

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. С. Щетинков. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.
2. Ф. А. Вильямс. Теория горения. М., «Наука», 1971.
3. Т. Карман, Д. Миллан. Пламена и химическая кинетика. Сб. ст. М., ИЛ, 1961.
4. Д. Гиршфельдер, К. Кертисс, Д. Кэмпбелл. В сб. «Вопросы горения и детонационных волн». М., Оборонгиз, 1958.
5. Д. Гиршфельдер, К. Кертисс, Р. Берд. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., ИЛ, 1961.
6. М. Герштейн, Г. Макдональд, Р. Шалла. В сб. «Вопросы горения и детонационных волн». М., Оборонгиз, 1958.
7. Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. Численные методы анализа. М., «Наука», 1967.
8. Б. Льюис, Г. Эльбе. Горение, пламя и взрывы в газах. М., «Мир», 1968.
9. Краткий справочник физико-химических величин. Под ред. К. П. Мищенко и А. А. Равделя. М., «Химия», 1972.
10. Г. А. Тирский. ПММ, 1969, 2.

УДК 662.58

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО МЕТОДА К РАСЧЕТУ ХАРАКТЕРИСТИК ГЕТЕРОГЕННОГО ЗАЖИГАНИЯ

В. И. Розенбанд, В. В. Барзыкин

(Москва)

Гетерогенным зажиганием называется приводящий к горению нестационарный процесс теплового самоускорения реакции, протекающей на границе раздела горючего и окислителя. В данной работе методом интегральных соотношений рассматривается протекание процесса гетерогенного воспламенения системы двух полубесконечных сред конденсированного горючего ($x > 0$) и газообразного окислителя ($x < 0$), на поверхности раздела которых идет экзотермическая химическая реакция:

$$v_o A_o + v_f A_f - v_p A_p = 0,$$

где o, f, p — индексы окислителя, горючего и продуктов реакции соответственно (продукты реакции считаем газообразными). Скорость теплового выделения поверхностной реакции предполагаем

$$W = QK_0 c_{os}^e e^{-E/RT_s},$$

где c_{os} — приповерхностная объемная концентрация окислителя; e — порядок реакции по окислителю; Q — тепловой эффект; K_0 — предэкспонент; E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; T_s — температура поверхности.

Система уравнений, описывающих процесс гетерогенного воспламенения (в предположении равенства молекулярных весов окислителя и продуктов реакции и отсутствия стефановского потока), в безразмерном виде записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} \quad (\xi < 0), \quad (1)$$

$$\frac{\partial z_o}{\partial \tau} = L \frac{\partial^2 z_o}{\partial \xi^2} \quad (\xi < 0), \quad (2)$$

$$\frac{\partial z_p}{\partial \tau} = L \frac{\partial^2 z_p}{\partial \xi^2} \quad (\xi < 0), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = k_{\kappa} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} \quad (\xi > 0), \quad (4)$$

с краевыми условиями:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{10} = \theta_{20} = 0, \\ \theta_1(-\infty, \tau) = \theta_2(+\infty, \tau) = 0, \\ z_o(\xi, 0) = z_o(-\infty, \tau) = 1, \\ z_p(\xi, 0) = z_p(-\infty, \tau) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

и при $\xi = 0$

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_s, \quad (6)$$

$$-k_{\lambda} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = -\frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} + z_o^l \cdot l^{\frac{\theta_s}{1 + \beta \theta_s}}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial z_o}{\partial \xi} = b z_o^l l^{\frac{\theta_s}{1 + \beta \theta_s}}, \quad (8)$$

$$-\frac{v_p}{v_o} \cdot \frac{\partial z_p}{\partial \xi} = \frac{\partial z_o}{\partial \xi}, \quad (9)$$

где $\theta = \frac{E}{RT_n} (T - T_n)$ — безразмерная температура; T_n — начальная температура системы, выбранная в качестве масштабной; θ_{10}, θ_{20} — безразмерные начальные температуры газа и горючего; $z_o = \frac{c_o}{c_{он}}$ — безразмерная концентрация окислителя; $z_p = \frac{c_p}{c_{он}}$ — безразмерная концентрация продуктов реакции; $c_{он}$ — начальная концентрация окислителя; $\xi = \frac{x}{r_o}$ — безразмерная координата; $r_o = \frac{RT_n^2 \lambda_1 l^{E/RT_n}}{E \cdot Q \cdot K_o \cdot c_{он}^l}$ — характерный размер; $\tau = \frac{\kappa_1 t}{r_o^2}$ — безразмерное время; $k_{\kappa} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1}$ $k_{\lambda} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ — относительные коэффициенты температуропроводности и теплопроводности двух сред; $b = \frac{v_o RT_n^2 \cdot \lambda_1}{D \cdot c_{он} \cdot E \cdot Q}$; D — коэффициент диффузии; $L = \frac{D}{\kappa_1}$ — число Льюиса; $\frac{v_p}{v_o}$ — отношение стехиометрических коэффициентов, определяющее число молей продуктов реакции, образующихся на один моль окислителя; $\beta = \frac{RT_n}{E}$; 1 — индекс газа; 2 — индекс конденсированной фазы; s — индекс поверхности.

Эта система уравнений решалась численно в работах [1—3] и приближенно методом локального подобия и методом неопределенных коэффициентов в работах [3—4]. В кинетической области, при $l=0$, решение задачи интегральным методом приведено в работе [5].

Можно показать, что между поверхностной температурой и концентрациями имеет место следующая связь [3]:

$$z_o(0, \tau) = 1 - a \theta_s; \quad z_p(0, \tau) = \frac{v_p}{v_o} a \theta_s, \quad (10)$$

где $a = \frac{(k_e + 1)}{k_e} \sqrt{L} \cdot b$; $k_e = \sqrt{\frac{\lambda_1 \rho_1 c_1}{\lambda_2 \rho_2 c_2}}$ — относительный коэффициент теп-

ловых активностей первой и второй сред; ρ , c — плотность и теплоемкость соответственно. Определив из (6) связь между потоками тепла, идущими в газовую фазу и в горючее, с учетом (10) можно от сопряженной задачи перейти к краевой для второй среды ($\xi > 0$) с граничным условием на поверхности:

$$-\frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = \frac{(1 - a\theta_s)^l \cdot l \cdot l^{1 + \beta\theta_s}}{k_\lambda (1 + k_e)} = f(\theta_s). \quad (11)$$

Для решения задачи методом интегральных соотношений [6] аппроксимируем температурный профиль в конденсированной фазе параболой n -й степени вида

$$\theta_2(\xi, \tau) = \theta_s \left(1 - \frac{\xi}{\delta}\right)^n, \quad (12)$$

где δ — некоторая условная, зависящая от времени толщина прогретого слоя, связь которой с температурой поверхности θ_s определяется из (11). Сводя обычным образом [6] уравнение теплопроводности в горючем к интегралу теплового баланса с учетом граничных условий, можно окончательно получить зависимость $\tau(\theta_s)$ в виде

$$\frac{k_e^2 (n+1)}{(1+k_e)^2 \cdot n} \tau = \frac{\theta_s^2 l^{1+\beta\theta_s}}{2(1-a\theta_s)^{2l}} + \int_0^{\theta_s} \frac{\theta_s d\theta_s}{(1-a\theta_s)^{2l} \cdot l^{1+\beta\theta_s}}. \quad (13)$$

Решение этого уравнения при $\beta=0$ имеет вид:

для $l=1$

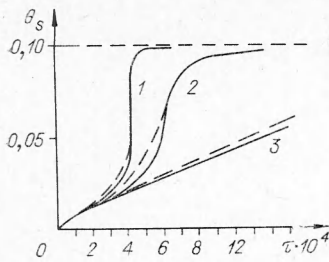
$$\frac{k_e^2}{(1+k_e)^2} \left(\frac{n+1}{n}\right) \tau = \frac{\theta_s^2 l^{-2\theta_s}}{2(1-a\theta_s)^2} + \frac{l^{-2\theta_s}}{a^2(1-a\theta_s)} - \frac{1}{a^2} + \frac{(2-a)}{l^{2/a} \cdot a^3} \left[\bar{E}_i\left(\frac{2}{a}\right) - \bar{E}_i\left[\frac{2}{a}(1-a\theta_s)\right] \right], \quad (14)$$

для $l=2$

$$\frac{k_e^2}{(1+k_e)^2} \left(\frac{n+1}{n}\right) \tau = \frac{\theta_s^2 l^{-2\theta_s}}{2(1-a\theta_s)^4} + \frac{l^{-2\theta_s}}{3a^2(1-a\theta_s)^3} - \frac{1}{3a^2} + \frac{(2-2a\theta_s+a) \cdot (2-3a) l^{-2\theta_s}}{6(1-a\theta_s)^2 \cdot a^4} - \frac{(2+a) \cdot (2-3a)}{6a^4} + \frac{2(2-3a)}{3a^5 l^{2/a}} \left\{ \bar{E}_i\left(\frac{2}{a}\right) - \bar{E}_i\left[\frac{2}{a}(1-a\theta_s)\right] \right\}, \quad (15)$$

где \bar{E}_i — затабулированная, модифицированная интегральная показательная функция [7].

Из (10) и (13) видно, что θ_s не может быть больше величины $\theta_{\max} = \frac{1}{a}$ и это значение температуры асимптотически достигается при $\tau \rightarrow \infty$. На рисунке в переменных Вильямса [1] приведена зависимость $\theta_s(\tau)$ для $a=0,2$ и различных порядков реакции, полученная интегральным методом и по данным численного счета [1]. При этом предполагалось $\frac{n}{n+1} \approx 1$, что оправдано для случая поверхностной экзотермической химической реакции, когда вследствие экспоненциального роста скорости тепловыделения от температуры следует ожидать достаточно крутых градиентов температуры в веществе. Видно, что имеется хорошее совпадение результатов, полученных численным счетом на ЭВМ и интегральным методом.



Зависимость $\theta_s(\tau)$ для $a=0,2$.
 1 — $l=0,5$; 2 — $l=1$; 3 — $l=2$;
 — расчет по интегральному методу; - - - численный счет [1].

a	$\tau_{30} \cdot 10^4$, численный счет [1]	$\tau_{31} \cdot 10^4$ из ус- ловия $\tau_{31} = \tau_3(\theta_{s*})$	$\tau_{32} \cdot 10^4$ из ус- ловия $\tau_{32} =$ $\tau_3(\theta_s \rightarrow \theta_{s\max})$
0,002	2,1	2,58	3,13
0,02	2,64	2,66	3,26
0,1	4,00	3,64	4,02

Надо отметить, что при $a < a_*$ (для $l=0,5; 1,0; 2,0$ $a_* = 0,22; 0,17; 0,125$ соответственно) имеет место неоднозначный вид зависимости температуры поверхности от времени. Подобное поведение функции $\theta_s(\tau)$ обусловлено тем, что при этих значениях параметра a , соответствующих взрывному характеру процесса, выбранный в теле температурный профиль, вследствие быстрого роста температуры поверхности из-за интенсивности химической реакции, перестает удовлетворительно описывать процесс. При этом по достижению некоторой θ_{s*} глубина прогретого слоя δ достигает своего максимального значения и начинает падать. Таким образом, в этих режимах интегральный метод правильно описывает процесс только в области $\theta_s < \theta_{s*}$.

В таблице в переменных Вильямса [1] для первого порядка реакции и значений $a < a_*$ сравниваются времена задержек зажигания, рассчитанные из условия $\tau_{31} = \tau_3(\theta_{s*})$, с задержками τ_{30} , полученными из численного счета. Видно, что в пределах 30% эти величины хорошо совпадают. Математически проще, тем не менее, рассчитывать задержку воспламенения при взрывном характере процесса по достижению достаточно больших значений θ_s , близких к $\theta_{s\max}$. Полученные, таким образом, значения задержек зажигания τ_{32} также приведены в таблице и дают ошибку в пределах 50%. При этом анализ полученных зависимостей (с учетом разложения $\bar{E}i(x)$ при больших x) показывает, что для $a < 0,1$ в первом приближении с точностью до членов $O(a^2)$ имеет место зависимость

$$\tau_{32} = 0,25 + la, \quad (16)$$

где $\tau_{32} = 0,25$ — безразмерное время задержки воспламенения полученное из решения для случая нулевого порядка реакции [5].

Интересно отметить, что подобный неоднозначный вид функции $\theta_s(\tau)$ наблюдался и в работе [4] при аналитическом решении этой задачи методами возмущения и локального подобия.

Проведенные оценки показывают, однако, что с учетом реальных значений $k_e < 0,02$; $\frac{RT_n^2}{E} > 5$; $\theta < 2 \cdot 10^3$ кал/г; $c_p \approx 0,3$ для систем газобразный окислитель — твердое горючее условие $a < a_*$ реализуется только для чрезвычайно сильных экзотермических реакций при интенсивном массопереносе.

В заключение надо отметить, что полученные результаты достаточно хорошо применены и для случая, когда начальные температуры окислителя и горючего различны. При этом граничное условие на поверхности для горючего имеет вид

$$-\frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = \frac{\theta_{1,0}}{\sqrt{\pi \tau} \cdot k_\lambda \cdot (1 + k_e)} + \frac{(1 - a\theta_s)^l \cdot l \cdot \frac{\theta_s}{1 + \beta\theta_s}}{k_\lambda (1 + k_e)}, \quad (17)$$

где в качестве масштабной выбрана начальная температура в конденсированной фазе T_{20} (при этом $\theta_{20} = 0$). Первый член в правой части

уравнения (17) дает скачок температуры на поверхности в начальный момент времени, величина которого $\theta_{s0} = \frac{\theta_{10} \cdot k_e}{(1 + k_e)}$.

Поскольку для случая газообразного окислителя и конденсированного горючего k_e очень мала (например, для системы кислород с $T_{10} = 1000^\circ \text{K}$, графит с $T_{20} = 300^\circ \text{K}$, $k_e = 7 \cdot 10^{-4}$), то можно считать $\theta_{s0} \approx \approx \theta_{20} = 0$. В этом случае, если пренебречь быстропадающим со временем тепловым потоком $\frac{\theta_{10}}{k_e (1 + k_e) \sqrt{\pi t}}$, можно для расчета процесса гетерогенного воспламенения воспользоваться полученными ранее результатами.

Таким образом, использование метода интегральных соотношений позволяет с достаточно хорошей точностью рассчитывать характеристики гетерогенного воспламенения конденсированного горючего в атмосфере газообразного окислителя.

Поступила в редакцию
26/VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. F. A. Williams. AIAAJ., 1966, 4, 8.
2. C. H. Waldman, M. Summerfield. AIAAJ., 1969, 7, 7.
3. А. М. Гришин, Н. А. Игнатенко. ФГВ, 1971, 7, 4.
4. C. H. Waldman. Combustion Science and Technology, 1970, 2, 2—3.
5. А. П. Бабич, Н. М. Беляев, А. А. Рядно. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
6. Г. Гудмен. В сб. «Проблемы теплообмена». Под ред. П. Л. Кириллова. М., Атомиздат, 1967.
7. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике. М., «Наука», 1968.

УДК (629.7.03 : 533.6.011)001.2

О НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ТЕЧЕНИЯ СМЕСИ ГАЗА С ИНОРОДНЫМИ ЧАСТИЦАМИ В СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУЕ

И. П. Гинзбург, Т. Н. Рябина, Л. И. Шуб, В. А. Коробков

(Ленинград)

Исходя из общих уравнений движения полидисперсной двухфазовой смеси, рассматривается двухфазное стационарное течение в предположении, что эффекты вязкости и теплопроводности газа проявляются только во взаимодействии с частицами. В относительном движении фаз учитывается инерционность, разреженность и сжимаемость газа.

Уравнение течения полидисперсной двухфазной смеси газа с инородными частицами

Рассмотрим многоскоростную и многотемпературную модель, заменяющую сложное реальное течение полидисперсной двухфазной смеси взаимопроникающим течением $n+1$ взаимодействующих сплошных сред: собственно газа и «газа» частиц n фракций [1]. Примем следующие обозначения: \vec{v} , p , ρ , T и h — соответственно скорость, давление, плотность, температура и удельная энтальпия газа, осредненные по малому объему, содержащему большое число инородных частиц. Соответствующим величинам для «газа» частиц i -й фракции припишем нижний индекс Si . Собственным давлением «газа» частиц, обусловленным хаотическим движением частиц, и объемом, занимаемым частица-