR/dt)^2 - R_0^2(dR/dt)_0^2] = p_0 R_0^2 [1 - (R/R_0)^{2-2\gamma}] / (\gamma - 1) + p_\infty (R_0^2 - R^2),$$

где p_0 — начальное давление в полости. Дифференцируя это уравнение по R , получим уравнение пульсации полости в виде

$$(4) \quad R(d^2R/dt^2) + (dR/dt)^2 = \omega/2.$$

Третий путь состоит в том, что выражение для потенциала, приведенное выше, подставляется в интеграл Коши—Лагранжа, который на стенке полости ($r = R$) принимает вид

$$(5) \quad R(d^2R/dt^2) + \frac{5}{4}(dR/dt)^2 = \omega/2.$$

Таким образом, в случае цилиндрической симметрии ограничения, наложенные на волновое уравнение, приводят к некоторой неопределенности числового коэффициента перед $(dR/dt)^2$, значения которого лежат в диапазоне 0,75—1,25. Положительным фактом является то, что форма всех трех уравнений (3)—(5) идентична и, например, при больших ускорениях (начальная стадия взрыва), когда квадратом скорости можно пренебречь, они совпадают. Уточнить значение этого коэффициента (обозначим его β) можно из сравнения расчетных и экспериментальных данных пульсации полости с продуктами детонации при подводном взрыве цилиндрических зарядов.

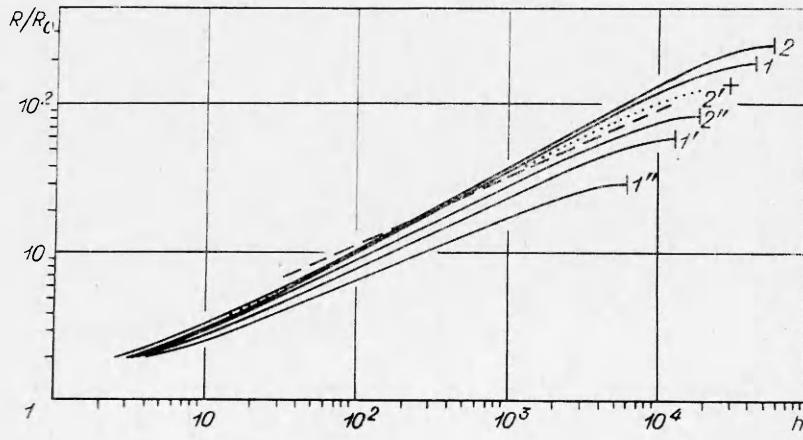
С целью определения параметров взрывной полости и проверки уравнения (2) проведен численный расчет уравнения для трех значений β и экспериментальные исследования для случая взрыва нестандартных цилиндрических зарядов из гексогена диаметром $d = 0,65$ и $1,65$ мм с медной оболочкой (плотность заряда $\rho_* = 1,55 \text{ г}/\text{см}^3$ и скорость детонации $D = 7,7 \text{ км}/\text{с}$ определены экспериментально, отношение длины заряда к его радиусу порядка 10^3).

Поскольку сравнение с экспериментальными данными проводилось для зарядов указанного типа, при расчете рассматривался случай только «мгновенного» взрыва. Начальные параметры задачи (плотность и скорость звука в продуктах детонации и жидкости, давление на контактном разрыве и его скорость) определялись из условия распада произвольного разрыва. Расчет велся для двух типов изэнтроп: $\gamma = 3 = \text{const}$ и переменной γ , взятой из [4], для случая «мгновенного» взрыва (плотность продуктов взрыва ρ равна плотности заряда, внутренняя энергия — теплота взрыва). Табличные данные [4] аппроксимированы следующим образом:

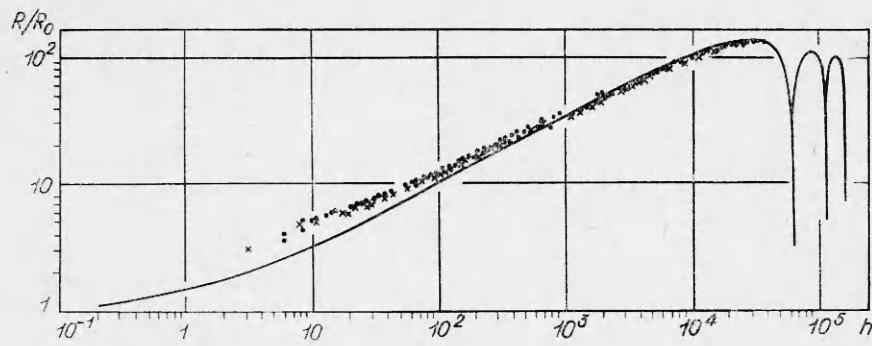
$$\begin{aligned} 0,625 &\leq \rho^{-1} \leq 1,66, & p &\sim \rho^{-2,78}, \\ 1,66 &\leq \rho^{-1} \leq 2,51, & p &\sim \rho^{-2,14}, \\ 2,51 &\leq \rho^{-1} \leq 5,0, & p &\sim \rho^{-1,73}, \\ 5,0 &\leq \rho^{-1} \leq 20,0, & p &\sim \rho^{-1,36}, \\ \rho^{-1} > 20,0, & & p &\sim \rho^{-1,26}. \end{aligned}$$

Здесь использованы наиболее близкие к экспериментальным табличные данные [4] для $\rho_* = 1,6 \text{ г}/\text{см}^3$. При этом значению $\rho^{-1} = 0,625$ соответствует величина давления $p = 1,295 \cdot 10^5 \text{ атм}$.

Результаты расчета расширения полости ($y(h) = R/R_0$) в масштабе начального радиуса заряда R_0 в зависимости от времени $h = tc_0/R_0$ приведены на фиг. 1: кривые 1, 1', 1'' (соответственно для $\beta = 0,75; 1; 1,25$) получены в случае $\gamma = 3$, кривые 2, 2', 2'' — для переменной γ , штриховой линией нанесен наклон экспериментальной кривой $y(h)$, крестиком отмечено экспериментальное значение положения максимума y^0 . Зависимость 2' изображена точками специально, чтобы выделить наиболее близкую к экспериментальным данным кривую. Каждая зависимость ограничена



Фиг. 1



Фиг. 2

справа вертикальной чертой, определяющей момент остановки максимально расширившейся полости.

Как и следовало ожидать, наиболее близкими к реальным оказались параметры полости, рассчитанные для случая переменикой γ . Из приведенных графиков видно, что при увеличении коэффициента β наклон кривых $y(h)$ уменьшается: для кривых 2 он составляет 0,55 при $\beta = 0,75$; 0,5 при $\beta = 1$ и 0,49 при $\beta = 1,25$. Наклон экспериментальной кривой 0,45.

На фиг. 2 приведена та же зависимость $2'$, график которой продолжен и включает три пульсации полости. Здесь же для сравнения нанесены экспериментальные данные: крестики для заряда диаметром $d = 1,65$ мм, точки — $d = 0,65$ мм. Совпадение расчета и эксперимента в области $y \geq 10$ можно считать удовлетворительным.

Приведем (в относительных и абсолютных величинах) основные характеристики пульсации цилиндрической полости, полученные по данным эксперимента (отмечены звездочкой снизу) и расчета:

$$\begin{aligned} y_* &= 1,5h_*^{0,45} \text{ для } 30 \leq h_* \leq 10^4, \\ R_* &= 321 R_0^{0,55} t_*^{0,45} \text{ см для } 2 \cdot 10^{-4} R_0 \leq t_* \leq 6,67 \cdot 10^{-2} R_0 \text{ с}, \\ y_{*,1}^0 &= 135 (R_{*,1}^0 = 135 R_0), \quad y_1^0 = 141 (R_1^0 = 141 R_0), \\ h_{*,1}^0 &= 3 \cdot 10^4 (t_{*,1}^0 = 0,2 R_0 \text{ с}), \quad h_1^0 = 3 \cdot 10^4 (t_1^0 = 0,2 R_0 \text{ с}), \\ E_{*,1} &= 0,22 E_0, \quad E_1 = 0,218 E_0, \quad E_2 = 0,14 E_0, \quad E_3 = 0,11 E_0, \\ T_{*,1} &= T_1 = 0,4 R_0 \text{ с}, \quad T_2 = 0,33 R_0 \text{ с}, \quad T_3 = 0,3 R_0 \text{ с}, \end{aligned}$$

где индексы 1, 2, 3 означают номер периода пульсации; индексом 0 вверху отмечены максимальные значения параметров; R_0 в см; E_0 — теплота взрыва ВВ на единицу длины; E — энергия, остающаяся в полости с продуктами детонации после расширения ($E_{*,1}$ рассчитана по всему максимуму объема полости с продуктами детонации); T — период пульсации.

Полученные экспериментальные и расчетные значения для E дают возможность записать выражения для периодов пульсации цилиндрической полости в общем виде через исходную энергию ВВ E_0

$$T_i \simeq 1,635 (\rho_0 \alpha_i E_0)^{1/2} p_\infty^{-1},$$

где $\alpha_i = 0,248; 0,14; 0,11$ — доля энергии ВВ, расходуемая на радиальное движение потока жидкости в процессе 1, 2 и 3-й пульсаций.

Сравнение полученных в работе эмпирических и расчетных выражений для параметров пульсации полости и распределения энергии между про-

дуктами детонации и ударной волной в случае цилиндрической симметрии подводного взрыва подтверждает реальность уравнения (2) и позволяет сделать вывод о целесообразности использования значения коэффициента $\beta = 1$ вместо 0.75 перед $(dR/dt)^2$.

Поступила 7 V 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Кедринский В. К. Приближение Кирквуда—Бете для цилиндрической симметрии подводного взрыва.— ФГВ, 1972, № 1.
2. Кедринский В. К. О пульсации цилиндрической газовой полости в безграничной жидкости.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 8. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1971.
3. Коул Р. Подводные взрывы. М., ИЛ, 1950.
4. Кузнецов И. М., Шведов К. К. Изэнтропическое расширение продуктов детонации гексогена.— ФГВ, 1967, № 2.

УДК 539.374

РАСШИРЕНИЕ ГАЗОВОЙ ПОЛОСТИ В ХРУПКОЙ ПОРОДЕ С УЧЕТОМ ДИЛАТАНСИОННЫХ СВОЙСТВ ГРУНТА

С. З. Дунин, В. К. Сироткин

(Москва)

Экспериментальные данные [1, 2] о взрывах в горных породах показывают, что за фронтом ударной волны массовая скорость породы, раздробленной ударной волной, описывается зависимостью вида

$$v \sim r^{-n}, \quad n = 1,5-1,8.$$

Возможное объяснение такой зависимости можно связать с эффектом дилатансии в дробленой горной породе, который заключается в зависимости удельного объема от сдвиговых пластических деформаций [3].

Уравнение непрерывности и соотношения, накладывающие кинематические ограничения на компоненты скорости [1, 3]:

$$(1) \quad \frac{d\rho}{\rho} dt + \operatorname{div} v = 0,$$

$$I_1 - 2\Lambda \sqrt{I_2} = 0,$$

образуют замкнутую систему для определения скорости и плотности грунта за фронтом ударной волны. Здесь ρ , v , I_1 , I_2 — плотность, скорость, первый и второй инвариант (девиаторная часть) тензора скоростей деформации, Λ — скорость дилатансии.

Решение системы уравнений (1) в сферически-симметричном случае с $\Lambda = \text{const}$ приводит к следующей зависимости скорости и плотности от координат и времени:

$$(2) \quad v(r, t) = \lambda(t)/r^n,$$

$$\rho(r, t) = \rho(r_0)(r_0/r)^{2-n}, \quad n = (2 - \Lambda)/(1 + \Lambda),$$