

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зезин Ю. П., Козырев Ю. И., Малинин Н. И. Влияние скорости деформирования на механические свойства полимерных материалов на основе целлюлозы // МКМ.— 1983.— № 6.
2. Калмыков Ю. Б., Канель Г. И., Пархоменко И. П. и др. Поведение резины в ударных волнах и волнах разрежения // ПМТФ.— 1990.— № 1.
3. Murri W. J., Curran D. R., Seaman L. Fracture model for energy propellant // Shock Waves in Condensed Matter — 1981.— N. Y.: AIP, 1982.
4. Зезин Ю. П., Козырев Ю. И., Малинин Н. И. и др. Испытательные машины для испытания полимерных материалов, созданные в отделе пластичности НИИ механики МГУ // Всесоюз. науч.-техн. симпози. «Методы и техника экспериментального исследования механических свойств пластмасс».— М., 1976.
5. Романов Г. С., Сметанников А. С. Моделирование плоского сильноточного разряда. Расчет динамики разряда в МГД-приближении // ТВТ.— 1990.— Т. 28, № 2.
6. Зельдович Я. Б. Цилиндрические автомоделные акустические волны // ЖЭТФ.— 1957.— Т. 33, вып. 3(9).
7. Свиридов В. А., Глушак Б. Л., Новиков С. А. и др. Особенности поведения полиметилметакрилата при импульсных нагрузках // ЖТФ.— 1983.— Т. 53, вып. 5.
8. Рыбаков А. П. Исследование откольного разрушения конденсированных тел // ПМТФ.— 1981.— № 5.

г. Сергиев Посад

Поступила 13/XI 1990 г.,  
в окончательном варианте — 17/XII 1991 г.

УДК 539.37

А. П. Бобряков, А. Ф. Ревуженко

### СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ РЕГУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ В ДЕФОРМИРУЕМОЙ ОБЛАСТИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

В механике всегда был большой интерес к процессам, в которых так или иначе возникают структуры. Классические примеры таких процессов — формирование ячеек Бенара при конвективном всплывании слоя жидкости, вихрей Тейлора в сдвиговых течениях между коаксиальными цилиндрами, образование регулярной системы вихрей в стратифицированном сдвиговом течении (неустойчивость Кельвина — Гельмгольца) и др. [1]. Механика горных пород и сыпучих сред также дает много интересных подобных примеров. Наверное, все наблюдали системы полигональных трещин, образующихся при высыхании земли после дождя. Здесь может формироваться иерархия структур, когда образуются большие блоки с одним масштабом, затем они делятся на блоки с меньшим масштабом и т. д. Для горных пород такая ситуация типична [2].

Регулярные структуры могут возникать и в сыпучей среде. Возьмем самую простую ситуацию — однородный сдвиг образца сыпучего материала. Фактически речь идет о течении Куэтта между параллельными пластинами. Его можно реализовать на специальном приборе однородного сдвига (необходимость в этом связана с тем, что в отличие от вязких жидкостей для сыпучих материалов условия прилипания на границе нет). При малых сдвигах течение носит плоскопараллельный характер, а затем в материале формируется пространственная и довольно упорядоченная структура. Весь материал разбивается на отдельные ячейки, и сдвиг локализуется на их границах [3].

В зависимости от свойств среды и условий нагружения структура может носить пространственный, временной или смешанный характер. Вообще все процессы течения жидкостей и других более сложных сред (для краткости сюда включим и процессы деформирования твердых тел) можно разбить на три больших класса: 1) процессы, в которых формирования структур не происходит; 2) процессы с образованием структур;

3) остальные процессы. Это, конечно, нестрогая классификация, но сейчас ее вполне достаточно.

Поставим такую задачу: можно ли описать второй класс течений более-менее конструктивно? Ясно, что само течение, его характер зависят от реологии среды (т. е. материала), условий и режимов нагружения (начальных и краевых условий, а также массовых сил). Указанные параметры можно отнести к управляющим. Параметры, связанные с реакцией среды (скорость диссипации энергии, распределения напряжений и деформаций, сам факт формирования структур и ее характеристики), являясь управляемыми. Тогда поставленную задачу сформулируем иначе: из всего множества сочетаний управляющих параметров выделить класс, который приводит к формированию структур.

Как и в [4], рассмотрим структуры не как статическую данность, а как нечто, возникающее в процессе эволюции системы, в нашем случае системы деформируемая среда — внешние условия. Пусть  $T$  — скалярный параметр, который характеризует мгновенное состояние системы (например,  $T$  может быть интенсивностью нагружения, сдвигом и т. д.) и играет роль физического или какого-то внутреннего времени. Всегда можно нормировать  $T$  так, чтобы начальному состоянию соответствовало  $T = 0$ , развитию процесса — увеличение  $T$ , а формированию структур — значения от  $T^*$  до  $T^0$ .

В такой постановке исходную задачу можно записать следующим образом: каким условиям должен удовлетворять процесс при  $T < T^*$ , или, иными словами, из каких течений и процессов деформирования могут появиться достаточно регулярные структуры. Данная задача проще, чем исходная, так как она относится к описанию некоторого класса обычных течений без структур (базовых течений).

Регулярность структуры указывает на ее некоторую инвариантность в пространстве. Фактически это приводит к тому, что распределения напряжений, деформаций, локальной диссипации энергии приобретают более-менее периодический характер. Поэтому в целом процесс со структурой в определенном смысле однородный, пространственно-инвариантный. Такой взгляд приводит к следующей идее: течение, которое предшествует возникновению структуры, должно быть как можно более однородным по пространству. В идеале это течение, в котором напряжения, деформации, а значит, и их скорости от пространственных координат не зависят. Такого признака уже достаточно для точного описания соответствующего класса течений, частично оно сделано в [5]. В класс [5] попали, конечно, хорошо известные течения (например, Куэтта между параллельными пластинами). Но оказалось, что, несмотря на почти тривиальность постановки задачи, здесь обнаружили новые течения, в том числе и вполне доступные для реализации.

В [5] однородные течения рассматривались в связи с возможностью использования их для реометрических исследований. И главным там было сохранение однородности течения, т. е. выдерживание таких режимов, когда  $T < T^*$ . Здесь задача в определенном смысле противоположная — создать условия, когда течение эволюционирует за предельное значение  $T^*$ . Анализ проще сделать, если обратиться к условиям единственности. В [5] показано, что однородное течение единственное, если сохраняются устойчивость деформируемого тела, а также реологическая устойчивость материала; отсутствуют инерционные и другие массовые силы; материал однороден. Последнее будем предполагать и ниже, так как структуры, связанные с неоднородностью среды, а значит, заложенные в скрытом виде изначально, интереса не представляют. Таким образом, если указанные выше условия единственности нарушаются, можно ожидать появления регулярных структур.

Пусть на границе заданы краевые условия, соответствующие однородному течению, и режим нагружения выводит  $T$  за диапазон  $(0, T^*)$ . В этом случае совсем безразлично, каким именно образом задаются условия на границе. Поясним на конкретном примере. Пусть базовый

процесс деформирования сводится к одноосному растяжению стержня  $0 \leq x \leq L$ ,  $|y| \leq h/2$  ( $x, y$  — декартовы координаты,  $L, h$  — длина и ширина стержня ( $h \ll L$ ), деформация плоская). Компоненты перемещений имеют вид

$$(1) \quad u = \frac{u^0}{L} x, \quad v = -\nu \frac{u^0}{L} y$$

( $u^0$  — перемещение конца  $x = L$ ,  $\nu$  — характеристика материала). Такой процесс можно реализовать очень просто: на конце стержня  $x = L$  приложить растягивающую силу  $P = P(u^0)$ , а боковые поверхности  $|y| = \pm h/2$  оставить свободными от напряжений. Однако легко видеть, что в данном случае при переходе через критическое состояние никакой структуры, как правило, не будет. Предположим для определенности, что критическому состоянию отвечает переход диаграммы  $P - u^0$  на ниспадающую ветвь. Тогда любое возмущение (например, ширины  $h$ ) приведет к тому, что стержень разделится только на две части.

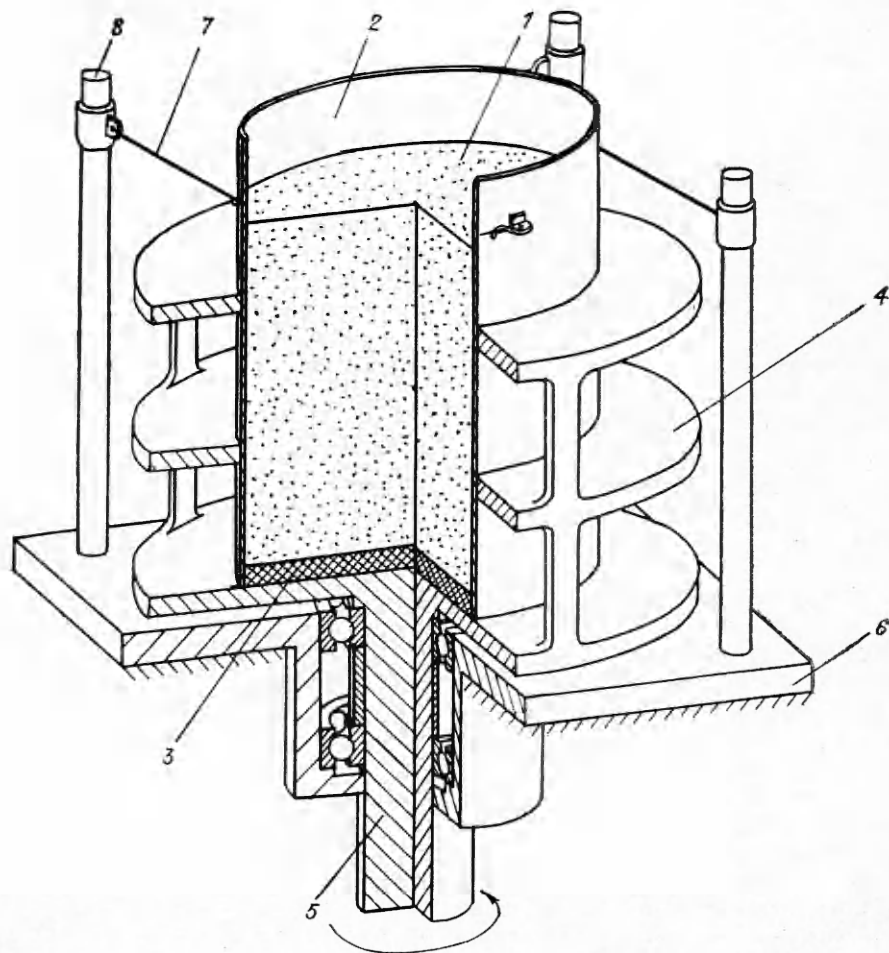
То же самое одноосное растяжение можно реализовать по-другому: путем задания на всей замкнутой границе  $x = 0, L$ ,  $|y| \leq h/2$  и  $y = \pm h/2$ ,  $0 \leq x \leq L$  вектора смещений (1). В докритическом состоянии результат тот же, что и при заданных на границе напряжениях. Однако при переходе через  $T^*$  ситуация принципиально иная. Возмущения на всю длину распространяться не будут, и стержень разделится на части довольно регулярной системой трещин (близкая задача рассматривалась в [6]). Таким образом, для наших целей условия на границе должны быть как можно ближе ко второму типу (жесткое нагружение).

Итак, способ реализаций течений со структурой можно свести к следующей последовательности операций: 1) выбирается определенное базовое однородное течение (например, из класса [5]); 2) выбирается исходная конфигурация деформируемой области и по ней определяются соответствующие краевые условия; 3) создается устройство нагружения, которое реализует граничные условия как можно более жестким образом; 4) реология материала, параметры нагружения, а возможно, и конфигурация границы (по п. 2) выбираются так, чтобы в определенный момент условия единственности однородного распределения деформаций и напряжений нарушались.

Здесь уместно рассмотреть одно обобщение. Можно естественным образом расширить класс базовых течений, ослабив несколько требования к их однородности. Например, не требовать, чтобы деформации в базовом течении не зависели от всех трех координат  $x, y$  и  $z$ , а, скажем, потребовать, чтобы не было зависимости только от  $x, y$ . Далее, также не требовать точного выполнения граничных условий, которые следуют из однородности деформаций (тем более, что при точной реализации их возникают большие трудности).

Таким образом, в результате осуществления указанного алгоритма получаем течения с определенной регулярной структурой. В частных случаях это доказывается теоретически (см. [6, 7]). В общем случае доказательство, по-видимому, невозможно. Достаточно сослаться на то, что известные структуры и, главное, способы их реализации в указанный алгоритм укладываются. Используя его, можно получать новые виды регулярных структур.

Рассмотрим ряд примеров. В качестве базового выберем плоское эллиптическое течение [5, 8]. Оно представляет собой наложение последовательности течений Куэтта между параллельными пластинами. Полная однородность деформаций обеспечивается, если на границе эллиптической области задать кеплеровское распределение скоростей:  $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) = 0$ ,  $\mathbf{v} \times \mathbf{r} = \text{const}$  ( $\mathbf{n}$  — нормаль к границе,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор из центра эллипса). Для практической реализации удобно воспользоваться обобщением и последнее граничное условие заменить на близкое к нему:  $|\mathbf{v}| = \text{const}$ . Таким образом, на границе эллиптической области должны



Р и с. 1

выполняться кинематические условия

$$(2) \quad (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) = 0, \quad |\mathbf{v}| = \text{const.}$$

Устройство для реализации (2) показано на рис. 1. Образец материала 1 помещается в гибкую цилиндрическую камеру 2. Боковая поверхность камеры представляет собой оболочку из упругого тонколистового металла. Дно камеры закрыто равномерно растянутой резиной 3 и скреплено с внутренней поверхностью оболочки. Нагружающее устройство представляет собой жесткие пластины-шаблоны 4 с соосными эллиптическими вырезами. В них вставляется цилиндрическая камера. Так как длина эллиптических вырезов равна длине границы поперечного сечения камеры, то после установки камера приобретает форму эллиптического цилиндра. Пластины-шаблоны охватывают оболочку в двух сечениях по высоте и закрепляются на оси 5 через подшипники, установленные на основании 6. Нагружение проводится путем вращения шаблонов от электропривода (на рис. 1 не показан) относительно неподвижной камеры. Вращающий момент трения, возникающий на поверхности камеры, компенсируется гибкими тягами 7, прикрепленными к неподвижным стойкам 8.

Степень жесткости нагружения в определенной мере зависит от выбора материала. Рассмотрим деформирование образцов из сухого и водонасыщенного песка. Тогда условие  $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) = 0$  выполняется, а  $|\mathbf{v}| = \text{const}$  фактически заменяется на условие внешнего сухого трения  $|\tau_n| \leq -f\sigma_n$  ( $\tau_n$ ,  $\sigma_n$  — касательное и нормальное напряжения,  $f$  — коэффициент внешнего трения). Если неравенство строгое, то условие  $|\mathbf{v}| =$

$= \text{const}$  выдерживается точно, если же имеет место равенство, то вдоль оболочки возможно скольжение. В целом предложенный способ нагружения является достаточно жестким.

Обратимся к выбору материала. Сухой песок удовлетворяет сформулированным выше требованиям только в случаях, когда реализуются значительные сдвиги. В способе нагружения (2) характерный сдвиг оценивается величиной  $(1 - K)$  ( $K = b/a$  — коэффициент сжатия эллипса,  $b$ ,  $a$  — его полуоси). Эксперименты показывают, что при малых  $(1 - K)$  процесс деформирования действительно носит гладкий устойчивый характер и никаких структур не возникает. При этом упаковка частиц, распределение напряжений и скоростей переходят в стационарное состояние. С увеличением деформаций  $(1 - K)$  и переходом их через критическое значение картина резко меняется. В материале формируется система линий скольжения, затем она вследствие конвективного поворота перестает функционировать, образуется новая и т. д. Эти системы выделяются в материале определенные структурные ячейки [9].

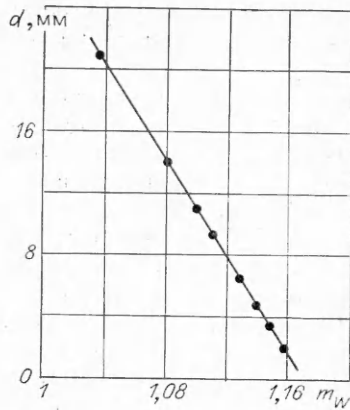
Реология водонасыщенного песка также удовлетворяет указанным выше требованиям. По сравнению с сухим песком здесь существенно сцепление. Поэтому критические деформации уменьшаются и, кроме того, становятся возможными как линии скольжения, так и трещины нормального разрыва. Значит, если в однородном процессе достичь критических деформаций, однородность неизбежно нарушится.

Опыты проводились в следующей последовательности. Сначала в камеру помещался образец из сухого песка и проводилось нагружение до перехода упаковки в стационарное состояние. При этом параметры выбирались так, чтобы никаких структур не возникало ( $K = 0,91$ ,  $a = 60,8$  мм,  $b = 55,3$  мм). Использовался кварцевый песок с размером частиц 0,3 мм, вес образца 545 г, в стационарном состоянии объем образца  $V = 320$  см<sup>3</sup>, пор  $V_p = 115$  см<sup>3</sup>, пористость 36 %.

После достижения стационарного состояния нагружение прекращалось и в образец вводилась жидкость. Во всех опытах ее объем  $V_{ж}$  превосходил  $V_p$ , т. е. в исходном состоянии коэффициент насыщения  $m_w = V_{ж}/V_p > 1$ . Поэтому перед деформированием на поверхности образца всегда оставался слой избыточной жидкости. Затем начиналось нагружение уже водонасыщенного образца. При повороте шаблонов упаковка испытывает положительную дилатансию, поэтому слой жидкости с поверхности образца всасывается в увеличенный объем пор. При достижении критических деформаций в образце формируется система параллельных трещин. Вследствие конвективного поворота трещины уходят из-под нагрузки и проявляется новая система. В этом отношении указанный процесс похож на деформирование сухого песка. Отличие состоит в том, что в сухом песке трещины носили только сдвиговый характер и заживались, здесь же из-за сцепления образец разделяется на отдельные устойчивые ячейки. При этом избыток жидкости сосредоточивается на их



Р и с. 2



Р и с. 3

границах. В результате поворота углы ячеек сглаживаются и форма их становится округлой (рис. 2, где  $a - V_{ж} = 125,5$  г,  $b - 131$  г).

На фотографиях видно, что наряду с характерным средним размером встречаются ячейки и малых размеров, полученные в основном при скосе углов первоначальных ячеек, и что увеличение жидкости приводит к уменьшению средних размеров ячейки  $d$ , причем зависимость в координатах средний размер — коэффициент насыщения практически линейная (рис. 3).

Выше базовое течение реализовано путем задания специальных перемещений на границе. В принципе их можно создавать и путем специальных массовых сил. Рассмотрим один пример. Пусть образец представ-

ляет собой горизонтальный слой  $0 \leq z \leq h$ , расположенный на подложке  $z = 0$ . Будем подложку смещать в ее плоскости по окружности малого радиуса  $R$ . Тогда на каждый элемент слоя станут действовать определенные силы инерции. Если отвлечься от роли боковых стенок, то сразу видно, что напряженно-деформированное состояние слоя может зависеть только от координаты  $z$  и от времени  $t$ , т. е. зависимости от координат  $x$  и  $y$  нет. Поэтому такое деформирование можно отнести к базовому.

В опытах использовались порошковые материалы. На рис. 4 изображено устройство для реализации указанной схемы нагружения. На основании 1 закрепляется диск 2 с осью 3. Слой порошка помещается в цилиндрическую чашку 4 с диаметром 120 мм. В диске на разных расстояниях от его центра расположен ряд отверстий 6. В одном из них через подшипник закреплена ось 5, на которой крепится чашка. Стойки 7 через пружины удерживают чашку при вращении диска. Привод диска осуществляется двигателем 8 через редуктор 9 и ременную передачу 10. Устройство снабжено реостатом, посредством которого можно плавно менять обороты двигателя [10].

Масштаб сил инерции при интенсивности нагружения определяется величиной  $\lambda = R\omega^2$  ( $\omega$  — угловая скорость вращения диска). В опытах радиус  $R$  фиксировался, а  $\omega$  постепенно увеличивалась. Как и следовало ожидать, при малых  $\lambda$  процесс носит устойчивый характер.

При переходе через критическое значение образуются структурные элементы, показанные на рис. 5. Механизм их формирования связан с поверхностной неустойчивостью слоя. Частицы на свободной поверхности вовлекаются в движение в результате сцепления с нижним слоем и бокового воздействия частиц верхнего слоя. При больших силах инерции сцепление преодолевается и частица отстает от движения подложки. В это время она соприкасается с различными частицами подложки и производит их «опрос» на предмет возможности прилипания. Если материал обладает достаточной слипаемостью, то «опрос» приводит к образованию комков. На рис. 5 показаны комки при испытании каолина ( $R = 5$  мм,  $\omega = 18,8$  с<sup>-1</sup>). Видно, что наряду с большими шаровидными образованиями одновременно присутствуют и малые зародышевые. Время их роста до

Условия хранения	Размер комков, мм			
	Глинозем	Мука	Гипс	Каолин
Прокаливание	1,2	3	4	7,5
Выдержка при комнатных условиях	1,5	4,5	5,5	8
Выдержка в «водяной бане»	2,5	6	7	11,5

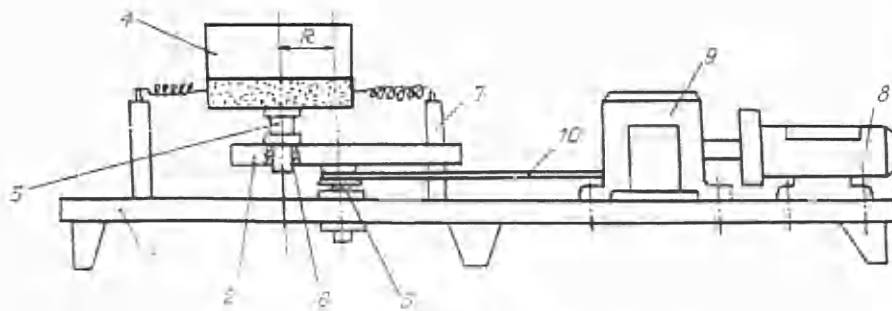


Рис. 4

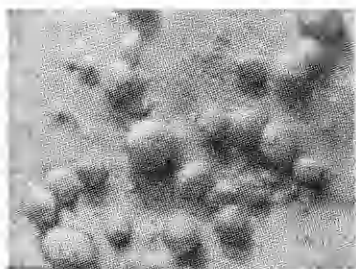


Рис. 5



Рис. 6

критических размеров (когда они начинают разрушаться) пропорционально пути качения по подстилающему слою. Сам критический размер определяется силами сцепления частиц, стремящихся удержать их сферическую форму.

Таким образом, по размерам комков можно судить о склонности материалов к образованию агломератов, а следовательно, и к слеживаемости. Все эти показатели зависят от влажности порошка, поэтому ее оценить можно косвенно. В таблице приведены данные о средних размерах комков для разных материалов. Обработка результатов несколько осложняется тем, что процесс формирования комков носит динамический характер. В процессе формирования они начинают взаимодействовать между собой, разрушаться, затем опять расти и т. д. Поэтому в опытах скорость вращения сначала постепенно увеличивалась до некоторого предела, затем уменьшалась до нуля. После этого проводилась обработка результатов.

В указанном способе направления  $x$ ,  $y$ , так же как и любые другие в этой плоскости, полностью равноправны. Такова специфика нагружения.

Рассмотрим теперь нагружение с выделенным направлением  $x$ . Пусть слой материала совершает возвратно-поступательное движение в своей плоскости в направлении  $x$ . При определенной частоте здесь также происходит поверхностная потеря устойчивости и возникает структура с характерным размером вдоль оси  $x$  (рис. 6, водонасыщенный песок, амплитуда 3 мм, частота 10 Гц).

Таким образом, известные способы реализации диссипативных структур в предложенный алгоритм вписываются. Алгоритм позволяет получить новые диссипативные структуры. В ряде случаев они представляют непосредственный практический интерес.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Альбом течений жидкости и газа/Сост. Ван-Дейк.— М.: Мир, 1986.
2. Садовский М. А. О естественной кусковатости горных пород // ДАН СССР.— 1979.— Т. 247, № 4.
3. Аннин Б. Д., Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И. Механика деформированного твердого тела в СО АН СССР // ПМТФ.— 1987.— № 4.
4. Пригожин И. От существенного к возникающему.— М.: Наука, 1985.
5. Ревуженко А. Ф. О самых простых течениях сплошной среды // ДАН СССР.— 1988.— Т. 303, № 1.
6. Думанский А. В., Ишлинский А. Ю. О закономерностях растрескивания коры деревьев // ДАН СССР.— 1952.— Т. 84, № 1.
7. Крамаренко В. П., Ревуженко А. Ф. О формировании блочной структуры при сдвиге сыпучей среды // ФТПРПИ.— 1988.— № 2.
8. Бобряков А. П., Ревуженко А. Ф. Об одном методе испытания неупругих материалов // Изв. АН СССР. МТТ.— 1990.— № 4.
9. Бобряков А. П., Косых В. П., Ревуженко А. Ф. О временных структурах в процессах деформирования сыпучей среды // ФТПРПИ.— 1990.— № 2.
10. А. с. 1352302 СССР. Способы испытания на склонность к слеживаемости сыпучих материалов/А. Ф. Ревуженко, А. П. Бобряков, В. Н. Пронин // Открытия. Изобретения.— 1987.— № 42.

г. Новосибирск

Поступила 4/XII 1991 г.

УДК 621.762

*Л. Р. Вишняков, С. Е. Александров, Л. И. Феодосьева*

### ИССЛЕДОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ТЕЧЕНИЯ ПОРОШКОВОЙ МАТРИЦЫ И АРМИРУЮЩЕЙ СЕТКИ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

При уплотнении армированных сетками композиционных материалов (КМ) с порошковой металлической матрицей методами прессования или прокатки следует учитывать способность ряда сетчатых структур подвергаться большим деформациям. В частности, способностью к большим деформациям обладают металлотрикотажные сетки со структурой трикотажа [1]. В процессе совместной деформации порошковой матрицы и таких сеток последние проявляют определенную податливость, особенно на ранних стадиях уплотнения. В связи с этим представляется интересным выяснить влияние введения сетки на энергосиловые параметры процессов и в конечном итоге на макрогеометрию КМ и его свойства. Важно также уметь определять деформацию и усилие в сетке в процессе деформирования.

Анализ некоторых технологических процессов обработки давлением рассматриваемых КМ был проведен в [2], где условия на границах представительного элемента, по напряженно-деформированному состоянию в котором определялись поля напряжений, скоростей и плотности во всем обрабатываемом объеме, накладывают жесткие ограничения на схемы технологических процессов, которые могут быть описаны с помощью этой модели. В частности, напряженно-деформированное состояние, а следовательно, и плотность должны быть макрооднородными, а неоднородность имеет место только внутри представительного элемента.

**1. Общие положения.** В настоящей работе предлагается математическая модель КМ, которая по свойствам матрицы и армирующей сетки позволяет строить решения любых краевых задач методами механики сплошной среды, примененными ко всему деформируемому объему. При известном механизме взаимодействия матрицы и однонаправленных армирующих элементов предлагаемый подход может быть использован для описания процессов деформирования композитов с другими видами арма-