

## ОБ УПРОЧНЕНИИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЛА

Г. Л. Линдин

(Новосибирск)

Целью экспериментальных исследований, результаты которых здесь описываются, является изучение таких пластических состояний, когда в одних направлениях имеет место нагружение, а в других — разгрузка, а также проверка пригодности предложенной в [1, 2] схемы пластического деформирования в этих состояниях. Обнаружено существование угловой точки на поверхности нагружения. Исследуется влияние пути нагружения на процесс развития этой точки. Нагружение типа двусосного растяжения создавалось в трубчатом образце из стали 45ХН под действием внутреннего давления и осевой силы. При этом отношение главных напряжений изменялось, а главные направления тензора напряжений оставались неподвижными в теле образца.

В качестве испытательных образцов использованы полые цилиндры, имевшие толщину стенки в рабочей части  $\delta=1$  мм, средний радиус  $R=15$  мм. Для обеспечения равенственности использована технология изготовления образцов, приведенная в [3]. Разница в толщине стенки не превышала  $\pm 0,01$  мм как по длине рабочей части, так и по окружности. Образцы обработаны термически при температуре  $720^\circ\text{C}$  в вакууме  $10^{-4}$  мм рт. ст. с выдержкой в течение 2,5 ч и остыванием вместе с печью в течение 5 ч.

Деформации измерялись тензometрами с индикаторами часового типа: продольные на базе 100 мм индикаторами с ценой деления 0,01 мм, поперечные — микронным индикатором. Радиальная деформация определялась с помощью гипотезы об упругом изменении объема, радиальное напряжение принималось равным нулю. Для исключения влияния ползучести измерения деформаций проводились после пятиминутной выдержки на каждой ступени нагружения. Модуль Юнга при одноосном растяжении  $E=21600$  кг/мм<sup>2</sup>, коэффициент Пуассона  $\nu=0,23$ , а при переходе к пластическому деформированию наблюдалась площадка текучести.

Рассмотрим напряженное состояние элемента с неподвижными главными направлениями тензора напряжений  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ . Главные касательные напряжения  $2T_{12}=\sigma_1 - \sigma_3$ ,  $2T_{13}=\sigma_1 - \sigma_2$ ,  $2T_{23}=\sigma_2 - \sigma_3$  связаны параметром Лоде  $\mu_\sigma$

$$T\mu_\sigma = T_{23} - T_{12}.$$

Для приращений этих касательных напряжений вводится параметр  $\mu_{\Delta\sigma}$

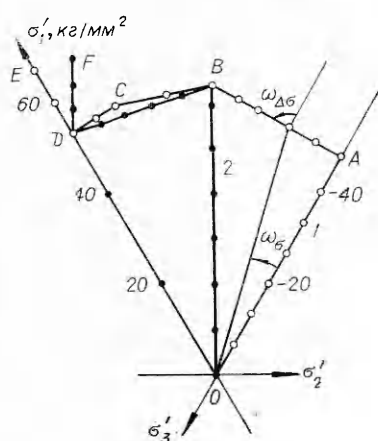
$$\Delta T\mu_{\Delta\sigma} = \Delta T_{23} - \Delta T_{12},$$

а для приращений пластических деформаций  $\Delta\varepsilon_\alpha^p$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) — параметр  $\mu_{\Delta\varepsilon}^p$

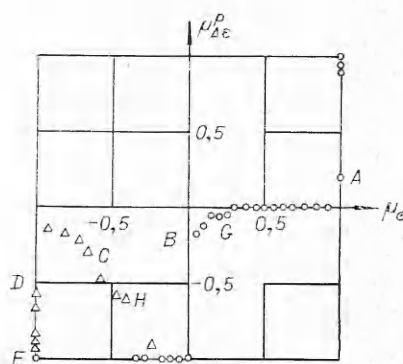
$$(1) \quad \mu_{\Delta\varepsilon}^p = \frac{2\Delta\varepsilon_2^p - \Delta\varepsilon_1^p - \Delta\varepsilon_3^p}{\Delta\varepsilon_1^p - \Delta\varepsilon_3^p}.$$

Если  $\Delta\varepsilon_1^p \geq \Delta\varepsilon_3^p \geq \Delta\varepsilon_2^p$ , то  $\mu_{\Delta\varepsilon}^p$  удобно вычислять по формуле

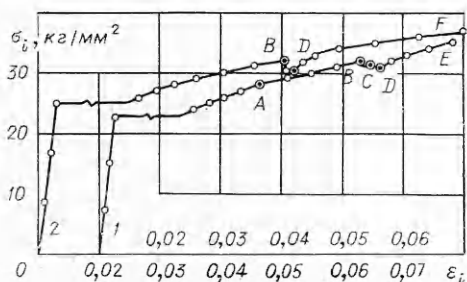
$$(2) \quad \mu_{\Delta\varepsilon}^p = \frac{2\Delta\varepsilon_3^p - \Delta\varepsilon_1^p - \Delta\varepsilon_2^p}{\Delta\varepsilon_1^p - \Delta\varepsilon_2^p}.$$



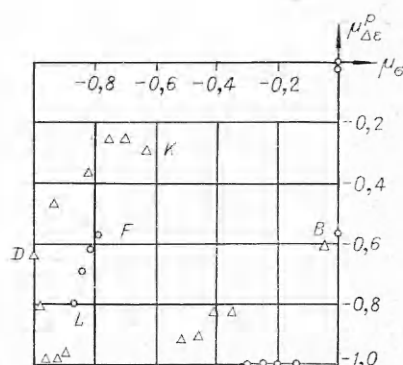
Ф и г. 1



Ф и г. 3



Ф и г. 2



Ф и г. 4

Следуя [4], введем интенсивность напряжений  $\sigma_i$ , интенсивность деформаций сдвига  $\epsilon_i$  и угол напряженного состояния  $\omega_\sigma$

$$(3) \quad \mu_\sigma = \sqrt{3} \operatorname{ctg}(\omega_\sigma + \pi/3).$$

Для  $\mu_{\Delta\sigma}$  и  $\mu_{\Delta\epsilon}^p$  рассматриваются углы  $\omega_{\Delta\sigma}$  и  $\omega_{\Delta\epsilon}^p$  по аналогии с (3). Углы  $\omega_\sigma$  и  $\omega_{\Delta\sigma}$  имеют ясный смысл на девиаторной плоскости (фиг. 1). С помощью угла  $\omega_{\Delta\sigma}$  можно установить направления линий постоянства касательных напряжений на девиаторной плоскости, которые в дальнейшем называются линиями  $T$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{23}$ ,  $(T + T_{12})/2$ ,  $(T + T_{23})/2$ . Эти направления указаны в табл. 1.

На фиг. 1 приведены траектории нагружения на девиаторной плоскости: для образца 1 —  $OABCDE$ , для образца 2 —  $OBDF$ . Значения  $\omega_{\Delta\sigma}$  для участков нагружения указаны в табл. 2.

Т а б л и ц а 1

Касательное напряжение	$T_1$	$T_{12}$	$T_{23}$	$\frac{T+T_{12}}{2}$	$\frac{T+T_{23}}{2}$
$\omega_{\Delta\sigma}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\pi$	$-\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$

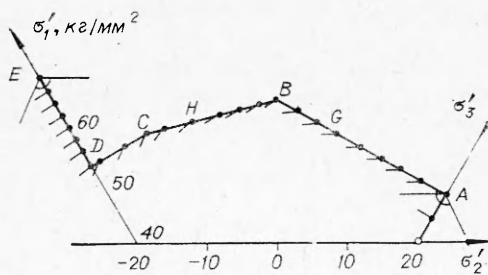
Таблица 2

Участок	OA	AB	BC	CD	DE	OB	BD	DF
$\omega_{\Delta\sigma}$	0	$\frac{\pi}{2}$	134°	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	139°	$\frac{\pi}{6}$

На фиг. 2 построены зависимости  $\varepsilon_i(\sigma_i)$  для траекторий нагружения, приведенных на фиг. 1. Эти зависимости обнаруживают качественное противоречие с классическим выводом деформационной теории о том, что характер пути нагружения не влияет на зависимость  $\varepsilon_i(\sigma_i)$ . Видно, что поверхность Мизеса не является поверхностью нагружения. Подобные выводы сделаны в [5], где изучались траектории нагружения с постоянной интенсивностью напряжений  $\sigma_i$ . В [1, 2] эти эффекты объясняются наличием таких состояний, когда в одних направлениях имеет место пластическое деформирование, а в других — разгрузка, т. е. анизотропией пластического состояния.

Рассмотрим более подробно характер пластического деформирования с помощью параметра  $\mu_{\Delta\varepsilon}^p$ . На фиг. 3, 4 приведены зависимости  $\mu_{\Delta\varepsilon}^p$  от  $\mu_{\sigma}$  для образцов 1, 2 соответственно, где кружки соответствуют значениям  $\mu_{\Delta\varepsilon}^p$  по (1), а треугольники — по (2). Степень изотропности образцов выяснялась путем определения значений  $1 - \mu_{\Delta\varepsilon}^p$  для образца 1 и  $-\mu_{\Delta\varepsilon}^p$  для образца 2 на участке пропорционального нагружения (в случае исходной изотропии образцов эти величины обращаются в нуль). Оказалось, что эти значения находятся в пределах 0—0,1 в первом случае и в пределах 0—0,02 — во втором, что говорит о наличии исходной анизотропии свойств образцов. Однако эти отклонения невелики в сравнении с обнаруженными при изломе траектории нагружения в точках A, B, D, а также в точке H на фиг. 3 и в точках B, K на фиг. 4, т. е. вектор приращений пластических деформаций резко меняет свое направление в зависимости от направления вектора приращений напряжений. В терминологии поверхности нагружения это означает существование угловой точки, в которой угол  $\omega_{\Delta\varepsilon}^p$  не определен и зависит от угла  $\omega_{\Delta\sigma}$ . Зная крайние значения  $\omega_{\Delta\varepsilon}^p$  и пользуясь гипотезой о нормальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности нагружения, оценим характер угловой точки подобно тому, как это делается в [6].

На фиг. 5 на девиаторной плоскости изображена траектория нагружения для образца 1, где приведены направления, перпендикулярные к вектору приращений пластических деформаций (кружок соответствует моменту появления площадки текучести). Изменение этого направления в точке A говорит о том, что проекция поверхности нагружения на девиаторной плоскости примыкает слева к точке A с углом  $\omega_{\Delta\sigma} = 2\pi/3$ . В силу симметрии поверхности нагружения относительно участка нагружения OA следует, что она примыкает справа к точке A с углом  $\omega_{\Delta\sigma} = -2\pi/3$ . Таким образом, проекция поверхности нагружения на девиаторной плоскости в точке A содержит



Фиг. 5

Таблица 3

Касательное напряжение	$T$	$T_{12}$	$T_{23}$	$\frac{T+T_{12}}{2}$	$\frac{T+T_{23}}{2}$
$\mu_{\Delta\sigma}^p$ (1)	0	-3	3	-1	1
(2)	-	0	-	-1	-

угловую точку, образованную линиями  $T$  и  $T_{23}$  (см. табл. 1).

Аналогично выясняется, что эта проекция поверхности нагружения примыкает слева к точке  $B$  с углом  $\omega_{\Delta\sigma} = 5\pi/6$ , т. е. образована линией  $(T + T_{12})/2$ , а к точке  $C$  — с углом  $\omega_{\Delta\sigma} = \pi$ , т. е. образована линией  $T_{12}$ . Из проведенного анализа поверхности нагружения видно, что характер угловой точки существенно зависит от вида напряженного состояния  $\mu_{\sigma}$ .

В работах [1, 2] предлагается механическая схема неупругого деформирования тела, в которой пластическая деформация представляется как последовательность сдвигов по площадкам действия главных касательных напряжений  $T$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{23}$ , называемых площадками скольжения  $T$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{23}$ . Пользуясь этой схемой, результатами фиг. 3 и табл. 3, где приведено соответствие между площадками скольжения и значениями  $\mu_{\Delta\sigma}^p$  в форме (1), (2), можно распознавать, по каким площадкам осуществляются сдвиги. Так, например, на участке нагружения  $AG$  (см. фиг. 3) осуществляются сдвиги по площадкам скольжения  $T$  (поверхность нагружения образована линией  $T$ ). В этом случае удобно представить произвольное догружение в виде [1]

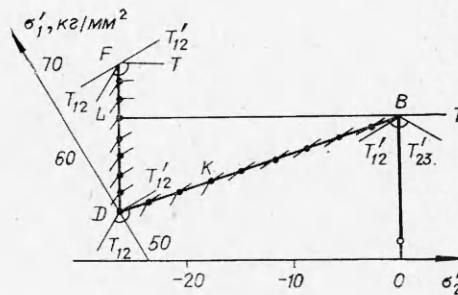
$$(4) \quad \begin{pmatrix} \Delta\sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta\sigma_3 \end{pmatrix} = \Delta\sigma_n \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \Delta T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \Delta\sigma'_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $2\Delta\sigma_n = \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3$ ,  $\Delta\sigma'_2 = \Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_n$ . В формуле (4) только второй тензор в правой части связан с пластической деформацией.

На участке нагружения  $CD$  сдвиги происходят по площадкам скольжения  $T_{12}$  (поверхность нагружения образована линией  $T_{12}$ ). В этом случае разложение (4) удобно проводить по  $\Delta T_{12}$ .

Аналогичным образом можно заключить, что на участке нагружения  $BH$  осуществляются сдвиги по площадкам скольжения  $T'_{12} = (T + T_{12})/2$ , а на участке  $HC$  и  $DE$  — по площадкам скольжения  $T_{12}$  и  $T_{12}$  одновременно. При этом по площадкам скольжения  $T$  наступает разгрузка с упрочнением, т. е. эти площадки не дают вклада в пластическую деформацию. Таким образом, на рассмотренных участках нагружения по одним площадкам скольжения осуществлялись пластические сдвиги, а по другим — разгрузка с упрочнением. При этом интенсивность напряжений  $\sigma_i$  уменьшалась.

На фиг. 6 показан характер пластического деформирования в терминах поверхности нагружения



Фиг. 6

ния для образца 2 (кружок соответствует моменту появления площадки текучести). При этом использовалась схема деформирования [1, 2], результаты фиг. 4 и соображения о симметрии поверхности нагружения относительно участка нагружения  $OB$ . Например, точка  $B$  является угловой точкой поверхности нагружения, образованной линиями  $T'_{12} = (T + T_{12})/2$ ,  $T'_{23} = (T + T_{23})/2$ . На отрезке  $BK$  поверхность нагружения образована линией  $T'_{12}$  (по площадкам скольжения  $T$ ,  $T'_{23}$  происходит разгрузка с упрочнением). Точка нагружения  $K$  снова становится угловой точкой поверхности нагружения (осуществился сдвиг по площадкам скольжения  $T_{12}$ ), образованной линиями  $T'_{12}$  и  $T_{12}$ , а в точке  $L$  поверхность нагружения образована линиями  $T_{12}$  и  $T$  (осуществился сдвиг по площадкам скольжения  $T$ ).

Таким образом, развитие угловой точки, обнаруженной на поверхности нагружения, вполне удовлетворительно описывается механической схемой [1, 2], дополненной площадками скольжения  $T'_{12}$ ,  $T'_{23}$ . Это позволяет сделать следующие выводы: 1) точка нагружения является угловой точкой на поверхности нагружения; 2) упрочнение не изотропное, а существенно зависит от вида напряженного состояния  $\mu\sigma$ ; 3) это упрочнение вполне удовлетворительно описывается механической схемой пластического деформирования [1, 2], дополненной площадками скольжения  $T'_{12}$ ,  $T'_{23}$ .

Автор выражает благодарность Е. И. Шемякину за руководство работой, В. М. Жигалкину, Г. Ф. Боброву и Н. С. Адигамову за участие в проведении опытов.

Поступила 14 VII 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шемякин Е. И. Анизотропия пластического состояния.— В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 4. Изд. Вычисл. центра СО АН СССР, 1973, № 4.
2. Христианович С. А. Деформация упрочняющегося пластического материала.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1974, № 2.
3. Жуков А. М. Сложное нагружение и теории пластичности изотропных металлов.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1955, № 8.
4. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М., «Наука», 1969.
5. Жуков А. М. Некоторые особенности поведения металлов при упругопластическом деформировании.— В кн.: Вопросы теории пластичности. М., Изд-во АН СССР, 1961.
6. Филипс Э. Конические точки на поверхности текучести.— Сб. пер. Механика, 1961, № 4.