

ДВИЖЕНИЕ ПРОВОДЯЩЕГО ПОРШНЯ В КАНАЛЕ С ПЕРЕМЕННОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

В. В. Полюдов, В. М. Титов, Г. А. Швецов

(Новосибирск)

Рассматривается движение проводящего поршня в канале МГД генератора кондукционного типа со сплошными электродами. Получены формулы для расчета энергетических характеристик импульсного МГД генератора при различных режимах работы. Показано, что в МГД генераторе при значениях магнитного числа Рейнольдса $Re_m = \mu_0 \sigma u_0 l \gg 1$ (μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, σ — электропроводность поршня, u_0 — начальная скорость, l — характерный размер) энергия, переданная в омическую нагрузку, может существенно превысить значения, полученные в [1, 2]. Обсуждаются условия получения высокого коэффициента преобразования кинетической энергии поршня в электрическую при предельном значении отношения последней к энергии начального магнитного поля в канале генератора.

В работах [1,2] проведен анализ энергетических характеристик импульсных МГД генераторов с $Re_m \gg 1$.

В [1] утверждается, что изменение магнитного поля в канале МГД генератора при движении в нем плазмы с $Re_m \gg 1$ приводит к максимальной величине тормозящего давления $2B_0^2/\mu_0$ (B_0 — начальное магнитное поле).

Из этого следует, что мощность и энергия ограничены соответственно $4W_0 u_0/l_0$ и $4W_0$ (W_0 — энергия начального магнитного поля, l_0 — длина генератора).

В [2] при анализе магнитокумулятивного генератора с омической нагрузкой делается вывод, что энергия, выделенная на активной нагрузке $R_1 = \text{const}$, имеет максимум, который равен $W_0 \ln N$, где $N = L_0/L_1$ — отношение начальной индуктивности канала генератора к индуктивности нагрузки.

Выводы работ [1,2] требуют уточнения, так как они цитируются, например, в [3-6], а детальный анализ энергетических характеристик импульсных МГД генераторов в литературе отсутствует. В настоящей работе основные энергетические соотношения в импульсных МГД системах рассмотрены на простой электротехнической модели¹.

1. Рассмотрим работу линейного МГД генератора, электроды которого, замкнутые через индуктивно-омическую нагрузку, включены в цепь источника начальной энергии — батареи конденсаторов. В момент максимума тока разряда I_0 движущийся проводящий поршень замыкает электроды; источник начальной энергии отключается и в дальнейшем не рассматривается. Индуктивность контура в момент замыкания L_0 , в произвольный момент времени

$$L(t) = \begin{cases} L_0 - \int_0^t \dot{L} dt & (t \in [0; T]) \\ L_1 + L_2 & (t \geq T) \end{cases}$$

¹ На ошибочность выводов в [1] обратил внимание одного из авторов В. С. Соколов.

Здесь T определяется из уравнения

$$\int_0^T u(t) dt = l_0$$

\dot{L} — скорость изменения индуктивности, L_2 — внутренняя индуктивность генератора, L_1 — индуктивность нагрузки.

Сумма напряжений и баланс энергии для такой цепи имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{d}{dt}(L(t)I(t)) + I(t)R = 0 \quad (R = R_1 + R_2)$$

$$(1.2) \quad \frac{L_0 I_0^2}{2} + (E(0) - E(t)) = \frac{LI^2}{2} + \int_0^t I^2 R dt = W + \varepsilon$$

где E — кинетическая энергия движущегося поршня, R_2 — внутреннее сопротивление генератора, R_1 — сопротивление нагрузки.

В приведенных соотношениях R_1 , R_2 , \dot{L} переменны во времени и являются функциями генерируемой энергии и положения поршня внутри генератора. Поэтому получить решения уравнений (1.1), (1.2) для общего случая в виде точного выражения через элементарные функции не представляется возможным. Однако, если предположить, что указанные величины являются постоянными, уравнение (1.1) допускает простое решение и W и ε могут быть вычислены.

Полагая

$$(1.3) \quad \dot{L} = \text{const}, R_1 = \text{const}, R_2 = \text{const}$$

получим для $t \in [0; T]$

$$(1.4) \quad I = I_0 N(t)^{1-1/\gamma}$$

где $N(t) = L_0/L(t)$ — коэффициент изменения индуктивности контура, а $\gamma = \dot{L}/R$.

Для $t > T$ деформация контура отсутствует ($\dot{L} = 0$) и ток в цепи L_* ; R находим из уравнения

$$(1.5) \quad L_* dI/dt + IR = 0$$

$$I = I_* \exp[-RL_*^{-1}(t - T)] = I_0 N_*^{1-1/\gamma} \exp[-RL_*^{-1}(t - T)]$$

Значения, которые принимают величины L , I , N , W в момент времени T , обозначим L_* , I_* , N_* , W_* .

Из (1.4) следует, что ток в цепи возрастает при $\gamma > 1$ и убывает при $\gamma < 1$, причем скорость убывания увеличивается при $\gamma \rightarrow 0$.

Пусть при $t \in [0, T]$ имеет место $\gamma > 1$, тогда на кривой зависимости тока от времени можно выделить три фазы. Первая фаза до $t = 0$ определяется источником начальной энергии, обеспечивающим ток I_0 .

Во второй фазе от 0 до T происходит рост тока в контуре, в третьей фазе для $t > T$ ток экспоненциально убывает.

Энергия, выделившаяся на сопротивлении нагрузки R_1 , после замыкания поршнем электродов генератора

$$\varepsilon' = \varepsilon_2' + \varepsilon_3'$$

Индексы 2, 3 обозначают соответствующую фазу процесса

$$(1.6) \quad \varepsilon_2' = \int_0^T I_2^2 R_1 dt = \begin{cases} W_0 \frac{2k}{\gamma-2} (N_*^{1-2/\gamma} - 1) & (\gamma \neq 2) \\ kW_0 \ln N_* & (\gamma = 2) \end{cases}$$

$$(1.7) \quad \varepsilon_3' = \int_T^{T+t_3} I_3^2 R_1 dt = kW_*' \left[1 - \exp\left(-\frac{2R}{L_*} t_3\right) \right]$$

($k = R_1 / (R_1 + R_2)$, $W_0 = L_0 I_0^2 / 2$)

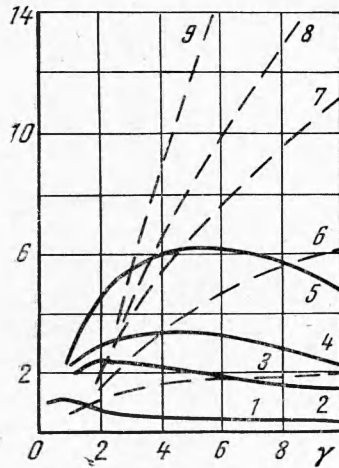
$$(1.8) \quad W_*' = W_0 N_*^{1-2/\gamma}$$

где W_*' — энергия магнитного поля контура при $t = T$, k — коэффициент нагрузки.

Интересно отметить, что при произвольном характере изменения $L'(t)$ и $R(t)$, значения I_* , ε_2' и W_*' по-прежнему определяются (1.4), (1.6) (1.8), если

$$\dot{L}(t)/R(t) = \gamma = \text{const } t \in [0; T]$$

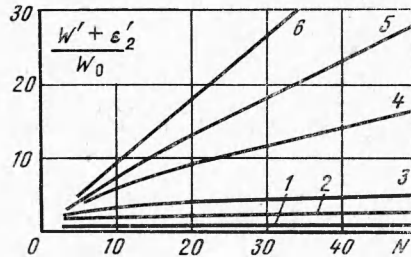
На фиг. 1 приведены графики, иллюстрирующие зависимость ε_2'/W_0 (сплошная линия) и W_*'/W_0 (пунктир) от γ при заданных N_* и $k = 1$, на фиг. 2 графики зависимости $(W_*' + \varepsilon_2')/W_0$ от N_* при заданных γ и $k = 1$.



Фиг. 1

На фиг. 1 каждая пара кривых (1, 3), (2, 6), (4, 7) и (5, 8) соответствует $N_* = 2, 10, 20, 50$.

На фиг. 2 кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6 соответствуют γ , равной 0,1, 1, 2, 5, 10, 50.



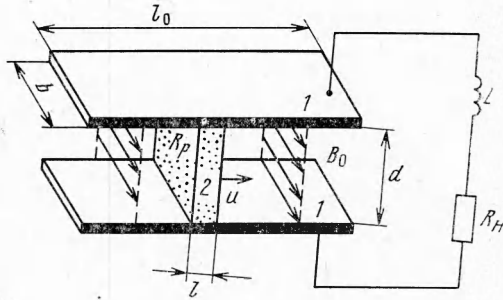
Фиг. 2

Из (1.6)–(1.8) и фиг. 1, 2 следует, что для $\gamma \leq 1$ энергия системы не превышает $2W_0$. Для $\gamma \leq 2$ $\varepsilon_2' \leq W_0 \ln N_*$. $W_*' \leq W_0$.

Для заданного N_* существует γ , при котором ε_2' максимально, причем при $\gamma > 2$, начиная с некоторого N_* , этот максимум может значительно превысить $W_0 \ln N_*$. При $\gamma \gg 2$ энергия в системе увеличивается в основном за счет энергии магнитного поля. При этом прирост энергии ограничен отношением начальной индуктивности к индуктивности L_* . В дальнейшем считаем $L_1 \gg L_2$. При $R_1 \gg R_2$ энергию W_*' можно передать в активную нагрузку, если время съема энергии в третьей фазе больше времени релаксации контура L_1, R_1

$$(1.9) \quad t_3 \gg L_1/R_1 = \tau$$

В этом случае $\varepsilon_3' \approx W_*'$ и полная энергия, переданная в нагрузку $R_1 = \text{const}$, $\varepsilon' \approx \varepsilon_2' + W_*'$.



Фиг. 3

2. Рассмотрим движение проводящего поршня в МГД канале постоянного сечения, находящемся во внешнем магнитном поле B_0 (1 — электроды, 2 — проводящий поршень на фиг. 3). Условия (1.3) по-прежнему считаем выполненными. Сумма напряжений для рассматриваемой цепи

$$(2.1) \quad \frac{d}{dt}(LI) + IR = u_0 B_0 d$$

С учетом начальных данных ($I|_{t=0} = 0$) для $t \in [0; T]$ получим

$$(2.2) \quad I = \begin{cases} B_0 b l_0^{-1} \ln N(t) & (\gamma = 1) \\ \frac{B_0 b}{\mu_0} \frac{1}{1 - 1/\gamma} (N^{1-1/\gamma} - 1) & (\gamma \neq 1) \end{cases}$$

Для $t > T$

$$(2.3) \quad I = I_* \exp(-RL_*^{-1}(t - T))$$

Энергия, переданная в активную нагрузку R_1

$$\varepsilon'' = \int_0^T I^2 R_1 dt + \int_T^{T+t_3} I_*^2 R_1 dt = \varepsilon_2'' + \varepsilon_3''$$

(индексы 2, 3 употребляем в целях единства обозначений)

$$(2.4) \quad \varepsilon_2'' = \begin{cases} 4W_0 k \left(1 - \frac{\ln^2 N_* + 2 \ln N_* + 2}{2N_*} \right) & (\gamma = 1) \\ 4W_0 k \left[1 - 4 \left(1 - \frac{1}{N_*^{1/2}} \right) - \frac{1}{N_*} + \ln N_* \right] & (\gamma = 2) \\ \frac{2W_0 k \gamma}{(\gamma - 1)^2} \left[\frac{\gamma}{\gamma - 2} (N_*^{1-2/\gamma} - 1) - 2\gamma \left(1 - \frac{1}{N_*^{1/\gamma}} \right) + \left(1 - \frac{1}{N_*} \right) \right] & \gamma \neq 1, 2 \end{cases}$$

$$(2.5) \quad \varepsilon_3'' = kW_*'' [1 - \exp(-2RL_*^{-1}t_3)]$$

$$(2.6) \quad W_*'' = \begin{cases} W_0 N_*^{-1} \ln^2 N & (\gamma = 1) \\ \frac{W_0 \gamma^2}{(\gamma - 1)^2} [N_*^{1-2/\gamma} - 2N_*^{-1/\gamma} + 1/N_*] & (\gamma \neq 1) \end{cases}$$

где $W_0 = B_0^2 V_0 / 2 \mu_0$ — энергия начального магнитного поля, V_0 — полезный объем МГД канала.

На фиг. 4 изображена зависимость ε_2''/W_0 (сплошная линия) и W_*''/W_0 (пунктир) от γ при заданных значениях N_* и $k = 1$. Для ε_2'' , так же как и для ε_2' , характерен максимум, хотя он достигается при меньших γ . По абсолютной величине $\varepsilon_{2\max}''$ незначительно превышает $\varepsilon_{2\max}'$.

Если t_3 удовлетворяет условию (1.9) и $R_1 \gg R_2$, то $\varepsilon_3'' \approx W_*''$ и полная энергия, переданная в активную нагрузку $R_1 = \text{const}$ равна $\varepsilon'' = \varepsilon_2'' + W_*''$.

Таким образом, в рассмотренных схемах для получения максимального отношения ε/W_0 необходимо первоначально осуществить преобразование кинетической энергии поршня в электромагнитную при максимально воз-

можном γ , а затем при минимальном γ (в пределе при $\gamma = 0$) передать ее активной нагрузке. Так как

$$\gamma = \dot{L}/R = (1 - K) \mu_0 \sigma u_0 \delta = (1 - k) \text{Re}_m \delta / l$$

то все определяемые величины в формулах (1.4)–(1.8), (2.2)–(2.6) можно рассматривать как функции магнитного числа Рейнольдса Re_m , рассчитанного по длине поршня l (δ — эффективная глубина токового слоя в поршне, $\delta \leq l$).

Приведенный анализ показывает, что в импульсном МГД генераторе с $\gamma \gg 1$ ($\text{Re}_m = \gamma (1 - k)^{-1} l / \delta \gg 1$) энергия, которая передается в активную нагрузку, может существенно превысить значения, полученные в [1, 2].

При $\text{Re}_m \ll 1$ формулы для тока (2.2) и энергии (2.4) переходят в хорошо известные выражения

$$I \leq B_0 b \mu_0^{-1} (1 - k) \text{Re}_m$$

$$\varepsilon = 2W_0 k (1 - k) \text{Re}_m = Pl_0 / u_0 \quad (P = \sigma u_0^2 B_0^2 k (1 - k) b dl)$$

где P — мощность в активной нагрузке МГД генератора.

3. В реальных генераторах, как отмечалось выше, $\dot{L} \neq \text{const}$, поэтому получить решения уравнений (1.1), (2.1) в замкнутой форме не представляется возможным. Однако для расчетов можно представить процесс преобразования энергии как сумму временных интервалов, в каждом из которых $\dot{L} = \text{const}$. В каждом интервале формулы для тока и энергии аналогичны полученным в данной работе. Очевидно, что в системах, в которых \dot{L} является убывающей функцией, для одних и тех же значений R_1 , R_2 и N_*

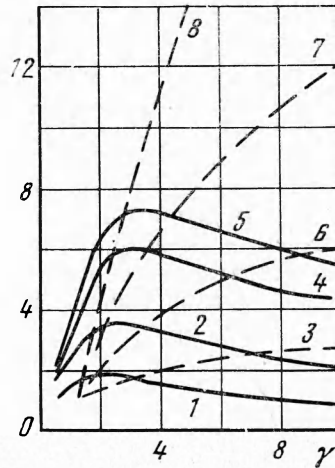
$$\frac{\varepsilon[\gamma(0)]}{W_0} > \frac{\varepsilon[\gamma(t)]}{W_0} > \frac{\varepsilon[\gamma(T)]}{W_0}$$

В общем случае \dot{L} является функцией скорости поршня и геометрических размеров канала генератора. Для генератора с постоянным поперечным сечением условие $\dot{L} = \text{const}$ эквивалентно требованию $u(t) \approx u_0 = \text{const}$.

Очевидно, что если скорость поршня в процессе преобразования остается почти постоянной, то в электрическую энергию будет переходить лишь сравнительно малая доля кинетической энергии, поэтому коэффициент полезного действия генератора

$$\eta = (E_0 - E_*) / E_0$$

будет не велик. При уменьшении скорости поршня η увеличивается, но это приводит к убыванию \dot{L} и в итоге к уменьшению ε / W_0 . Здесь проблема получения одновременно максимальных значений η и ε / W_0 не рассматривается. Отметим только, что указанное требование можно удовлетворить, если уменьшение скорости поршня скомпенсировать соответствующим изменением геометрических размеров канала генератора.



Фиг. 4

