

12. Гуменник Е.В., Чашечкин Ю.Д. Исследование структуры стратифицированных течений методом лазерного сканирования // ПМТФ. — 1990. — № 2. — С. 177—182.
13. Mowbray D.E. The use of schlieren and shadowgraph techniques in the study of flow patterns in density stratified liquids // J.Fluid Mech. — 1967. — V. 27, pt 4. — P. 595—608.
14. Oster G. Density gradients // Scient. Amer. — 1965. — N 12. — P. 70—74.
15. Некрасов В.И., Чашечкин Ю.Д. Измерение скорости и периода колебаний жидкости методом плотностных меток // Метрология. — 1974. — № 11. — С. 36—41.
16. Беляев В.С., Макаров С.А., Чашечкин Ю.Д. Присоединенные внутренние волны. — М., 1983. — (Препр./ИПМ АН СССР; № 214).
17. Попов В.А., Чашечкин Ю.Д. Цветной теневой метод // ДАН СССР. — 1981. — Т. 24, № 5. — С. 1130—1133.
18. Сысоева Е.Я., Чашечкин Ю.Д. Экспериментальное исследование вихревой структуры спутного стратифицированного течения за сферой. — М., 1990. — (Препр./ИПМ АН СССР; № 447).
19. Чашечкин Ю.Д. Гидродинамика сферы в стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1989. — № 1. — С. 3—9.
20. Lin Q., Lindberg W.R., Boyer D.L., Fernando H.J.S. Stratified flow past a sphere // J.Fluid Mech. — 1992. — V. 240. — P. 315—354.
21. Чашечкин Ю.Д., Воейков И.В. Вихревые системы за цилиндром в непрерывно стратифицированной жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 1993. — Т. 29, № 6. — P. 821—830.
22. Сысоева Е.Я., Чашечкин Ю.Д. Пространственная структура следа за сферой в стратифицированной жидкости // ПМТФ. — 1988. — № 5. — С. 59—65.
23. Chashechkin Yu.D. Visualization and identification of vortex structures in stratified wakes // Eddy Structure Identification in Free Turbulent Shear Flows: IUTAM Sympos., Poitiers, France, Oct. 1992. — Dordrecht: Kluwer, 1993. — P. 393—403.

г. Москва

Поступила 30/IV 1994 г.

УДК 532.529

*В.Е. Донцов, В.Е. Накоряков, Б.Г. Покусаев*

### ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ В СУСПЕНЗИИ ЖИДКОСТИ С ТВЕРДЫМИ ЧАСТИЦАМИ И ГАЗОВЫМИ ПУЗЫРЬКАМИ

В литературе достаточно подробно отражено исследование распространения возмущений давления в суспензии жидкости и твердых частиц. В [1, 2] на основе теории многократного рассеивания получены выражения для скорости и коэффициента затухания акустической волны и проведено сравнение с опытными данными. В [3] с использованием модели Био для распространения звука в насыщенных пористых средах получено хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных по скорости и затуханию звука в суспензиях. В [4] представлены осредненные уравнения механики дисперсных систем, позволяющие рассматривать эволюцию волн в двухфазных смесях. Большой цикл теоретических и экспериментальных исследований по волновой динамике в газожидкостных средах приведен в [5], а в [6] исследуется распространение волн в пористых средах, насыщенных газожидкостной смесью.

Цель данной работы — экспериментальное изучение эволюции и структуры волн давления умеренной интенсивности в суспензии жидкости с твердыми частицами и газовыми пузырьками и обобщение опытных данных на основе проведенного теоретического анализа.

Рассмотрим распространение одномерных возмущений давления в жидкости со взвешенными в ней твердыми шариками и пузырьками газа, предполагая длину волн возмущения много больше размеров шариков, пузырьков и расстояний между ними. Жидкость с пузырьками газа представим как гомогенную среду, имеющую среднюю плотность  $\rho_c$ , давление  $p$

© В.Е. Донцов, В.Е. Накоряков, Б.Г. Покусаев, 1995

и скорость  $v_c$ . Для дисперсной среды (твердые шарики + гомогенная газо-жидкостная смесь) система уравнений, описывающая распространение одномерных возмущений давления, имеет вид [4]

$$(1) \quad \frac{\partial m \rho_c}{\partial t} + \frac{\partial (m \rho_c v_c)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial (1-m) \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial (1-m) \rho_1 v_1}{\partial x} = 0,$$

$$\alpha m \rho_c \frac{dv_c}{dt} - (\alpha - 1) m \rho_c \frac{\partial v_1}{\partial t} = -m \frac{\partial p}{\partial x} - F_v,$$

$$- (\alpha - 1) m \rho_c \frac{dv_c}{dt} + ((1-m) \rho_1 + (\alpha - 1) m \rho_c) \frac{\partial v_1}{\partial t} =$$

$$= - (1-m) \frac{\partial p}{\partial x} + F_v, \quad \rho_1 = \text{const},$$

где  $\rho_c = \rho_2(1-\varphi) + \rho_3\varphi$ ;  $m$  — пористость среды;  $\varphi$  — объемное газосодержание в жидкости (следовательно, величина  $\varphi m$  будет соответствовать объемному газосодержанию в трехфазной среде при малых значениях  $\varphi$ );  $\alpha$  — коэффициент присоединенной массы жидкости. Индексы 1, 2, 3 относятся к твердой фазе, жидкой и газовой, с — к газо-жидкостной смеси, 0 — к начальному состоянию фазы.

Межфазную силу трения  $F_v$  представим как [4]

$$F_v = \frac{3}{4} \frac{c_v \rho_c m (1-m) (v_c - v_1)^2}{d}$$

Здесь  $d$  — диаметр твердых шариков;  $c_v$  — коэффициент сопротивления, определяемый экспериментально. При малой относительной скорости сила межфазного трения линейно зависит от относительной скорости:

$$F_v = \frac{m^2 v \rho_c}{K_0} (v_c - v_1)$$

( $K_0$  — коэффициент проницаемости, который обычно вводится для пористых сред).

Для замыкания системы (1) получим соотношение между давлением  $p$  и плотностью гомогенной смеси  $\rho_c$ , используя уравнение пульсаций одиночного пузырька в жидкости со взвешенными твердыми частицами. Рассмотрим два предельных случая для колебаний пузырька. В одном случае, когда нет относительного радиального движения между жидкостью и твердыми частицами, т.е. частицы заморожены в жидкости, получается уравнение Рэлея для пульсаций пузырька в эффективной жидкости с плотностью  $\rho_0 = \rho_1(1-m) + \rho_2 m$ . Это справедливо, когда плотности твердой и жидкой фаз близки либо когда период колебания пузырьков много больше времени прорастания пограничных слоев жидкости на твердых шариках.

Согласно [5], переходя от радиуса пузырька к плотности трехфазной среды  $\rho$  ( $\rho = \rho_0(1-m\varphi) + \rho_3 m\varphi$ ), получим

$$(2) \quad \delta \left( \rho - \frac{p}{c_B^2} \right) = - \frac{1}{c_B^2} \left( \frac{\bar{R}}{R_0} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{4\bar{v}}{3\varphi m} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\bar{B}}{R_0 c_B^2} (\frac{\partial \rho}{\partial t})^2 \right),$$

где  $c_B = (\gamma p / \rho \varphi m)^{1/2}$  — скорость Вуда для трехфазной среды;  $\bar{\beta} = R_0^2 / 3\varphi m$  — коэффициент дисперсии;  $\bar{B} = (\gamma + 1) / 2\rho\varphi m$  — коэффициент нелинейности;  $R_0$  — радиус пузырька;  $\bar{v}$  — коэффициент эффективной вязкости суспензии жидкости и твердых частиц;  $\gamma$  — показатель адиабаты.

В другом предельном случае, когда плотности жидкости и твердых частиц достаточно сильно отличаются друг от друга, а частота колебаний пузырька достаточно высока ( $\omega \gg \omega_c = mv / 20K_0$  [7]), твердые частицы

не успевают совершать радиальных колебаний около пузырька. При этом уравнение для колебаний пузырька получается подобным уравнению для колебаний пузырька в насыщенной несжимаемой пористой среде [7]. Переходя от радиуса пузырька к  $\rho_c$ , имеем

$$(3) \quad \delta \left( \rho_c - \frac{p}{c_0^2} \right) = - \frac{1}{c_0^2} \left( \beta \frac{\partial^2 \rho_c}{\partial t^2} + \frac{4\nu^*}{3\varphi} \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + B c_0^2 (\delta \rho_c)^2 \right).$$

Здесь  $c_0 = (\gamma p_0 / \rho_c \varphi)^{1/2}$  — низкочастотная скорость звука в газожидкостной смеси;  $\beta = R_0^2 / 3\varphi$ ;  $B = (\gamma + 1) / 2\rho_c \varphi$ ;  $\nu^* = \nu(1 + mR_0^2 / 4K_0) + \nu_T$ ;  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости;  $\nu_T = (\gamma - 1)R_0 \sqrt{\omega_0 a} / (\sqrt{2}\varphi)$  — коэффициент эффективной тепловой вязкости [5];  $\omega_0$  — резонансная частота колебаний пузырьков;  $a$  — коэффициент температуропроводности газа.

Рассмотрим замкнутую систему (1), (3) и получим из нее эволюционное уравнение на давление  $p$  в предположении малости нелинейных, дисперсионных и диссипативных членов. Так как нелинейность в уравнении (3) существенно превышает гидродинамическую нелинейность уравнений (1), это позволяет линеаризовать систему (1). Предполагая линейную зависимость силы межфазного трения на границе жидкость — твердые частицы от относительной скорости и учитывая нестационарную силу Бассе [4], систему (1) сведем к уравнению

$$(4) \quad \frac{\partial^2 \rho_c}{\partial t^2} - \left( \frac{c}{c_0} \right)^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{m\nu}{K_0} \frac{m(1-m)\rho_1 - ((c_0/c)^2 - m^2)\rho_c}{\alpha m(1-m)\rho_1 + (\alpha - 1)m^2\rho_c} \times \\ \times \left( \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{m\nu/20K_0}} \int_0^t \frac{\partial \rho_c}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \right) = 0,$$

где

$$c = c_0 \left( \frac{(\alpha - 2m + m^2)\rho_c + m(1-m)\rho_1}{\alpha m(1-m)\rho_1 + (\alpha - 1)m^2\rho_c} \right)^{1/2}$$

— скорость звука в трехфазной смеси.

В предположении малости нелинейных, дисперсионных и диссипативных членов, делая замену в них  $\delta \rho_c = \delta p / c_c^2$ , из (3), (4) получим эволюционное уравнение

$$(5) \quad \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{m\nu}{K_0} \frac{m(1-m)\rho_1 - ((c_0/c)^2 - m^2)\rho_c}{\alpha m(1-m)\rho_1 + (\alpha - 1)m^2\rho_c} \times \\ \times \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{2\pi} m\nu/20K_0} \int_0^t \frac{\partial p}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \right) - \\ - \left( \frac{c}{c_0} \right)^2 \left( \beta \frac{\partial^4 p}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{4\nu^*}{3\varphi} \frac{\partial^3 p}{\partial x^2 \partial t} + B \frac{\partial^2 (\delta p)^2}{\partial x^2} \right) = 0.$$

Если не учитывать присоединенную массу жидкости, то выражение для скорости звука будет иметь вид

$$c|_{c=1} = \left( \frac{\gamma p_0}{\rho_c \varphi} \left( 1 + \frac{1-m}{m} \frac{\rho_c}{\rho_1} \right) \right)^{1/2}.$$

Полученное уравнение отличается от уравнения Навье — Стокса — Буссинеска для пузырьковых систем дополнительным членом, отвечающим за вязкую диссипацию из-за продольного относительного смещения жидкости и твердых частиц в волне. Если в (5) не учитывать диссипацию из-за

относительного продольного смещения, то находим решение в виде ударной волны, скорость которой

$$(6) \quad \frac{U}{c} = \left( 1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{\delta p}{p_0} \right)^{1/2}.$$

При пренебрежении всеми диссипативными потерями в (5) получим уравнение Буссинеска, одним из стационарных решений которого являются солитоны. Выражения для скорости солитона и его полуширины имеют вид

$$(7) \quad \frac{U_c}{c} = \left( 1 + \frac{\gamma + 1}{3\gamma} \frac{\delta p_m}{p_0} \right)^{1/2}, \quad \delta_p = \left( \beta \left( 4 + \frac{12p_0}{\delta p_m} \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \right)^{1/2} \left( \frac{c}{c_0} \right).$$

В другом предельном случае из системы (1), (2) получим эволюционное уравнение

$$(8) \quad \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_B^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \bar{\beta} \frac{\partial^4 p}{\partial x^2 \partial t^2} - \frac{4\nu}{3\varphi m} \frac{\partial^3 p}{\partial x^2 \partial t} - \frac{\partial^2 (\delta p)^2}{\partial x^2} = 0.$$

При пренебрежении диссипативными потерями находим стационарное решение — солитоны:

$$(9) \quad \Delta p = \delta p_m \operatorname{sech}^2 \left( \frac{x}{\delta_p} \right), \quad \delta_p = \left( \bar{\beta} \left( 4 + \frac{12p_0}{\delta p_m} \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \right)^{1/2}.$$

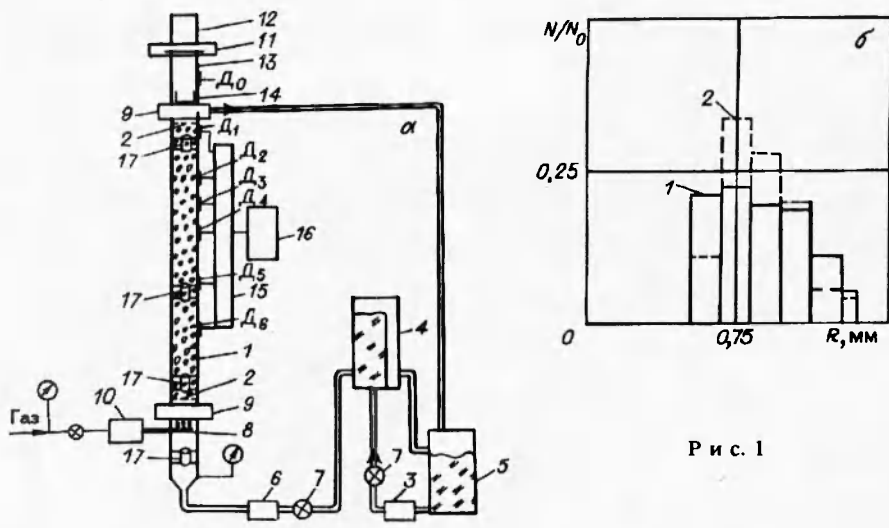
Для исследования распространения волн давления в трехфазных средах (жидкость — взвешенные твердые частицы — газовые пузырьки) была подготовлена установка, схема которой показана на рис. 1, а. Рабочий участок 1 представлял собой вертикальную толстостенную стальную трубу с внутренним диаметром 52 мм и длиной 1,5 м, он частично заполнялся стеклянными шариками диаметром 3 мм и ограничивался в верхней и нижней части сетками 2 с ячейкой 2,5 мм. Пористость среды определялась по объему рабочего участка и объему засыпанных в него шариков.

Для взвешивания твердых частиц через рабочий участок с постоянной скоростью прокачивалась жидкость. Для этого была использована система постоянного уровня, состоящая из насоса 3, бака постоянного уровня 4, сливного бака 5, индуктивного расходомера жидкости 6 и регулировочных кранов 7. В качестве рабочей жидкости использовались водопроводная вода и водоглицериновый раствор. В нижней части рабочего участка через игольчатый генератор пузырьков 8 в жидкость вводились газовые пузырьки. В качестве газов использовались воздух и гелий.

Гистограмма распределения пузырьков воздуха по размерам для двух значений газосодержаний показана на рис. 1, б, где 1 —  $\varphi = 2,3\%$ , 2 —  $\varphi = 0,85\%$ . Для фотографирования газовых пузырьков в верхней и нижней части рабочего участка располагались прозрачные окна 9. Измерение малых расходов газа проводилось путем измерения дифференциальным манометром перепада давления на тонком длинном капилляре, встроенном в систему подвода газа. Газовый расходомер 10 и измеритель расхода жидкости предварительно тарировались.

Волна давления ступенчатой формы создавалась разрывом диафрагмы 11, разделяющей камеру высокого 12 и низкого давления 13, и далее через легкий подвижный поршень 14 распространялась в рабочий участок. Для измерения профилей волн давления использовались пьезоэлектрические датчики давления Д, расположенные по длине рабочего участка и заделанные заподлицо с его внутренней стенкой. Сигналы с датчиков подавались на АЦП 15 и далее обрабатывались на ЭВМ 16.

Для измерения малых объемных газосодержаний в трехфазной среде использовались кольцевые датчики проводимости 17, расположенные в нижней, средней и верхней части рабочего участка. Для уменьшения влияния изменения температуры и солености воды применялись опорный датчик

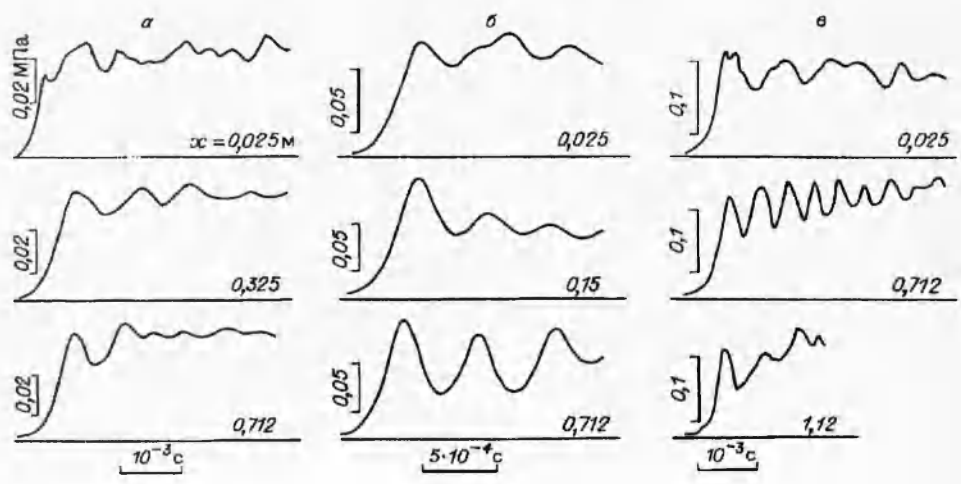


Р и с. 1

проводимости, расположенный перед рабочим участком, и мостовая схема подключения измерительного и опорного датчиков, работающая на частоте 1 кГц. Тарировка датчиков проводимости проводилась в двухфазной (жидкость — твердые взвешенные частицы) среде путем небольших изменений пористости ( $1 \div 5\%$  от рабочего значения пористости  $m_0$ ).

Результатом тарировки было построение зависимости относительного изменения пористости  $\delta m/m_0$  от осредненного показания разбаланса моста. На трехфазной среде (газовые пузырьки — жидкость — твердые шарики) получена зависимость расхода газа от осредненного показания разбаланса моста для указанного рабочего значения пористости  $m_0$ . В итоге строилась тарировочная зависимость газосодержания  $\varphi = -\delta m/m_0$  от расхода газа при данном  $m_0$ , используемая в эксперименте. Достоинством этого метода тарировки является возможность измерения достаточно малых объемных газосодержаний ( $\varphi \leq 1\%$ ) путем линейной аппроксимации тарировочной зависимости в нуль.

В результате проведения опытов было показано, что нелинейные и дисперсионные эффекты, вызванные радиальными колебаниями пузырьков в волне, существенно влияют на распространение волны в суспензии жидкости, твердых частиц и газовых пузырьков. На рис. 2 показана эволюция



Р и с. 2

волны ступенчатого профиля в воде со стеклянными шариками и пузырьками воздуха для разных объемных газосодержаний  $\varphi$  и интенсивностей волн  $\Delta p$  ( $x$  — расстояние от входа волны в среду до точки измерения, параметры среды:  $m = 0,58$ ,  $a, б — \varphi = 0,5 \%$ ,  $в — \varphi = 2,3 \%$ ). Видно, что при малых значениях  $\varphi$  и для волн малой амплитуды дисперсионные и нелинейные эффекты слабы и практически не изменяют форму волны, и осциллирующая ударная волна не успевает сформироваться на исследуемых расстояниях (рис. 2, *а*).

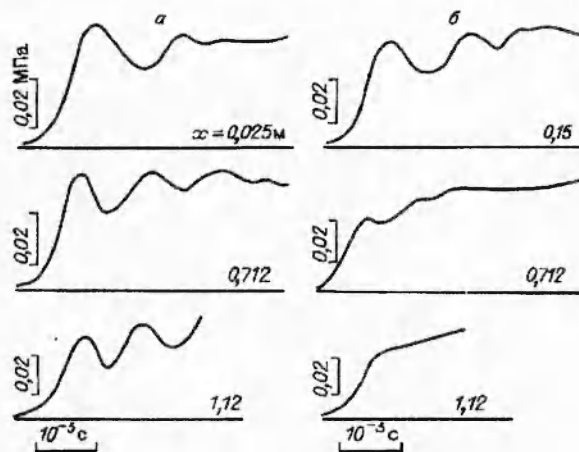
При увеличении амплитуды волны до  $\Delta p/p_0 = 0,7$  уже на расстоянии  $x = 0,712$  м формируется квазистационарная осциллирующая ударная волна, которая вследствие диссипативных процессов слабо затухает по мере ее распространения (рис. 2, *б*). При увеличении объемного газосодержания диссипация приводит к появлению релаксационной зоны на переднем фронте волны и к затуханию осцилляций (рис. 2, *в*).

Сравнивая представленные профили волн давления с результатами по распространению волн давления в газожидкостных средах [5], можно убедиться в их качественном соответствии. Таким образом, введение твердой фазы в газожидкостную среду, качественно не меняя динамику волны, вносит количественные изменения в ее скорость распространения и структуру. Для более точного описания эволюции волн в трехфазной среде можно применять решения уравнений (5) и (8).

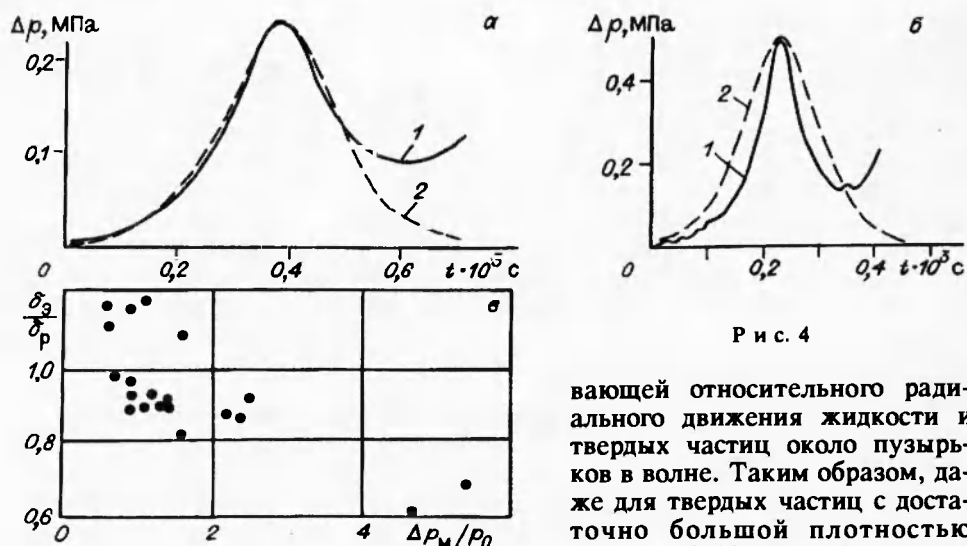
Для исследования механизмов затухания волн давления в трехфазной среде в опытах были использованы жидкости — вода и водоглицериновый раствор с вязкостью  $\nu = 3 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с, а также газы с различной температуропроводностью. Показано, что эволюции волн давления в воде с твердыми шариками и воздушными пузырьками и в водоглицериновом растворе с твердыми шариками и воздушными пузырьками практически не отличаются при одинаковых остальных параметрах среды и волны. В то же время изменение коэффициента температуропроводности газа в пузырьках существенно изменяет диссипативные свойства среды.

На рис. 3 показана эволюция волн давления в суспензии воды с твердыми шариками и пузырьками воздуха (*а*) и гелия (*б*) при близких остальных параметрах среды и волны ( $m = 0,58$ ,  $\varphi = 1,4 \%$ ). Видно, что изменение коэффициента эффективной тепловой вязкости  $\nu_T$  почти в 3 раза качественно изменяет структуру волны. На рис. 3, *а* формируется осциллирующая ударная волна, а диссипативные эффекты приводят к появлению лишь зоны релаксации. В то же время на рис. 3, *б* из начального сигнала вследствие сильной диссипации формируется монотонный профиль волны, что связано с увеличением теплообмена газа в пузырьках с окружающей жидкостью. Значит, основным механизмом диссипации волн в трехфазных суспензиях, как и в газожидкостных средах, является тепловой механизм диссипации.

Исследования по структуре слабонелинейных ударных волн показали, что первая осцилляция волны хорошо описывается формой солитона. Сравнение формы первой осцилляции ударной волны с расчетом по (9) показано соответственно линиями 1 и 2 на рис. 4. Для амплитуд волн  $\Delta p_m/p_0 \sim 1$  экспериментальный профиль хорошо описывается расчетной кривой 2 (рис. 4, *а*), не учиты-



Р и с. 3



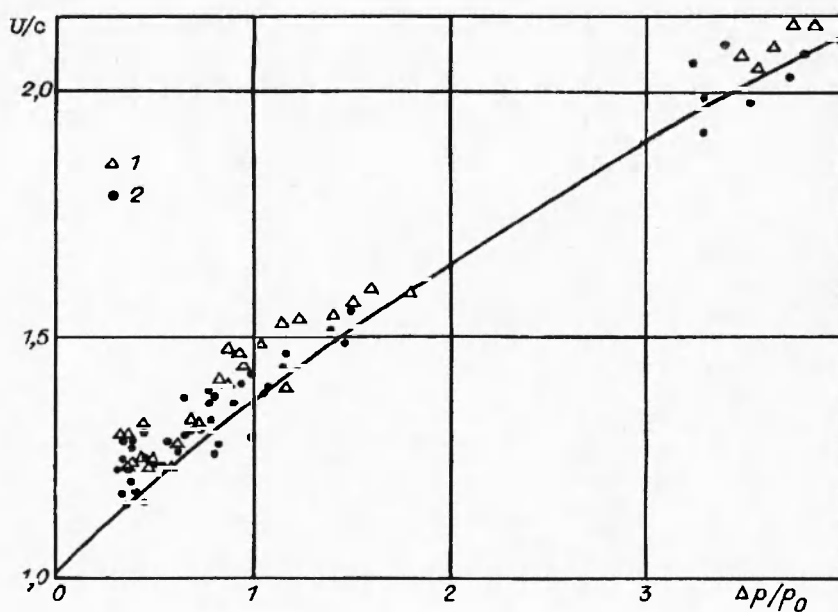
Р и с. 4

вающей относительного радиального движения жидкости и твердых частиц около пузырьков в волне. Таким образом, даже для твердых частиц с достаточно большой плотностью ( $\rho_1/\rho_2 = 2,46$ ) дисперсионные

свойства трехфазной среды практически не отличаются от дисперсионных свойств газожидкостной среды. Коэффициент дисперсии среды определяется объемным газосодержанием в трехфазной среде  $\varphi m$  и имеет вид  $\beta = R_0^2/3\varphi m$ .

При увеличении амплитуды ударной волны происходит существенное уменьшение длительности осцилляций и заострение их формы. Экспериментальный профиль первой осцилляции в волне с амплитудой  $\Delta p_m/p_0 = 4,7$  уже значительно отличается от формы расчетного солитона (рис. 4, б).

Сравнение наблюдаемой в опытах полуширины первой осцилляции волны  $\delta_3$  с расчетным значением  $\delta_p$  показано на рис. 4, в при  $\varphi = 0,5 + 0,9\%$  ( $\delta_3 = t^*U$ ,  $t^*$  — время нарастания давления во фронте волны от  $0,42\Delta p_m$  до  $\Delta p_m$ ,  $\Delta p_m$  — амплитуда первой осцилляции,  $U$  — скорость ударной волны). Для амплитуд  $\Delta p_m/p_0 \leq 2$  полуширина первой осцилляции



Р и с. 5

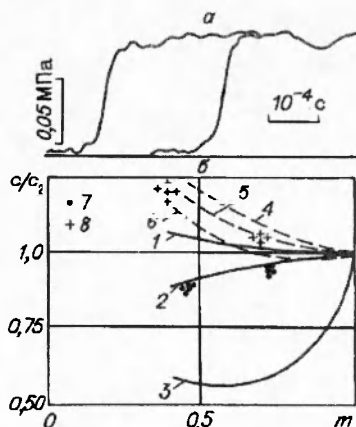
волны соответствует расчетному значению полуширины солитона. При увеличении интенсивности ( $\Delta p_{\dots}/p_0 > 2$ ) экспериментальный профиль волны становится значительно уже расчетного. Большой разброс экспериментальных точек обусловлен достаточно широкой гистограммой распределения пузырьков по размерам и неоднородностью распределения пузырьков по длине установки, а также квазистационарностью волны.

Опытные данные по зависимости скорости ударной волны в трехфазной среде от ее амплитуды показаны на рис. 5. Параметры среды: жидкость — вода, газ — воздух,  $m = 0,58$ ,  $\varphi = 0,5 \div 2,5$  %. Значения скорости, измеренные на начальном участке распространения (точки 1), совпадают с точностью эксперимента с измеренными на расстоянии  $\sim 1$  м от входа в среду (точки 2). Это говорит о том, что ударная волна формируется практически сразу на входе в трехфазную среду. Расчетная кривая, выполненная по (6), хорошо описывает опытные данные в исследуемом диапазоне амплитуд. Таким образом, инерционные свойства твердой фазы существенно влияют на скорость распространения волны, и при расчете скорости ударной волны более правильно пользоваться высокочастотной скоростью  $c(\omega \gg \omega_c)$ , нежели скоростью Вуда  $c_B$ . Отметим, что значения расчетных скоростей с учетом коэффициента присоединенной массы

жидкости  $\left(\alpha = 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{m}\right) [4]\right)$  и без учета ( $\alpha = 1$ ) отличаются на 3 % и неразличимы с точностью измерения скорости.

Рассмотрим влияние коэффициента присоединенной массы жидкости  $\alpha$  на скорость распространения волны. Для увеличения точности измерения скорости волны проведены в суспензии жидкости с твердыми частицами без пузырьков газа. Характерные профили волн давления в суспензии воды со свинцовыми шариками показаны на рис. 6, а. База измерения скорости волны в среде  $\Delta x = 404$  мм.

На рис. 6, б представлены расчетные зависимости скоростей звука в суспензии воды со свинцовыми (линии 1—3) и со стеклянными шариками (линии 4—6) от пористости ( $c_2$  — скорость звука в жидкости). Линии 1, 4 соответствуют высокочастотной скорости звука при  $\alpha = 1$ , а 2, 5 — высокочастотной скорости звука при  $\alpha = 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{m}\right) [4]$ , 3, 6 — скорости Вуда [8]. Здесь же нанесены экспериментальные точки 7 для свинцовых и 8 для стеклянных шариков. Видно (особенно отчетливо для свинцовых шариков), что опытные данные хорошо описываются расчетными кривыми, учитывающими влияние коэффициента присоединенной массы жидкости на скорость распространения волны.



Р и с. 6

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kuster G.T., Toksoz M.N. Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media. I—II // Geophysics. — 1974. — V. 39, N 5.
2. Mehta C.H. Scattering theory of wave propagation in a two-phase medium // Geophysics. — 1983. — V. 48, N 10.
3. Novem S.M. Viscous attenuation of sound in suspensions and high — porosity marine sediments // J. Acoust. Soc. Amer. — 1980. — V. 67, N 5.
4. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978.
5. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. — Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1983.



6. Донцов В.Е. Структура и динамика возмущений давления конечной амплитуды в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1992. — № 1.
7. Nakoryakov V.E., Kuznetsov V.V., Dontsov V.V. Pressure waves in saturated porous media // Int. J. Multiphase Flow. — 1979. — V. 15, N 6.
8. Johnson D.L., Plona T.S. Slow waves and the consolidation transition // J. Acoust. Soc. Amer. — 1982. — V. 72, N 2.

г. Новосибирск

Поступила 11/III 1994 г.

УДК 532.527

С.К. Бетяев, О.П. Брысов

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В АЭРОДИНАМИКЕ КРЫЛА

Современный *O*-оценочный уровень строгости в гидродинамике обусловлен широким применением асимптотических методов. Так, в теории крыла число Рейнольдса *Re* традиционно считается большим параметром, потому что, с одной стороны, в авиации оно достигает значений  $10^7 + 10^8$ , а с другой — только такое упрощающее предположение открывает путь к математическому моделированию задачи, а именно — к использованию асимптотической по своему содержанию концепции Прандтля о невязком характере течения в масштабах хорды или размаха крыла.

Топологические методы. Добываемые с помощью промышленного эксперимента причудливые зависимости суммарных и распределенных аэродинамических характеристик от угла атаки не перестают удивлять исследователей гистерезисом, спонтанно возникающей асимметрией, спиральностью, нестационарностью и т.д. Будучи «черным ящиком», такой эксперимент не позволяет выяснить природу явления. Версии о природе явления, о схемах (топологии) течения, а значит, и сами математические модели обтекания крыла строятся на основе качественного эксперимента, с помощью которого, в частности, определяются топологические свойства изолиний (обычно линий тока) на поверхности крыла или на плоскости симметрии течения [1].

Поскольку  $Re \gg 1$ , следует различать поле поверхностных линий течения (предельных линий тока) непосредственно на крыле и поле поверхностных линий тока невязкого течения на внешней границе пограничного слоя. Топография первого из них определяется обычно методом масляных точек, топография второго — методом шелковинок или методом визуализации пристеночных струек тока посредством впрыскиваемой краски.

Следует отметить, что топографические методы в экспериментальной аэродинамике определяют некоторое осредненное по времени поле поверхностных линий и поэтому пригодны, когда нестационарность мала.

Введем на плоской поверхности тока прямоугольную систему координат *x*, *y*, а соответствующие компоненты скорости обозначим посредством *u* и *v*, нормальную к плоскости составляющую скорости *w* направим по оси *z*. Вне окрестности линии отрыва из условия непротекания имеем  $w(x, y, z) = zw_0(x, y) + o(z)$ . Потенциал безвихревого течения несжимаемой жидкости определяется уже не из трехмерного уравнения Лапласа, а из двумерного уравнения Пуассона с неизвестной правой частью ( $-w_0$ ). Поэтому нельзя получить полную информацию о течении на поверхности тока, не решив задачу в целом.

© С.К. Бетяев, О.П. Брысов, 1995