

УДК 551.511.62

Численное исследование взаимодействия вихревого кольца с фоновой турбулентностью*

М.Ю. Хребтов¹, М.С. Бобров¹, Д.Б. Жакебаев^{2, 3}, К.К. Каржаубаев³

¹Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

²Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы

³Национальная инженерная академия Республики Казахстан, Алматы

E-mail: weexov@ya.ru

В статье представлены результаты прямого численного моделирования турбулентного вихревого кольца с умеренным числом Рейнольдса, взаимодействующего с полем внешних турбулентных пульсаций. Кольцо формируется за счет сил плавучести из области повышенной температуры, имеющей изначально сферическую форму. Рассмотрено взаимодействие кольца с полем турбулентных пульсаций (температуры и скорости), расположенных в виде горизонтального слоя перед кольцом. Обнаружен эффект разделения вихрей в слое пульсаций по знакам завихренности (по отношению к вращению кольца) при прохождении кольца сквозь данное поле. Этот эффект приводит сначала к замедлению движения кольца, когда пульсации проходят снаружи от него, а затем к его ускорению с уменьшением радиуса, когда пульсации попадают в центр кольца. За счет сил плавучести в слое пульсаций происходит разделение горячего и холодного воздуха. При взаимодействии с кольцом это приводит к тому, что пониженная температура накапливается в ядре кольца, а повышенная — вблизи его оси. Такое распределение температуры приводит к бароклинной генерации завихренности, направленной на уменьшение радиуса кольца.

Ключевые слова: турбулентность, прямое численное моделирование, плавучесть, каскад турбулентности.

Введение

Всплывающие термики, т.е. турбулентные вихревые кольца с положительной плавучестью, хорошо известны в природе и имеют длительную историю изучения. Большое количество работ посвящено экспериментальному исследованию параметров термик [1–4]. Для данного вида течений было разработано несколько аналитических моделей, основанных на идеях масштабного подобия для замыкания уравнений гидродинамики [5, 6]. Несмотря на то, что эти модели неплохо предсказывают средние характеристики термик, такие как скорость их распространения и эволюция их среднего радиуса, они обычно не рассматривают детальную структуру турбулентности в потоке и взаимное влияние вихрей различных масштабов, входящих в состав кольца. Эти детали, тем не менее, являются важными для комплексных атмосферных течений, где термики взаимодействуют

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (грант № 17-77-10116) и Минобрнауки Республики Казахстан (грант AP05132121).

друг с другом или с фоновой турбулентностью и сдвиговыми течениями. В работах по численному моделированию турбулентной структуры термиков, появившихся в последнее время (см., например, [5]), использовалась параметризация части турбулентного спектра (например, по методу крупных вихрей), что не разрешает всех динамических процессов в вихре. В то же время точность и применимость данных параметризаций для таких течений необходимо проверить.

На сегодняшний день рост вычислительных мощностей дает возможность проводить расчеты турбулентных термиков методом прямого численного моделирования для небольших чисел Рейнольдса. Это может быть использовано как для верификации имеющихся моделей турбулентных термиков, так и для исследования динамических свойств таких вихревых систем. Для моделирования эволюции вихревого кольца, как правило, необходимо рассматривать всю траекторию его движения, то есть использовать очень большую вычислительную область, движение в которой происходит лишь в небольшой ее части. Путем перехода в движущуюся систему отсчета размер области может быть уменьшен, что позволяет при тех же вычислительных затратах увеличить разрешение расчета внутри кольца (внося некоторую погрешность из-за пренебрежения влиянием вихревого следа за кольцом на его движение).

Малоизученным остается вопрос о взаимодействии крупных вихревых колец с атмосферной турбулентностью, в то же время здесь можно ожидать проявления нелинейных эффектов, влияющих на динамику кольца и скорость его диссипации. К одному из таких эффектов относится обратный спектральный перенос энергии турбулентности, который может проявляться в течениях, обладающих квазидвумерными свойствами, к которым относятся и вихревые кольца [7].

Настоящая работа направлена на исследование взаимодействия вихревого кольца со слоем турбулентных пульсаций методом численного моделирования. Основными рассматриваемыми вопросами при этом являются воздействие внешних пульсаций на динамику распространения кольца и сравнение характеристик течения при отсутствии пульсаций и их наличии.

Детали расчета

Моделирование эволюции вихревого кольца проводилось в системе отсчета движущейся с постоянной скоростью, равной средней за время расчета скорости распространения кольца. Вычисления выполнялись методом прямого численного моделирования с разрешением всех турбулентных масштабов без параметризации турбулентности. Задача решалась с помощью уравнений Навье–Стокса и переноса тепла; плавучесть учитывалась по модели Буссинеска, подразумевающей умеренную разность температур (менее 100 °C) между кольцом и окружающим воздухом:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} - \vec{g} \beta (T - T_0),$$
$$\operatorname{div}(\vec{u}) = 0,$$
$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \nabla T = \frac{\nu}{\operatorname{Pr}} \nabla^2 T.$$

Использовались следующие параметры расчета, примерно соответствующие сухому воздуху при нормальных условиях: $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, $\beta = 0,00369 \text{ К}^{-1}$, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, $\operatorname{Pr} = 0,71$. Начальное распределение температуры внутри сферы диаметром 0,5 м задавалось равномерным со значением 50 °C. Температура в окружающем воздухе равнялась 20 °C. Размер расчетной области составлял $2 \times 2 \times 2 \text{ м}$ (рис. 1а) в системе отсчета,

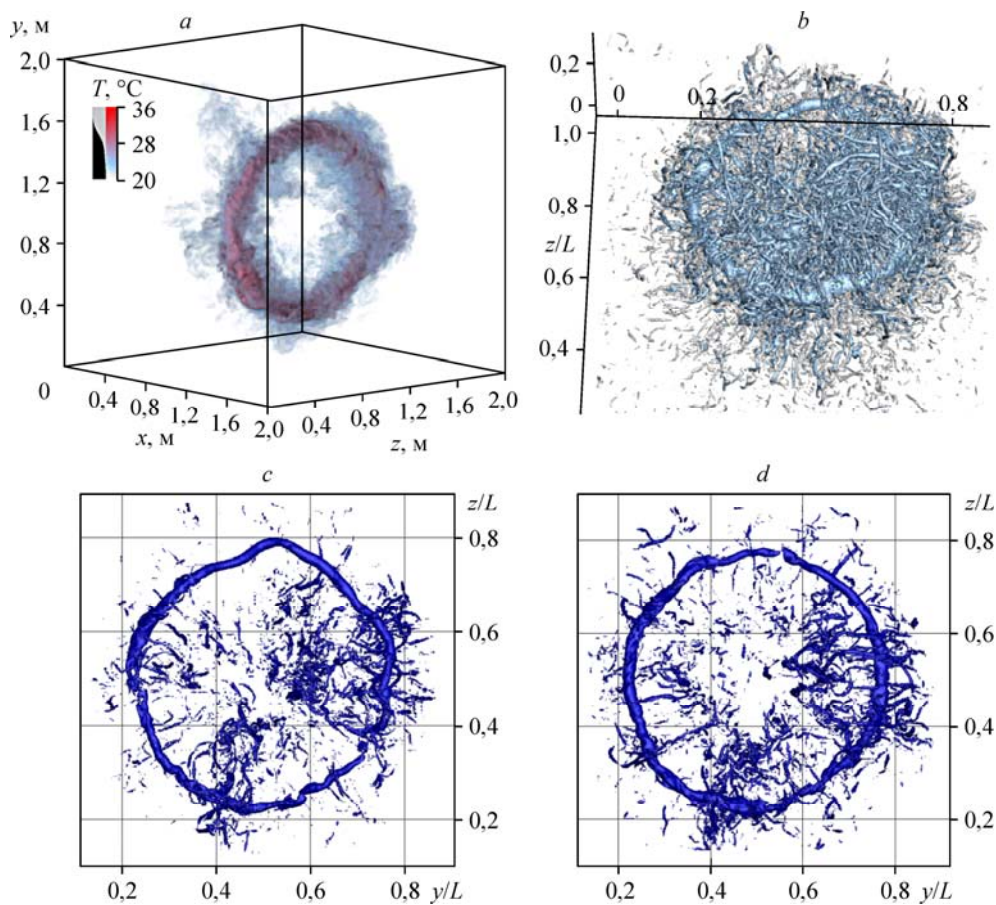


Рис. 1. Схема расчетной области и трехмерная визуализация поля температуры во всплывающем термике при $t = 9$ с (a), вихревая структура кольца для изоповерхности модуля завихренности $\omega = 2$ с $^{-1}$ (b) и визуализация ядра вихря в моменты времени $t = 6$ (c) и $6,4$ (d) с для изоповерхности модуля завихренности $\omega = 20$ с $^{-1}$.

движущейся со скоростью 0,2 м/с вдоль оси x . Вектор ускорения свободного падения \vec{g} также был направлен вдоль оси x .

На боковых границах расчетной области задавались периодические граничные условия для скорости и давления, и конвективные условия — для температуры. Предварительно проводилась серия расчетов на последовательности сгущающихся сеток для того, чтобы определить распределение колмогоровского масштаба в рассматриваемом течении и найти оптимальное число узлов сетки, для которого возможно разрешение этого масштаба. Максимально доступное в расчете разрешение соответствовало 1024^3 узлам, равномерно распределенным по трем координатным направлениям. Максимальное число Рэлея, которое удалось получить для этой сетки при разрешении колмогоровского масштаба в данном течении, составляло $Ra = Pr \beta |\vec{g}| R_0^3 \Delta T / \nu^2 \approx 0,5 \cdot 10^9$, где R_0 — начальный радиус сферы повышенной температуры, ΔT — разница температур внутри и снаружи сферы. Число Рейнольдса, вычисленное для развитой фазы течения, составило $Re \approx 0,5 \cdot 10^4$.

Для расчета использовался открытый программный код MicroNH, используемый для моделирования атмосферных течений методами крупных вихрей (LES, Large Eddy Simulation) и прямого численного моделирования (DNS, Direct Numerical Simulation) [8].

В данном коде для решения уравнений гидродинамики используется метод конечных разностей с дискретизацией на MAC-сетках (то есть сетках, сдвинутых на полшага для каждой из компонент скорости в соответствующем направлении) с четвертым порядком точности по пространству [9]. Применяемая схема является консервативной как по энергии, так и по импульсу и хорошо зарекомендовала себя в расчетах атмосферных течений [10]. Для дискретизации по времени использовался неявный метод Рунге–Кутты с третьим порядком точности [11].

Для численного решения уравнения Пуассона использовался спектральный метод с разложением в ряд Фурье в горизонтальной плоскости. Для применения быстрого преобразования Фурье использовалась библиотека fftw3 (www.fftw.org) с открытым исходным кодом. Все алгоритмы решения уравнений гидродинамики и теплопереноса распараллелены по протоколу MPI с разбиением расчетной области на несколько доменов в горизонтальных направлениях с присвоением каждому ядру процессора своей пространственной области потока. Код MicroNH тестировался ранее в приложении к атмосферным и другим конвективным потокам, показывая хорошую точность и согласованность с экспериментальными данными [8]. Расчеты проводились как без внешних турбулентных пульсаций, так и при их наличии. При этом пульсации задавались путем суперпозиции решения для кольца, вышедшего в автомодельный режим, и поля пульсаций в виде слоя толщиной 0,5 м, расположенного перед кольцом (рис. 2). Пульсации получались путем предварительного проведения расчета на аналогичной сетке (1024^3 узлов)

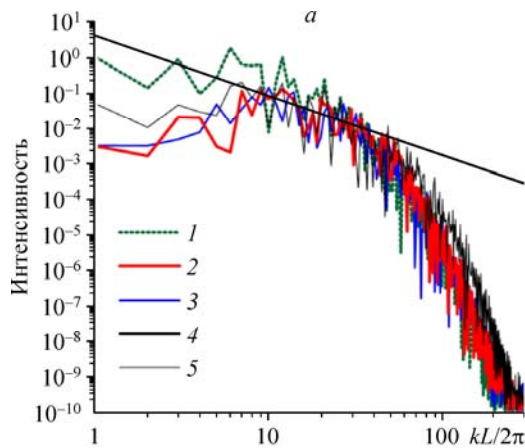
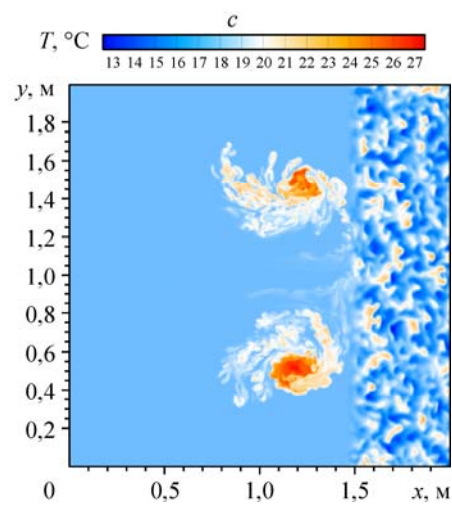
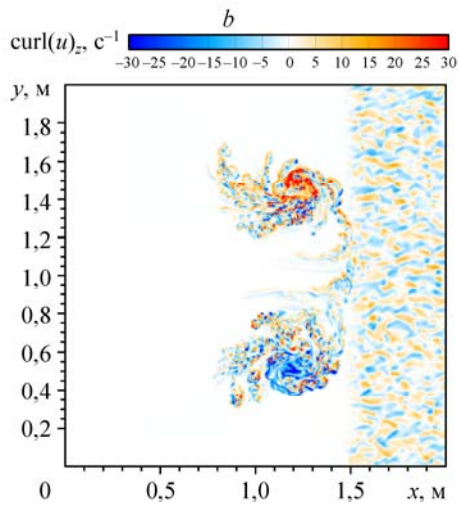


Рис. 2. Спектры компонент внешних пульсаций, используемых в расчете (a), вид полей завихренности (b) и температуры (c) в момент добавления в расчет пульсаций ($t = 5,8$ с).

- 1 — $u'u'(k)/u'u'(0)$,
- 2 — $v'v'(k)/u'u'(0)$,
- 3 — $w'w'(k)/u'u'(0)$,
- 4 — $T'T'(k)/T'T'(0)$,
- 5 — наклон спектра $-5/3$ ($\sim k^{-5/3}$).



с начальным распределением температуры в виде белого шума со средним значением, равным фоновому ($20\text{ }^{\circ}\text{C}$). Эволюция данного течения приводила к формированию в нем за счет силы плавучести турбулентных вихрей, которые с течением времени увеличивали свой масштаб. В определенный момент времени расчет останавливался, и итоговые поля использовались для суперпозиции с решением в виде кольца.

Спектры и вид полей пульсаций представлены на рис. 2. Видно, что пульсации имеют максимальную амплитуду на масштабах порядка $1/10 L$, (где $L = 2\text{ м}$ — размер расчетной области). Также в спектре пульсаций виден небольшой инерционный интервал. Средняя амплитуда пульсаций температуры при добавлении их к решению в виде кольца составляла $\sim 10\text{ }^{\circ}\text{C}$, пульсаций скорости — $0,05\text{ м/с}$.

Результаты расчетов

1. Формирование всплывающего термика

Начальное формирование вихревого кольца из сферы повышенной температуры происходит путем развития нескольких типов неустойчивостей (рис. 3). Из-за градиента плотности в передней части кольца развиваются неустойчивости типа Рэля–Гейлора, а на его боковой поверхности — неустойчивости типа бароклинной (рис. 3a). После окончания формирования первичной неустойчивости и начала движения потока включается вторичная неустойчивость по механизму Кельвина–Гельмгольца — путем сворачивания тонкого слоя завихренности в отдельные вихри (рис. 3b). На этой стадии картина течения еще остается осесимметричной. Описанные процессы происходят до окончания

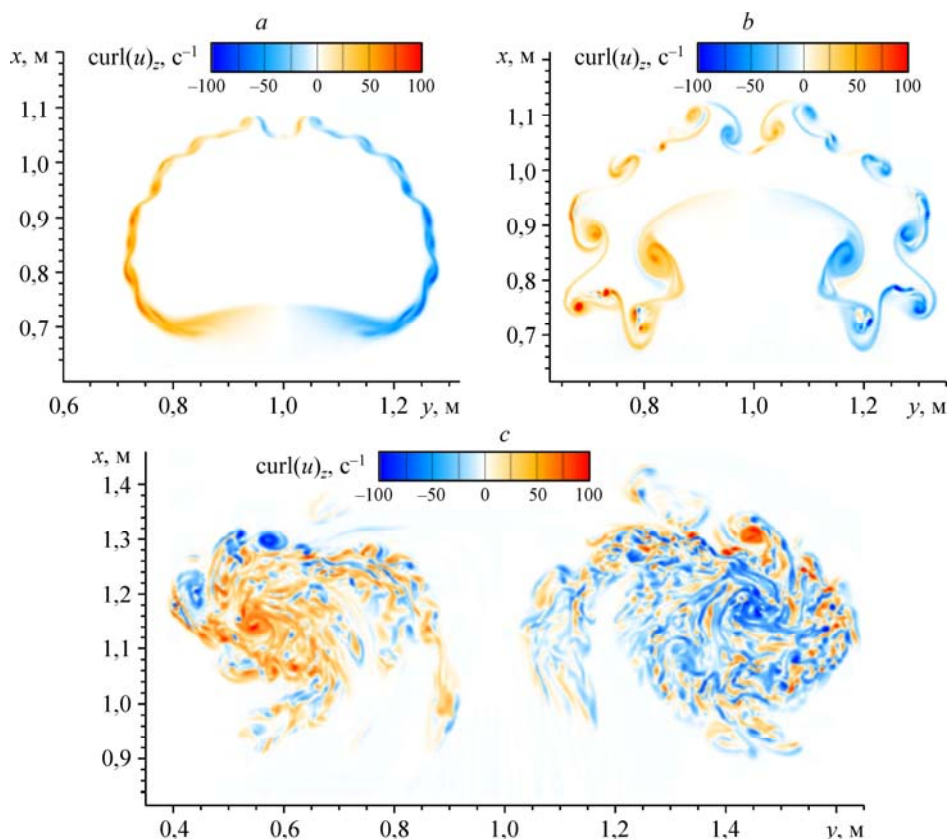


Рис. 3. Эволюция поля завихренности при формировании всплывающего термика при $t = 0,4$ (a), $0,5$ (b), $3,5$ (c) с.

фазы ускорения кольца. После достижения максимума скорости в центре кольца в потоке проявляется трехмерная неустойчивость, приводящая к генерации турбулентного каскада (рис. 3с).

В автомодельной стадии кольцо состоит из двух частей: внутреннего ядра, где вращение остается твердотельным, и турбулентной «атмосферы» кольца, где присутствует большое количество мелких вихрей (рис. 1b). Видно, что в «атмосфере» кольца проявляется эффект перемежаемости: присутствуют слои, в которых сконцентрировано турбулентное движение, и области между ними, где практически отсутствует завихренность. Слои имеют спиральную форму и эволюционируют, накручиваясь на ядро кольца. Внутри слоев завихренность организована преимущественно в виде вихревых пар, вихри в которых имеют взаимно противоположные направления вращения. Воздействие таких вихревых пар приводит к интенсивному массообмену между кольцом и окружающим воздухом. Такая интенсификация обменных процессов является характерным отличием турбулентного режима движения кольца от ламинарного.

2. Эволюция средних характеристик всплывающего термика

Из теории [6] и из экспериментов [1–4] известно, что скорость распространения всплывающего термика в автомодельном режиме задается выражением $dx_r/dt \approx \approx C_0 B_0^{1/4} t^{-1/2}$, где B_0 — интеграл по объему области повышенной температуры в начальном распределении от силы плавучести, C_0 — константа, которая, например, для колец, генерирующихся с помощью взрыва в воздухе, составляет порядка $2 \div 2,1$ [1]. Построенный по результатам вычислений график скорости распространения всплывающего кольца, определяемой по движению максимума завихренности (рис. 4а, кривая 1), показывает, что автомодельный режим в движении кольца достигается примерно после 5-ти секунд его эволюции. Константа C_0 , полученная из расчетов, имеет значения порядка 1,2, что составляет примерно половину от значений, полученных для колец, формируемых взрывом в воздухе. На графике видно, что кольцо сначала ускоряется, а затем теряет скорость. В работе [12] была предложена оценка для времени ускорения кольца в виде $\sqrt{R_0 |\bar{g}|}$, где R_0 — начальный радиус кольца. В текущем расчете время ускорения составило 0,75 с, что соответствует $\sim 0,5 \sqrt{R_0 |\bar{g}|}$, если принять за R_0 начальный радиус сферы повышенной температуры. Несколько другие значения, порядка $0,9 \sqrt{R_0 |\bar{g}|}$, получаются, если определять время ускорения кольца по времени увеличения скорости, индуцируемой кольцом в его центре.

3. Спектральные характеристики всплывающего термика

Для анализа динамики всплывающего термика были построены спектры энергии турбулентности (рис. 5а, 5b). Они строились следующим образом. Для времени, когда кольцо перешло в автомодельный режим ($t = 6$ с), в каждой точке продольного центрального сечения расчетной области была проведена окружность в плоскости yz с центром на оси кольца ($y = 1$ м, $z = 1$ м). Путем интерполяции на 1024 точки на окружностях были получены значения мгновенной скорости, при этом компоненты скорости переводились в цилиндрическую систему координат. Затем для каждой окружности с помощью преобразования Фурье были получены энергетические спектры, где каждое волновое число соответствовало моде с фиксированным угловым «масштабом» на окружности. Поскольку спектры были построены во всех точках сечения, это позволило провести

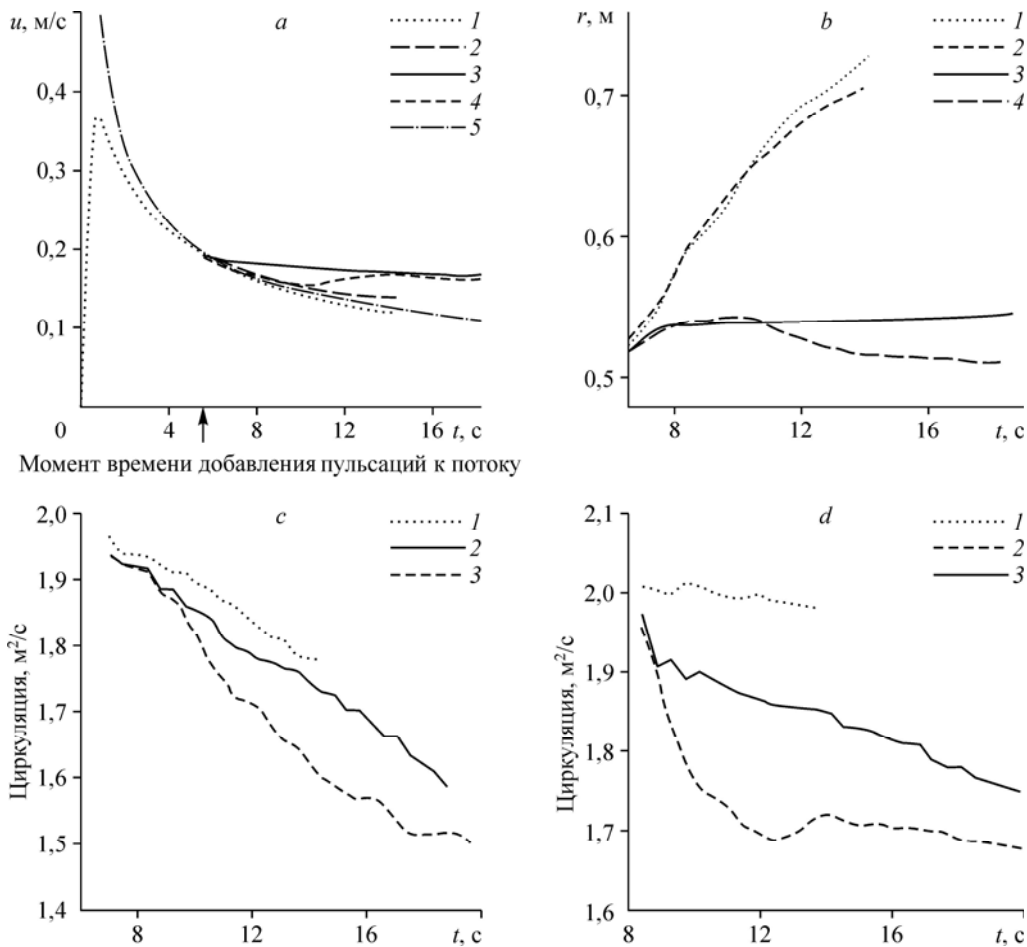


Рис. 4. Временная эволюция характеристик вихревого кольца в различных режимах.

a — скорость распространения вихревого кольца U_p , b — радиус кольца r_ω , c , d — циркуляция Γ , рассчитанная вокруг точки максимума завихренности по контурам с радиусами $r = 0,2$ (с), $0,4$ (d) м;

1 — всплывающее ядро (a, b), 2 — всплывающее ядро + пульсации (a, b),

3 — нейтральное ядро (a, b), 4 — нейтральное ядро + пульсации (a, b),

5 — аналитическая аппроксимация: 1, 2 $B_0^{0,25} t^{-0,5}$ м/с (a);

1 — всплывающее ядро при $r = 0,2$ (с) и $0,4$ (d) м,

2 — нейтральное ядро при $r = 0,2$ (с) и $0,4$ (d) м,

3 — нейтральное ядро + пульсации при $r = 0,2$ (с) и $0,4$ (d) м.

сравнение модового состава в разных частях кольца, а также дало возможность, выбрав фиксированную моду, построить ее распределение в плоскости, перпендикулярной кольцу.

На рис. 5 приведены спектры в нескольких характерных точках. В вихревом ядре виден участок спектра с явно выраженным наклоном, равным -3 (см. рис. 5a). Такой наклон спектра характерен для двумерной турбулентности [13]. Также он наблюдался на начальном участке турбулентной свободной струи [14]. В области за вихревым ядром, в турбулентной атмосфере кольца (рис. 5b, линия 2) наблюдается спектр с классическим для турбулентности наклоном — $-5/3$, характерным для колмогоровского каскада. В плоскости кольца, расположенной ближе к его центру (рис. 5b, линия 1), наблюдается сочетание этих двух распределений: в области малых длин волн присутствует наклон $-5/3$, а в области больших длин волн — -3 . Этот спектр напоминает спектр в атмосферном пограничном слое [15], где на длинных волнах (масштабах больших, чем толщина

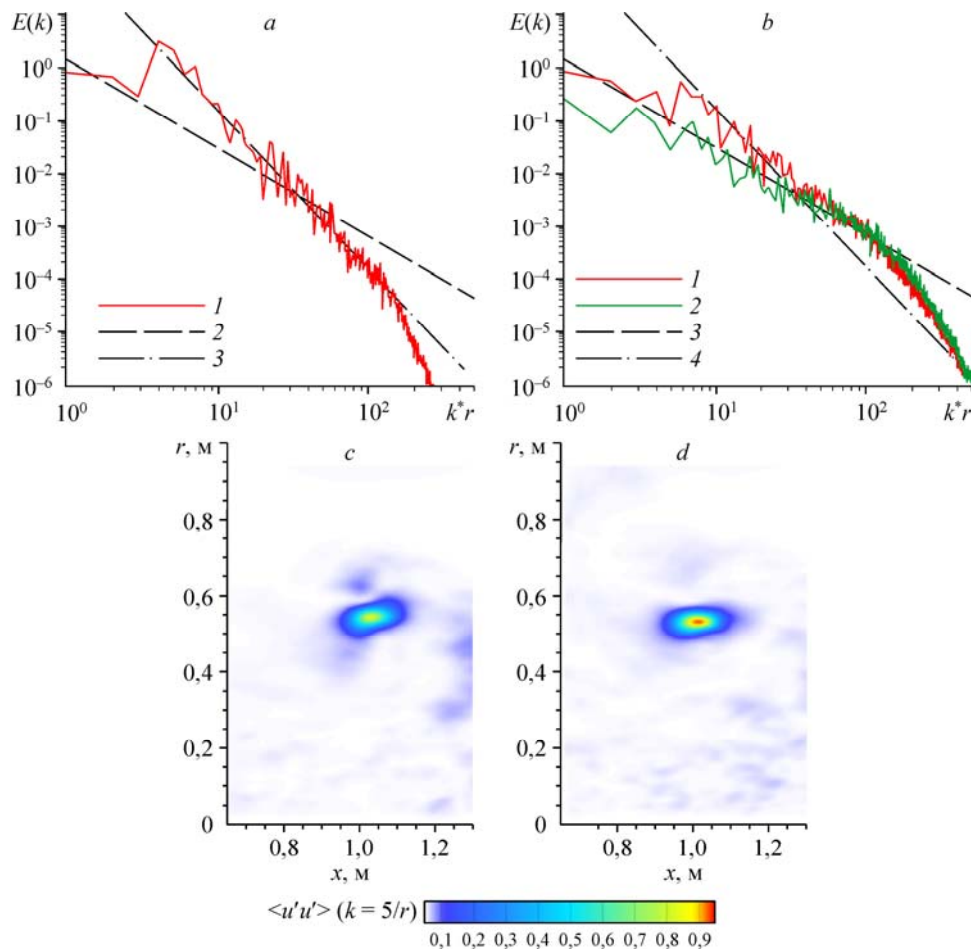


Рис. 5. Спектр энергии турбулентности в ядре кольца (а), спектры для точек, смещенных относительно центра вихревого ядра на $-0,05$ м вдоль оси x (2) и вдоль оси r (1) при $t = 6$ с (b), пространственное распределение спектральной моды $k = 5/r$ для случая кольца с нейтральной плавучестью без добавления (c) и с добавлением (d) пульсаций при $t = 10,5$ с.

а: 1 — вихревое ядро, 2 — наклон спектра $-5/3$ ($k^{-5/3}$), 3 — наклон спектра -3 (k^{-3});
 б: смещение от центра вихревого ядра на $-0,05$ м по r (1) и на $0,05$ м по x (2),
 наклон спектра $-5,3$ ($k^{-5/3}$) (3) и -3 (k^{-3}) (4).

пограничного слоя) изменения пульсаций температуры и скорости имеют наклон -3 , а при переходе к мелким масштабам (меньше толщины пограничного слоя) наблюдается классический колмогоровский спектр — $-5/3$. Существует объяснение такому виду спектра в атмосферном пограничном слое, связанное с воздействием внутренних волн в стратифицированной атмосфере, а также с эффектом вращения земли, проявляющимся на крупных масштабах [16]. В атмосфере механизмом, приводящим к формированию этих волн, является сила плавучести в условиях устойчивой плотностной стратификации. По аналогии в рассматриваемом случае похожий эффект может быть связан с волновыми явлениями, а именно с волнами Кельвина в вихревом ядре. Генерация турбулентности в атмосфере кольца с помощью волн Кельвина экспериментально исследовалась в работе [17]. Присутствие таких волн заметно по изменению формы вихревого ядра со временем (рис. 1с, 1d), сопровождающемуся периодическими колебаниями.

Из графиков распределения пульсационной компоненты скорости $u(x)$ (рис. 6) видно, что продольная (u_x) и поперечная (u_r) компоненты пульсаций (рис 6b, 6c, линия 1) в ядре намного больше окружной компоненты пульсаций u_{phi} (рис. 6d), это подтверждает, что данные пульсации вызваны волнами Кельвина. Из рис. 6d видно, что вблизи ядра наблюдается локальный минимум окружной компоненты пульсаций, а выше и ниже по радиусу расположены два максимума, которые, по всей видимости, связаны с процессами передачи энергии из волновой формы в вихревую и обратно, что согласуется с выводами [17].

Рассматривая пространственное распределение первых нескольких мод, можно заметить, что максимальной интенсивностью в области вихревого ядра обладает мода с волновым числом ($k = 5/r$), то есть 1/5 длины окружности (рис. 5c). Именно эта мода соответствует максимуму в энергетическом спектре. Однако невыясненным остается вопрос, как именно энергия передается между вихревой и волновой формами движения. Вблизи вихревого ядра присутствуют два типа движений: одно связано с волнами Кельвина, которые, в свою очередь, связаны с продольными и радиальными пульсациями скорости, а второе — с вихрями в слоях турбулентной атмосферы кольца, где преобладают

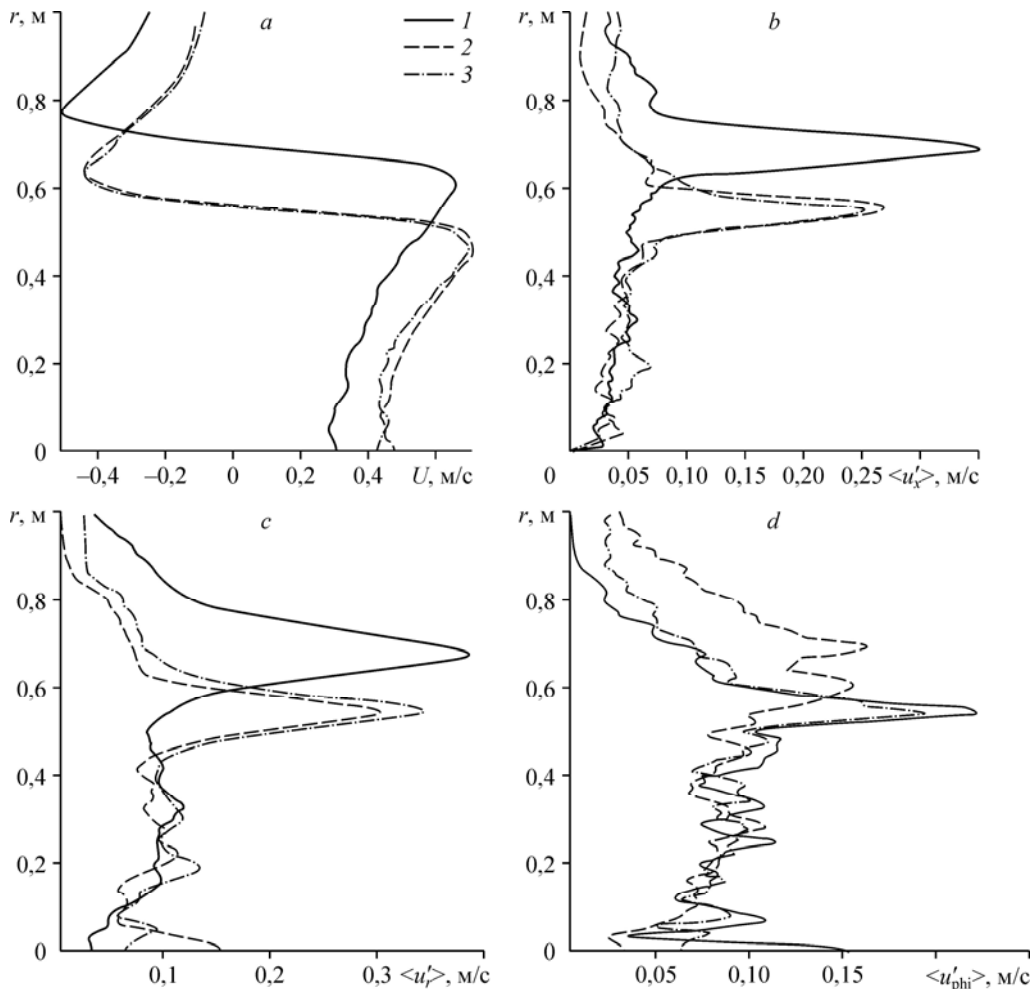


Рис. 6. Радиальные профили осредненных по окружной координате величин в максимуме завихренности кольца для горизонтальной компоненты средней скорости (a) и трех компонент пульсаций (b–d) для различных конфигураций потока при $t = 10,5$ с.

1 — всплывающее ядро, 2 — нейтральное ядро, 3 — нейтральное ядро + пульсации.

вихревые пары и спиральные структуры. Слоистая структура турбулентной «атмосферы» кольца хорошо видна на мгновенном распределении окружной скорости (рис. 7с). Такое распределение говорит о присутствии в потоке областей с различными знаками спиральности, что может оказывать влияние на динамику турбулентности и скорость диссипации энергии. Взаимодействие между вихревой и волновой формами движения может играть важную роль в устойчивости турбулентного вихревого кольца, несмотря на его активный массообмен с окружающим пространством.

Для более детального изучения динамики потока была вычислена величина спектрального потока энергии через выделенный пространственный масштаб [13]:

$$\text{Flux}_{3D} = -\bar{S}_{ij} (\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}),$$

здесь S_{ij} — тензор скоростей деформации; черта сверху означает операцию низкочастотного фильтра на фиксированном волновом числе (масштабе фильтра). Положительный знак потока означает, что энергия передается от масштабов, больших масштаба фильтра, к меньшим масштабам (прямой каскад), а отрицательный знак означает переход энергии к большим масштабам (обратный каскад). Для построения потока энергии масштаб фильтра был выбран равным 0,04 м. На рис. 7б приведено распределение потока энергии в поперечном сечении кольца, где видно, что в ядре кольца наблюдается область с отрицательным потоком энергии. Это свидетельствует о том, что энергия передается от мелкомасштабных турбулентных вихрей к более длинноволновым колебаниям вихревого ядра, последнее может приводить к общему замедлению диссипации энергии. В то же время, в турбулентной атмосфере кольца поток энергии является преимущественно положительным, что соответствует классическим колмогоровским представлениям о турбулентном каскаде с инерционным интервалом. Таким образом, данные о потоке энергии и данные о виде спектров дают согласованную картину процессов, происходящих вблизи ядра вихревого кольца. Наклон -3 , видимый в спектрах энергии вблизи вихревого ядра, часто сопоставляется с процессами обратной передачи энергии по спектру, характерными для двумерной турбулентности, что находит подтверждение и в вычисленном из мгновенных полей спектральном потоке энергии. Следует отметить, что небольшие величины обратного потока энергии наблюдаются также и в «атмосфере» кольца — в областях между слоями с различными знаками угловой скорости. Этот эффект

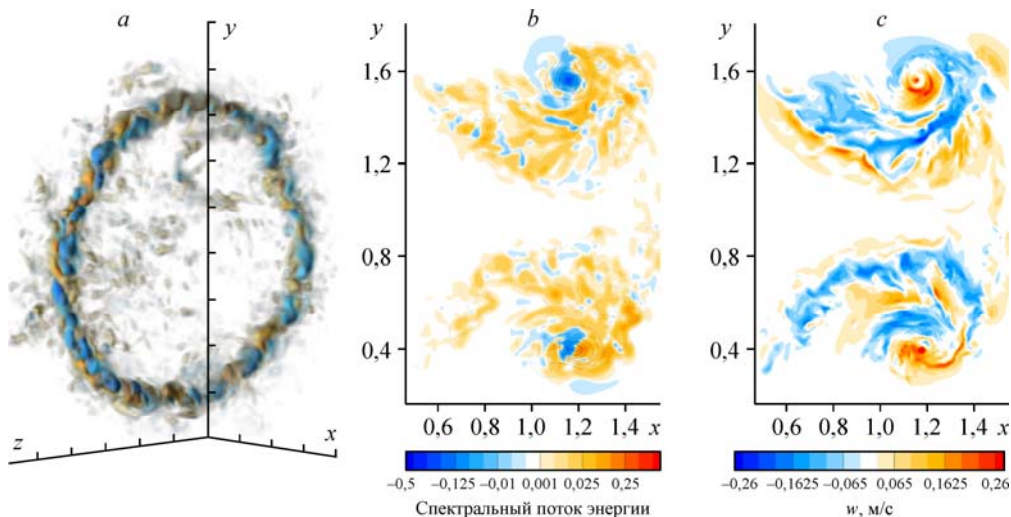


Рис. 7. Изоповерхности положительного (желтый цвет) и отрицательного (синий цвет) спектрального потока энергии (а), спектральный поток энергии в продольном сечении кольца (б), распределение окружной компоненты скорости в продольном сечении кольца (с) при $t = 5,8$ с.

может быть связан с динамикой спиральности, которая, как и энстрофия в двумерном случае, может влиять на каскадную передачу энергии. Изоповерхности положительного и отрицательного потоков энергии (рис. 7а) показывают, что деформация вихревого ядра сопровождается как прямым, так и обратным спектральными потоками энергии, однако средняя величина обратного потока оказывается выше в рассматриваемой области течения.

4. Воздействие внешних турбулентных пульсаций

Рассмотрим эффект пролета термика через слой турбулентных пульсаций температуры и скорости (рис. 2). Для задания внешней турбулентности к полям скорости и температуры для момента времени $t = 5,8$ с, когда кольцо уже вышло на автономный режим, перед кольцом был добавлен слой пульсаций толщиной 0,5 м. Эффект пульсаций отражается в изменении средней скорости кольца, а также в изменении его радиуса. Как видно из рис. 4а (линия 1), при прохождении слоя пульсаций кольцо теряет меньше скорости по сравнению с невозмущенным случаем, при этом синхронно замедляется рост радиуса кольца (рис. 4б), вычисленного по положению максимума завихренности, осредненной по окружной координате. Таким образом, прохождение пульсаций оказывает на кольцо воздействие, приводящее к замедлению его расширения и торможения, хотя этот эффект является достаточно слабым в данном случае.

Если рассмотреть подробнее процесс расширения всплывающего термика, то его основной причиной является бароклиная генерация завихренности противоположных знаков за счет повышенной температуры (следовательно, и плавучести) в ядре вихря [18]. На внутренней границе кольца генерируется завихренность противоположного знака по сравнению с завихренностью кольца, а на внешней границе — того же знака, что и в кольце. За счет компенсации завихренности растет радиус кольца с одновременным уменьшением его скорости. При этом большая часть энергии повышенной плавучести на данной стадии преобразуется именно в расширение радиуса, но не в ускорение кольца [19].

Таким образом, остается невыясненным механизм воздействия внешних пульсаций на кольцо. Замедление расширения кольца (и соответственно замедление его торможения) может быть связано как с воздействием на поле температуры внутри кольца и бароклинную генерацию со стороны пульсаций температуры, так и с эффектом передачи энергии от пульсаций скорости в энергию вихревого ядра кольца. Чтобы прояснить этот вопрос, необходимо было выполнить дополнительный расчет, исключив эффект бароклинного расширения из-за повышенной температуры в ядре кольца. Этот эффект также мешал провести более длительный расчет из-за быстрого расширения радиуса кольца до такой степени, когда заметную роль начинали играть граничные эффекты расчетной области, снижая точность расчета. Для исключения эффекта бароклинного расширения для начальных условий расчета использовалось, как и раньше, поле скорости термика, вышедшего на автономный режим ($t = 5,8$ с), но температура в вихревом ядре была искусственно приравнена к температуре окружающего воздуха. Благодаря этому блокировался эффект бароклинного расширения, что позволяло наблюдать за взаимодействием кольца и пульсаций достаточно долгое время. В такой конфигурации также было проведено два расчета: с наличием внешних пульсаций и без них (рис. 6, линия 2 и рис. 8). Из рис. 6 и 8 видно, что в отсутствие силы плавучести в ядре вихря его радиус расширяется гораздо медленнее, при этом под воздействием проходящих пульсаций радиус кольца дополнительно уменьшается, а в продольном направлении кольцо расширяется. В случае с наличием пульсаций (рис. 8, правый столбец) это расширение происходит не симметрично, а в большей степени по направлению вдоль движения кольца.

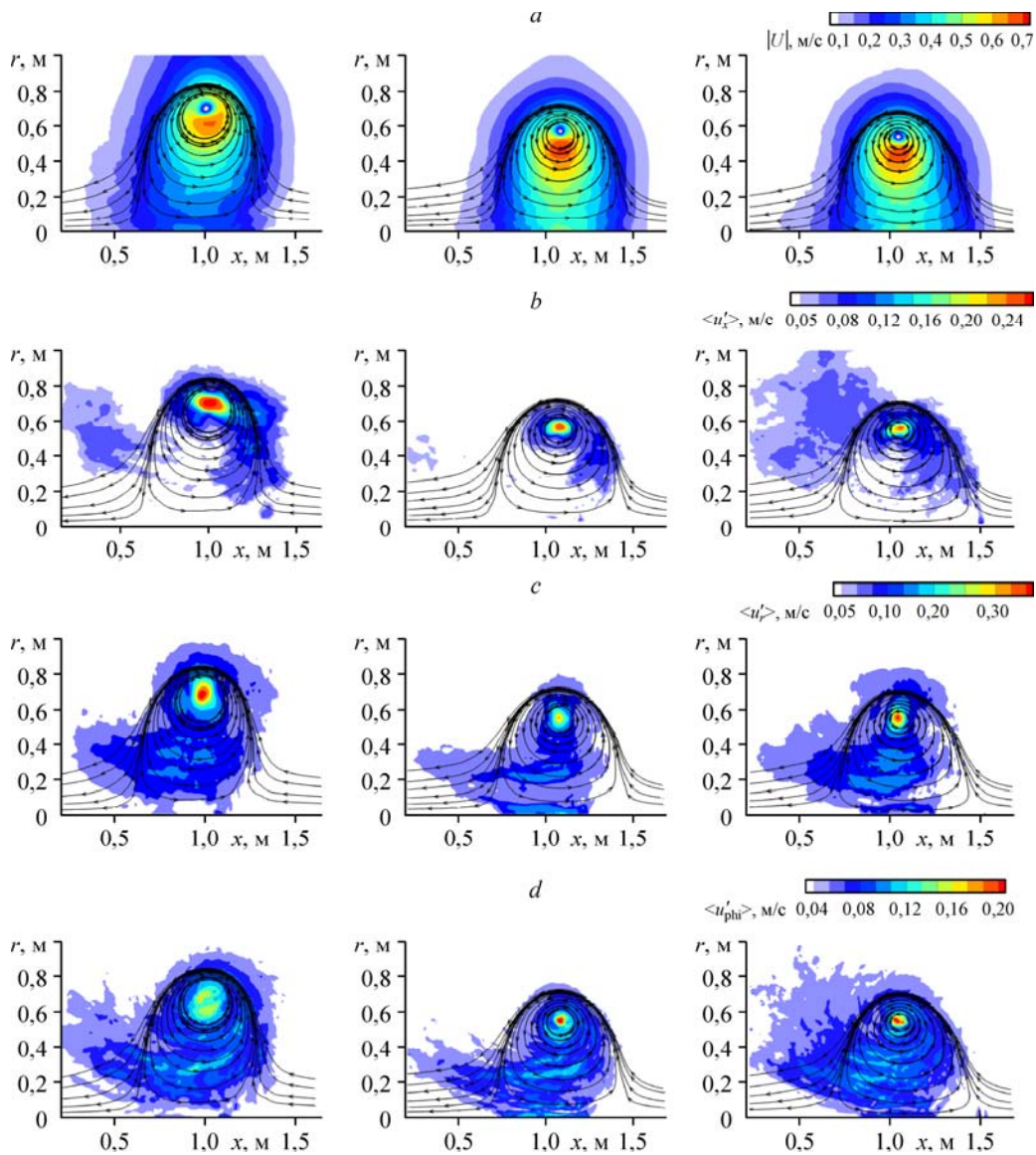


Рис. 8. Поля осредненных по окружной координате характеристик течения для случая кольца с положительной плавучестью (слева), нейтральной плавучестью (в центре) и нейтральной плавучестью с добавлением внешних пульсаций (справа) для времени $t = 10,5$ с.

a — модуль средней скорости с наложенными линиями тока,
 $b-d$ — компоненты пульсаций скорости в цилиндрической системе координат.

В отсутствие сил плавучести в вихревом ядре существенно изменяется распределение окружной компоненты пульсаций (рис. 6*d*, рис. 8*d*): их амплитуда становится больше и пропадает локальный минимум пульсаций в центре вихревого ядра. При воздействии внешних пульсаций (рис. 8, правый столбец) немного уменьшается амплитуда продольных и окружных колебаний скорости в ядре кольца, но возрастает амплитуда колебаний в радиальном направлении. Также о влиянии пульсаций на волны в вихревом ядре свидетельствует увеличение амплитуды моды колебаний с волновым числом $kr = 5$ (рис. 5*d*) по сравнению с невозмущенным случаем (рис. 5*c*). Отметим, что в момент прохождения слоя пульсаций около внешней границы кольца (рис. 8, правый столбец), на удалении

от кольца преобладают пульсации продольного направления, а вблизи кольца — окружного. Как видно из графиков эволюции скорости и радиуса, в этом случае (рис. 4а, 4б, линии 3 и 4) кольцо начинает расширяться гораздо медленнее, и его скорость соответствует практически одному значению. При этом внешние пульсации начинают оказывать на кольцо гораздо более сильное влияние по сравнению с исходным случаем. Под воздействием внешних пульсаций скорость кольца сначала достаточно сильно уменьшается (рис. 4а, линия 4), после чего начинает расти и за время порядка 8 с с момента начала взаимодействия доходит до значений, равных скорости в отсутствие возмущений. То есть в отличие от случая с положительной плавучестью в ядре теперь видно не просто замедление торможения кольца, но его ускорение на определенном участке траектории. При этом радиус кольца сначала незначительно увеличивается, а затем начинает спадать, и до конца расчета остается меньше радиуса кольца в невозмущенном случае. Следует отметить, что изменение поведения скорости и радиуса (спадание и рост) происходит в моменты прохождения слоя пульсаций сначала снаружи вихревого кольца, а затем внутри него, куда пульсации затягиваются его полем скорости.

Помимо исследований описанных выше процессов была рассмотрена эволюция циркуляции кольца, рассчитанная для двух контуров, охватывающих области с радиусами 0,2 и 0,4 м от точки максимума завихренности (рис. 4с, 4д). Как видно, внешние пульсации оказывают существенное влияние на циркуляцию, особенно на ее часть, удаленную от вихревого ядра. При этом ближняя к ядру часть циркуляции ведет себя монотонно, спадая несколько быстрее, чем в невозмущенном случае (рис. 4с). Расширение области интегрирования циркуляции для учета большего объема течения показывает существенные отличия от невозмущенного случая (рис. 4д). В случае с пульсациями циркуляция сначала резко падает, затем происходит ее незначительный рост, после чего наблюдается плавный спад. Следует отметить, что спадание циркуляции для $t > 14$ с в случае с пульсациями происходит медленнее. Это говорит о долговременном эффекте воздействия пульсаций. Кроме того, на начальном этапе взаимодействия с полем пульсаций (до времени $t \sim 13$ с) циркуляция кольца, рассчитанная по большему радиусу, имеет меньшую амплитуду, чем циркуляция, рассчитанная по меньшему радиусу. Такого эффекта не наблюдается в невозмущенном случае. Это можно объяснить только присутствием завихренности отрицательного знака на некотором удалении от вихревого ядра, которая отсутствует в невозмущенном случае, и ее источником могут быть только внешние пульсации. Такая область с отрицательной завихренностью действительно наблюдается в потоке с пульсациями (рис. 9а, 9б, здесь ω_ϕ — окружная компонента завихренности (в цилиндрической системе координат x, r, ϕ)). Поскольку исходное поле пульсаций не имело выделенного направления вращения, то присутствие завихренности одного знака можно объяснить либо эффектом сепарации вихрей разных знаков в поле скорости, индуцируемом кольцом (такой эффект может наблюдаться в квазидвумерных течениях), либо процессом бароклинной генерации в слое пульсаций температуры. В рассматриваемом случае, по-видимому, значимы оба эффекта. В распределении завихренности (рис. 9а) видно, что в момент после прохода фронта пульсаций у внешней границы кольца вихри положительного знака из слоя пульсаций оказываются преимущественно на удалении от ядра кольца, а вихри отрицательного знака — вблизи него. Амплитуда отрицательной завихренности составляет $\sim 1 \text{ с}^{-1}$.

Рассмотрим распределение температуры в слое пульсаций в момент прохождения фронта около внешней границы кольца (рис. 10а, 10е). Видно, что в слое пульсаций происходит разделение холодной и горячей температур за счет силы плавучести, при этом фронт холодной температуры сталкивается с кольцом первым, после чего проходит горячий фронт. Максимальная бароклинная генерация отрицательной завихренности будет наблюдаться в момент, когда максимум температуры находится в плоскости кольца.

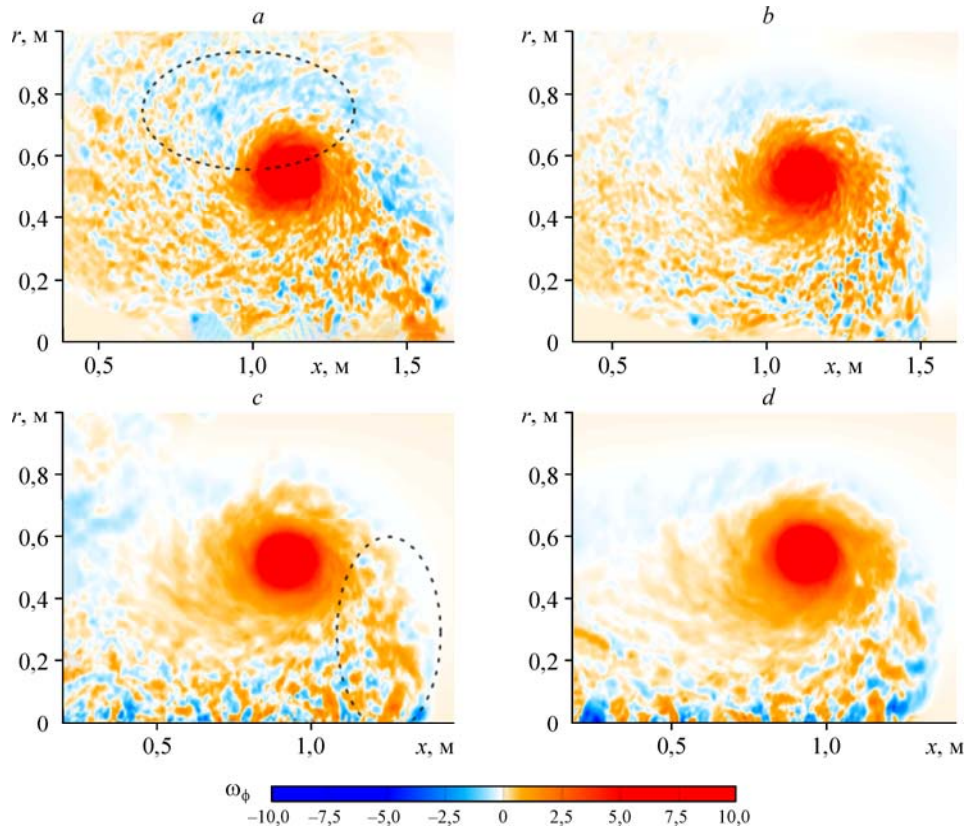


Рис. 9. Распределения завихренности, осредненные по окружной координате, для кольца с нейтральной плавучестью с добавлением внешних пульсаций (*a*, *c*) и без них (*b*, *d*).
 $t = 9,7$ (*a*, *b*), $14,5$ (*c*, *d*).

График бароклинной генерации ($\beta \bar{g} \times \nabla T$) в этот момент показан на рис. 10*f* и имеет максимальную амплитуду $\sim 0,15 \text{ c}^{-2}$, при этом скорость воздуха вблизи кольца за его наружной границей составляет $\sim 0,4 \text{ м/с}$. Очевидно, для генерации завихренности с интенсивностью 1 c^{-1} потребовалось бы порядка 6 секунд, но за это время слой отошел бы на расстояние $\sim 2,4 \text{ м}$, что не совпадает с наблюдаемым положением области отрицательной завихренности (рис. 9*a*). Таким образом, возникновение ненулевой средней завихренности в этой области должно быть связано, по крайней мере частично, с нелинейным взаимодействием вихрей из слоя пульсаций с вихревым кольцом.

Эффект роста циркуляции для $t = 13\text{--}14 \text{ с}$ (рис. 4*d*) связан с прохождением «горячего» фронта пульсаций через центр кольца в обратном направлении (т.е. вдоль движения кольца). В этом случае также присутствует бароклинная генерация (усиливающая завихренность кольца), но ее амплитуда слишком мала и не может объяснить возникновение в центральной части кольца дополнительной положительной завихренности (рис. 9*c*). Приток этой завихренности из следа объясняет более медленный темп спадания циркуляции по сравнению с невозмущенным случаем для времен $t > 14 \text{ с}$.

Из распределений температуры (рис. 10*b*) видно, что в ядре вихря со временем накапливается пониженная температура, принесенная пульсациями, а повышенная температура концентрируется вблизи оси кольца. Данный эффект сепарации связан с воздействием силы плавучести на пульсации, которая подталкивает вихри с повышенной температурой вдоль движения кольца и тормозит вихри с пониженной температурой,

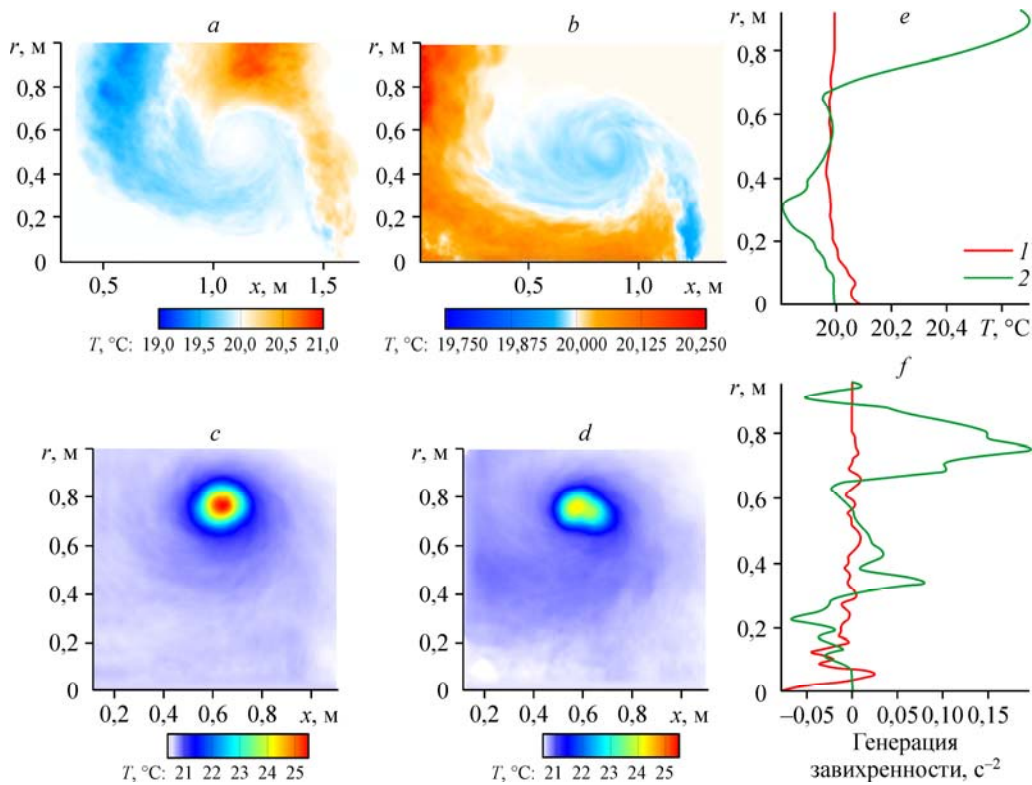


Рис. 10. Распределения температуры, осредненные по окружной координате для кольца с нейтральной плавучестью с добавлением пульсаций (*a*, *b*), с положительной плавучестью без пульсаций (*c*) и с пульсациями (*d*) для моментов времени $t = 9,7$ с (*a*), $14,5$ с (*b*, *c*, *d*); радиальные профили в плоскости кольца с нейтральной плавучестью для температуры (*e*) и бароклинической генерации (*f*) при $t = 14,5$ с (1), $9,7$ с (2).

притягивая их к ядру кольца. Можно заключить, что в исходном случае, при исследовании кольца с положительной плавучестью в вихревом ядре (рис. 10*c*, 10*d*), воздействие пульсаций приводило к снижению температуры в ядре вихря, что ослабляло бароклиническую генерацию и замедляло темпы роста радиуса кольца и снижения его скорости, что заметно на рис. 4*a*, 4*b*.

Заключение

Путем прямого численного моделирования исследовано взаимодействие вихревых колец (как с положительной, так и с нейтральной плавучестью) со слоем внешних турбулентных пульсаций. Для колец с положительной плавучестью обнаружен эффект замедления их расширения за счет уменьшения амплитуды бароклинической генерации в ядре вихря. Уменьшение происходит из-за попадания части пульсаций, имеющих пониженную температуру, в ядро вихря. Для случая колец с нейтральной плавучестью обнаружен эффект ускорения кольца на отдельном участке его траектории с одновременным уменьшением его радиуса при взаимодействии со слоем пульсаций. Это свидетельствует о нелинейном характере взаимодействия пульсаций с кольцом с передачей части энергии пульсаций среднему движению кольца. В спектрах энергии турбулентности вблизи вихревого ядра кольца найден участок с наклоном спектра, равном -3 . Также в этой области обнаружен обратный спектральный перенос энергии, свидетельствующий о переходе энергии от мелких вихрей к более крупным масштабам течения. Взаимодействие

всплывающих термиком с внешними турбулентными пульсациями является довольно распространенной моделью течения в атмосферном пограничном слое. Представленное исследование призвано помочь в понимании механизмов такого взаимодействия и возможных нелинейных эффектов передачи энергии, сопровождающих его.

Список литературы

1. Glasstone S., Dolan P.J. The effects of nuclear weapons. Department of Defense, Washington DC, 1977. 653 p.
2. Гостинцев Ю.А., Матвеев Ю.С., Небогатов В.Е., Солодовник А.Ф. К вопросу о физическом моделировании турбулентных термиком // Прикл. мех. и технич. физика. 1986. № 6. С. 53–57.
3. Scorer R.S. Experiments on convection of isolated masses of buoyant fluid // J. Fluid Mechanics. 1957. Vol. 2, No. 6. P. 583–594.
4. Turner J.S. Buoyant vortex rings // Proc. R. Soc. Lond. 1957. Vol. A239. P. 61–75.
5. Синькова О.Г., Стаценко В.П., Янилкин Ю.В. Аналитическое и численное исследование образования вихревого кольца при всплывании термика в атмосфере // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2017. № 4. С. 39–51.
6. Makhviladze G.M., Roberts J.P., Yakush S.E. Turbulent buoyant thermal in a density stratified atmosphere // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1996. Vol. 39, No. 7. P. 1453–1462.
7. Celani A., Musacchio S., Vincenzi D. Turbulence in more than two and less than three dimensions // Physical Review Letters. 2010. Vol. 104, No. 18. P. 184506-1–184506-4.
8. Heerwaarden C.C.V., Van Stratum B.J., Heus T., Gibbs, J.A., Fedorovich E., Mellado J.P. MicroHH 1.0: a computational fluid dynamics code for direct numerical simulation and large-eddy simulation of atmospheric boundary layer flows // Geoscientific Model Development. 2017. Vol. 10, No. 8. P. 3145–3165.
9. Morinishi Y., Lund T.S., Vasilyev O.V., Moin P. Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow // J. Computational Physics. 1998. Vol. 143, No. 1. P. 90–124.
10. van Stratum B.J.H. The influence of misrepresenting the nocturnal boundary layer on daytime convection in large-eddy simulation : diss., 15.07.2016. Universität Hamburg Hamburg, 2017. 113 p. ISSN 1614–1199.
11. Carpenter M.H., Kennedy C.A. Third-order 2N-storage Runge-Kutta schemes with error control // Technical Report NASA TM-109111, National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center, Hampton, VA. 1994. P. 1–16.
12. Онуфриев А.Т. Теория движения вихревого кольца под действием силы тяжести. Подъем облака атомного взрыва // Прикл. мех. и технич. физика. 1967. № 2. С. 3–15.
13. Chen S., Ecke R.E., Eyink G.L., Rivera, M., Wan M., Xiao Z. Physical mechanism of the two-dimensional inverse energy cascade // Physical Review Letters. 2006. Vol. 96, No. 8. P. 084502-1–084502-4.
14. Hrebtov M.Y., Pyushin B.B., Krasinsky D.V. Inverse energy cascade in a turbulent round jet // Physical Review E. 2010. Vol. 81, No. 1. P. 016315-1–016315-6.
15. Lindborg E. Can the atmospheric kinetic energy spectrum be explained by two-dimensional turbulence // J. Fluid Mechanics. 1999. Vol. 388. P. 259–288.
16. Lindborg E. The effect of rotation on the mesoscale energy cascade in the free atmosphere // Geophysical Research Letters. 2005. Vol. 32, No. 1. P. 1–4.
17. Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Колебания вихревого кольца, возникновение в нем турбулентности и генерация звука // Успехи физических наук. 2000. Т. 170, № 7. С. 713–742.
18. Bond D., Johari H. Impact of buoyancy on vortex ring development in the near field // Experiments in Fluids. 2010. Vol. 48, No. 5. P. 737–745.
19. Zhao B., Law A.W.K., Lai A.C.H., Adams E.E. On the internal vorticity and density structures of miscible thermals // J. Fluid Mechanics. 2013. Vol. 722, Id. R5.

*Статья поступила в редакцию 18 марта 2019 г.,
после доработки — 19 апреля 2019 г.,
принята к публикации 26 апреля 2019 г.*