УДК 681.51

РАСЧЁТ ПИР-РЕГУЛЯТОРА НА ОСНОВЕ МЕТОДА РАЗДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ И ПРИНЦИПА ВНУТРЕННЕЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

© **В. Д. Юркевич**

Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: yurkev@mail.ru

Рассматривается модифицированная структура пропорционально-интегрального резонансного регулятора и методика настройки его параметров. Показано, что применение метода разделения движений даёт возможность выполнить расчёт пропорционально-интегральной составляющей регулятора независимым образом от выбора параметров резонансных компонент регулятора. Предлагаемый подход к расчёту параметров регулятора позволяет обеспечить точное слежение для заданного гармонического воздействия в системе управления в условиях действия внешних гармонических возмущений и неполной информации о параметрах объекта управления. Приведены результаты численного моделирования.

Ключевые слова: управление, пропорционально-интегральный резонансный регулятор, метод разделения движений, принцип внутренней модели.

DOI: 10.15372/AUT20210405

Введение. Одним из базовых принципов проектирования высокоточных систем слежения является широко известный принцип внутренней модели [1–3]. В соответствии с ним асимптотическое стремление к нулю ошибки слежения для задающего гармонического воздействия и полное подавление внешних гармонических возмущений обеспечивается при условии, если полюсы передаточной функции регулятора содержат полюсы изображений по Лапласу гармонических воздействий и возмущений. При выполнении данного условия нули функции чувствительности системы управления содержат полюсы изображений по Лапласу гармонических воздействий и возмущений, что обеспечивает асимптотическое стремление к нулю ошибки регулирования для заданного класса сигналов.

Альтернативным подходом к повышению точности регулирования является использование алгоритмов управления с большими коэффициентами в законе обратной связи [4], которые в предельном случае, при ограничениях на ресурс управления, приводят к использованию разрывных законов управления и формированию скользящих режимов в системе регулирования [5]. Однако реализация данного подхода часто бывает затруднительной на практике в условиях наличия неучтённой динамики и запаздываний в контуре регулирования, что ограничивает возможность увеличения коэффициентов усиления требованием сохранения устойчивости системы и заданных показателей качества переходных процессов. Соответственно при использовании разрывных алгоритмов управления в данных условиях отсутствует идеальный скользящий режим и возникает реальный скользящий режим с конечной частотой переключений при движении вдоль поверхности скольжения. В результате указанный альтернативный подход к повышению точности регулирования вместо асимптотической устойчивости требуемого состояния системы обеспечивает только свойство равномерной конвергентности системы в некоторую окрестность необходимого состояния [6].

В целях обеспечения асимптотического стремления к нулю ошибки регулирования в системе управления при действии гармонических возмущений известной частоты и неизвестной амплитуды на основе принципа внутренней модели широко привлекаются резонансные регуляторы [7–12]. В качестве примеров применения резонансных регуляторов можно отметить подавление вибраций в механических системах [7, 8] и задачи управления импульсными преобразователями электрической энергии [9, 10].

В данной работе предлагается новая модифицированная структура пропорционально-интегрального резонансного регулятора и методика настройки его параметров. Показано, что применение метода разделения движений позволяет выполнить расчёт параметров пропорционально-интегральной составляющей предлагаемого регулятора независимо от выбора параметров резонансных компонент этого регулятора. Рассматриваемый подход к расчёту параметров регулятора даёт возможность обеспечить формирование заданных показателей качества переходных процессов в системе управления и асимптотическое стремление к нулю ошибки регулирования в условиях действия внешних гармонических возмущений и неполной информации о параметрах объекта управления.

Постановка задачи. Рассмотрим динамическую систему, математическая модель которой задана дифференциальным уравнением

$$\dot{y} = ay + b(u + d), \tag{1}$$

где y — измеряемый выход системы, u — управляющее воздействие, d — возмущающее воздействие.

Полагаем, что параметры a и b системы (1) являются постоянными, но неизвестными величинами, значения которых удовлетворяют условиям

$$|a| \leqslant a_{\max}; \qquad 0 < b_{\min} \leqslant b \leqslant b_{\max}. \tag{2}$$

Рассмотрим пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор для системы (1):

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int\limits_0^t e(\tau)\, d\tau, \tag{3}$$

где $e(t) = r(t) - y(t)$ — ошибка регулирования; $r(t)$ — задающее входное воздействие. Соответственно выражение для функции чувствительности [13] системы (1), (3) имеет вид

$$S(s) = \frac{s(s-a)}{s^2 + (k_p b - a)s + k_i b}, \tag{4}$$

где $|S(j\omega)|_{\omega=0} = 0$. Таким образом, при выполнении условий устойчивости замкнутой системы (1), (3) имеет место свойство $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$, если $r = \text{const}$ и $d = \text{const}$. В то же время свойство асимптотической устойчивости состояния равновесия системы (1), (3) нарушается при гармоническом характере поведения $r(t)$ или $d(t)$, так как $|S(j\omega)|_{\omega\neq 0} \neq 0$.

Требование асимптотического стремления к нулю ошибки регулирования для гармонического воздействия с известной частотой ω_1 и неизвестной амплитудой может быть достигнуто на основе применения резонансных регуляторов. Рассмотрим алгоритм управления в изображениях по Лапласу в виде $u(s) = G_c(s)e(s)$, тогда в качестве примера возьмём пропорционально-резонансный (ПР) регулятор [10, 11] с передаточной функцией $G_c(s) = G_{pr}(s)$, где

$$G_{pr}(s) = k_p + \frac{k_r s}{s^2 + \omega_1^2}, \tag{5}$$

или пропорционально-интегральный резонансный (ПИР) регулятор [12] с передаточной функцией $G_c(s) = G_{pir}(s)$, где

$$G_{pir}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_r s}{s^2 + \omega_1^2}. \tag{6}$$

Тогда функция чувствительности для системы (1), (5) принимает вид

$$S(s) = \frac{(s^2 + \omega_1^2)(s - a)}{s^3 + (k_p b - a)s^2 + (k_r b + \omega_1^2)s + (k_p b - a)\omega_1^2}, \tag{7}$$

а для системы (1), (6) будем иметь

$$S(s) = \frac{s(s^2 + \omega_1^2)(s - a)}{s^4 + (k_p b - a)s^3 + [(k_i + k_r)b + \omega_1^2]s^2 + (k_p b - a)\omega_1^2 s + k_i b \omega_1^2}, \tag{8}$$

где для (7) и (8) имеет место свойство $|S(j\omega)|_{\omega=\omega_1} = 0$. В результате при выполнении условий устойчивости замкнутой системы с ПР- и ПИР-регуляторами обеспечивается свойство $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ при $r(t) = A_r \sin(\omega_1 t)$ и при $d(t) = A_d \sin(\omega_1 t)$.

Процедуры настройки резонансных регуляторов рассматривались в различных работах, в большинстве которых обсуждается настройка ПР-регуляторов. Например, в [11] предложен метод вынужденных колебаний для настройки параметров ПР-регулятора, где в основе данного метода лежит развитие известной процедуры Циглера — Николса [14]. В работе [15] обсуждалась методика настройки ПР-регуляторов частотным методом, который вместе с методом корневого годографа применялся для настройки ПР-регуляторов в [16].

Основной проблемой, возникающей на пути применения резонансных регуляторов, является отсутствие ясных методик для расчёта параметров таких регуляторов, позволяющих установить связь параметров с требованиями к показателям качества переходных процессов в системе регулирования. Сложность решения данной проблемы особенно возрастает при использовании резонансных регуляторов с множеством резонансных компонент:

$$G_{pir}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \sum_{\nu=1}^{m} \frac{k_{r\nu} s}{s^2 + \omega_\nu^2}, \tag{9}$$

которые применяются для подавления влияния многочастотных гармонических возмущений.

Целью данной работы является создание методики настройки параметров ПИР-регуляторов с учётом требования к заданным показателям качества переходных процессов в системе управления и требования асимптотического стремления к нулю ошибки регулирования в условиях действия внешних гармонических возмущений и при неполной информации о параметрах модели объекта управления.

Модифицированный ПИР-регулятор. В представленной работе предлагается модифицированный ПИР-регулятор с передаточной функцией

$$\bar{G}_{pir}(s) = \left[k_p + \frac{k_i}{s}\right]\left[1 + \frac{k_r s}{s^2 + \omega_1^2}\right], \tag{10}$$

которая также может быть представлена в виде

$$\bar{G}_{pir}(s) = \Big[k_p + \frac{k_i}{s}\Big]\Big[\frac{s^2 + k_r s + \omega_1^2}{s^2 + \omega_1^2}\Big] = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_i k_r}{s^2 + \omega_1^2} + \frac{k_p k_r s}{s^2 + \omega_1^2}. \qquad (11)$$

Соответственно для подавления влияния многочастотных гармонических возмущений в качестве обобщения передаточной функции модифицированного ПИР-регулятора (10) получим выражение

$$\hat{G}_{pir}(s) = \Big[k_p + \frac{k_i}{s}\Big] \prod_{\nu=1}^{m} \Big[1 + \frac{k_{r\nu} s}{s^2 + \omega_\nu^2}\Big]. \qquad (12)$$

Функция чувствительности для системы (1), (10) имеет вид

$$S(s) = \frac{s(s^2 + \omega_1^2)(s - a)}{s^4 + (k_p b - a)s^3 + [(k_p k_r + k_i)b + \omega_1^2]s^2 + (k_i k_r b + k_p b\omega_1^2 - a\omega_1^2)s + k_i b\omega_1^2}, \qquad (13)$$

где $|S(j\omega)|_{\omega=0} = 0$ и $|S(j\omega)|_{\omega=\omega_1} = 0$. Значит, для устойчивой замкнутой системы (1), (10) обеспечивается свойство $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ при $r(t) = A_r \sin(\omega_1 t)$ и при $d(t) = A_d \sin(\omega_1 t)$, а также при $r = \text{const}$ и $d = \text{const}$.

Расчётные соотношения для выбора параметров ПИР-регулятора (10) могут быть получены на основе анализа условий устойчивости системы (1), (10). Сложность данного анализа обусловлена значительным увеличением динамического порядка замкнутой системы с резонансными регуляторами при небольшом числе свободных параметров регулятора. Упростить анализ возможно, привлекая метод разделения движений [4] для исследования свойств характеристического полинома системы (1), (10). В этих целях необходимо предварительно ввести малый параметр ε в выражение для ПИ-регулятора следующим образом [17, 18]:

$$G_{pi}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = k_0 \frac{(s + T^{-1})}{\varepsilon s}, \qquad (14)$$

где $k_p = k_0/\varepsilon$ и $k_i = k_0/(\varepsilon T)$, ε — малый положительный параметр. Рекомендации по выбору параметров k_0, ε и T будут получены на основе анализа условий устойчивости системы (1), (10), где компонента для ПИ-регулятора представлена в виде (14).

Принимая во внимание (14), получаем характеристический полином системы (1), (10), параметры которого зависят от ε:

$$A(s,\varepsilon) = \varepsilon s^4 + (k_0 b - \varepsilon a)s^3 + (k_0 b T^{-1} + k_0 b k_r + \varepsilon\omega_1^2)s^2 +$$

$$+ (k_0 b k_r T^{-1} + k_0 b\omega_1^2 - \varepsilon a\omega_1^2)s + k_0 b T^{-1}\omega_1^2. \qquad (15)$$

Введение малого параметра ε в структуру регулятора приводит к формированию в замкнутой системе разнотемповых процессов. Используя метод анализа разнотемповых процессов, описанный в [4], можно выделить из полинома (15) уравнения характеристических полиномов подсистем медленных и быстрых движений. Получаем характеристический полином подсистемы медленных движений следующего вида:

$$A_{sms}(s) = (k_0 b)^{-1} \lim_{\varepsilon\to 0} A(s,\varepsilon) = s^3 + (T^{-1} + k_r)s^2 + (k_r T^{-1} + \omega_1^2)s + k_0 b T^{-1}\omega_1^2 =$$

$$= (s + T^{-1})(s^2 + k_r s + \omega_1^2), \tag{16}$$

где устойчивость процессов в подсистеме медленных движений обеспечивается выбором $T > 0$ и $k_r = 2d_r\omega_1$, здесь d_r — коэффициент демпфирования, который можно, например, принять равным 1.

В соответствии с [4] для выделения характеристического полинома подсистемы быстрых движений выполним в полиноме (15) замену $s = p/\varepsilon$ и умножим полученное выражение на ε^3. В результате будем иметь

$$p^4 + (k_0 b - \varepsilon a)p^3 + \varepsilon(k_0 bT^{-1} + k_0 bk_r + \varepsilon\omega_1^2)p^2 +$$

$$+ \varepsilon^2(k_0 bk_r T^{-1} + k_0 b\omega_1^2 - \varepsilon a\omega_1^2)p + \varepsilon^3 k_0 bT^{-1}\omega_1^2. \tag{17}$$

Из выражения (17) при $\varepsilon \to 0$ следует полином $p^4 + k_0 bp^3$, умножая который на множитель p^{-3} и выполняя замену $p = \varepsilon s$, получим $\varepsilon s + k_0 b$. В результате нормировки данного полинома запишем характеристический полином подсистемы быстрых движений:

$$A_{fms}(s) = \tau_{fms}s + 1, \tag{18}$$

где τ_{fms} — постоянная времени подсистемы быстрых движений, $\tau_{fms} = \varepsilon/(k_0 b)$. Так как $\varepsilon > 0$, устойчивость быстрых процессов обеспечивается условием $k_0 b > 0$. На практике удобно задавать $k_0 \approx b^{-1}$.

Согласно [4], если полиномы $A_{fms}(s)$ и $A_{sms}(s)$ удовлетворяют условиям устойчивости, при уменьшении параметра ε обеспечивается свойство устойчивости характеристического полинома (15) для системы (1), (10).

С учётом условий устойчивости полиномов $A_{fms}(s)$ и $A_{sms}(s)$ расчёт параметров ПИР-регулятора (10) фактически сводится к выбору параметра ε на основании заданных требований на степень разделения темпов быстрых и медленных процессов в системе управления.

Отметим, что анализ устойчивости системы (1) с регулятором (12) выполняется полностью аналогичным образом. При этом характеристический полином подсистемы быстрых движений имеет вид (18), а характеристический полином подсистемы медленных движений принимает вид

$$(s + T^{-1})\prod_{\nu=1}^{m}(s^2 + k_{r\nu}s + \omega_\nu^2). \tag{19}$$

Расчётные соотношения для выбора параметра ε можно получить, сопоставляя постоянную времени τ_{fms} полинома (18) подсистемы быстрых движений с постоянной времени $\tau_a = a^{-1}$ системы (1) и с постоянными времени $T, \omega_1^{-1}, \ldots, \omega_m^{-1}$ полинома (19) подсистемы медленных движений.

Пусть η — требуемая степень разделения темпов быстрых и медленных процессов в системе управления с ПИР-регулятором, которую можно задать условием

$$\tau_{fms} = \eta^{-1}\min\{\omega_1^{-1}, \ldots, \omega_m^{-1}, \tau_{a,\min}\}, \quad T = \eta\tau_{fms}, \tag{20}$$

где $\tau_{a,\min} = a_{\max}^{-1}$. Тогда, принимая во внимание что $\varepsilon/(k_0 b_{\max}) \leqslant \tau_{fms} \leqslant \varepsilon/(k_0 b_{\min})$, можно рекомендовать следующие расчётные соотношения для выбора параметров ПИР-регулятора (12), (14):

$$\varepsilon = \frac{k_0 b_{\min}}{\eta}\min\{\omega_1^{-1}, \ldots, \omega_m^{-1}, \tau_{a,\min}\}; \quad T = \eta\varepsilon; \quad k_0 = \frac{2}{b_{\max} + b_{\min}}; \quad k_{r\nu} = 2\omega_\nu. \tag{21}$$

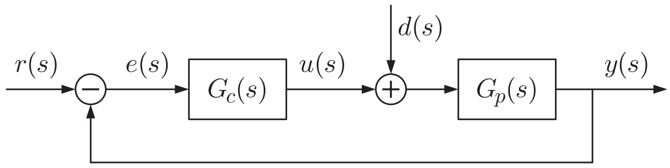

Рис. 1. Схема системы управления

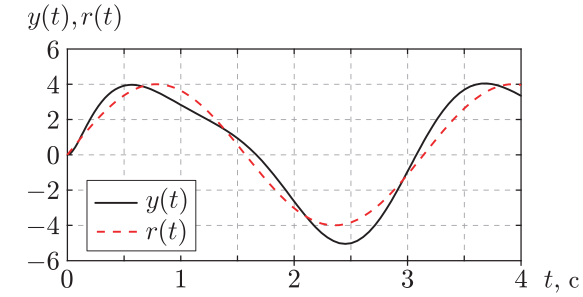

Рис. 2. Графики $y(t)$ и $r(t)$ в системе (1), (14)

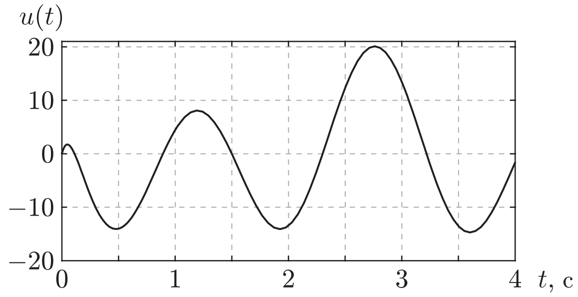

Рис. 3. График $u(t)$ в системе (1), (14)

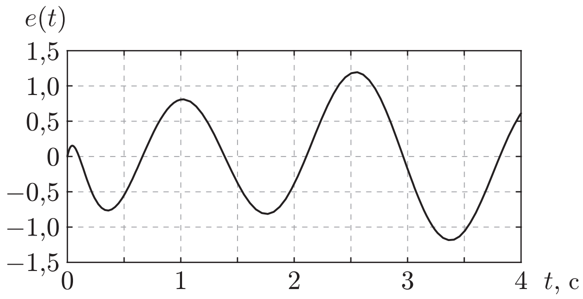

Рис. 4. График $e(t)$ в системе (1), (14)

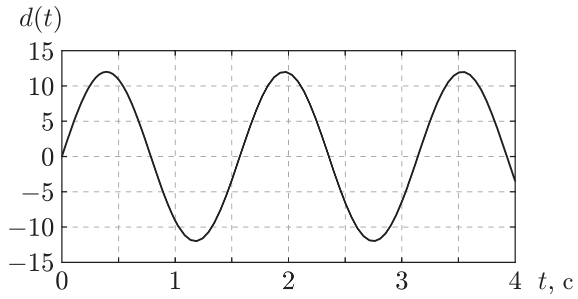

Рис. 5. График для возмущения $d(t)$

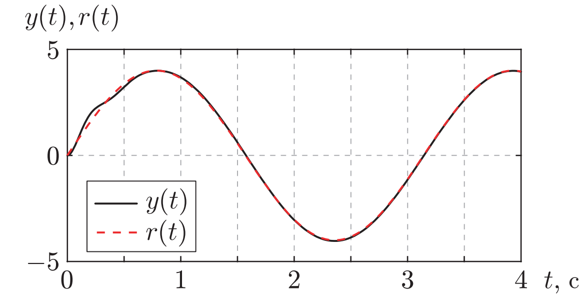

Рис. 6. Графики $y(t)$ и $r(t)$ в системе (1), (22)

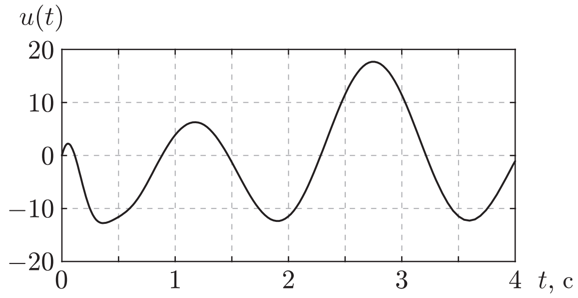

Рис. 7. График $u(t)$ в системе (1), (22)

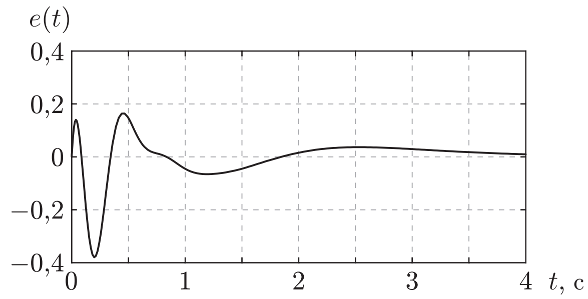

Рис. 8. График $e(t)$ в системе (1), (22)

Приемлемое значение η для конкретных условий обычно уточняется на основе результатов численного моделирования или натурного эксперимента.

Результаты моделирования. Эффективность подавления гармонических возмущений в системе с предлагаемым ПИР-регулятором можно показать на основе результатов численного моделирования системы (1) при следующих исходных данных:

$$a = 2, \quad b = 2, \quad r(t) = 4\sin(2t), \quad d(t) = 12\sin(4t).$$

В целях обеспечения свойства асимптотического стремления к нулю ошибки регулирования при заданных гармонических воздействиях сформируем модифицированный ПИР-регулятор с передаточной функцией вида

$$\tilde{G}_{pir}(s) = k_0 \frac{s + T^{-1}}{\varepsilon s}\left[1 + \frac{k_{r1}s}{s^2 + \omega_1^2}\right]\left[1 + \frac{k_{r2}s}{s^2 + \omega_2^2}\right], \tag{22}$$

где, используя соотношения (21) при $\eta = 5$, получим

$$\begin{gathered} \omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}, \quad k_{r1} = 4, \quad \omega_2 = 4 \text{ с}^{-1}, \quad k_{r1} = 8, \\ \omega_{\max} = 4 \text{ с}^{-1}, \quad \varepsilon = 0{,}05 \text{ с}, \quad T = 0{,}25 \text{ с}, \quad k_0 = 0{,}5. \end{gathered} \tag{23}$$

Схема системы управления представлена на рис. 1, где $G_p(s) = b/(s - a)$ — передаточная функция системы (1); $G_c(s)$ — передаточная функция регулятора, принимающая вид (14) для системы с ПИ-регулятором или вид (22) для системы с ПИР-регулятором. Предварительно было выполнено численное моделирование системы (1) с ПИ-регулятором (14) для расчётных значений (23) параметров ПИ-регулятора. Результаты моделирования представлены на рис. 2–4. График возмущающего воздействия $d(t)$ при моделировании приведён на рис. 5. Из графика на рис. 4 следует, что в данном случае в замкнутой системе отсутствует свойство асимптотической устойчивости процесса слежения при заданных гармонических воздействиях.

Результаты численного моделирования системы (1) с ПИР-регулятором (22) при расчётных параметрах (23) показаны на рис. 6–8. График на рис. 8 наглядно демонстрирует наличие свойства асимптотической устойчивости процесса слежения при указанных гармонических воздействиях.

Заключение. В данной работе показано, что переход от структуры ПИР-регулятора (9) к модифицированной структуре (12) совместно с применением метода разделения движений позволяет получить простую методику расчёта параметров ПИР-регуляторов. Предлагаемая методика расчёта данного класса регуляторов может найти широкое применение при проектировании систем активной вибрационной защиты, систем стабилизации положения исполнительных механизмов на подвижных платформах, систем управления для инверторов напряжения и тока, а также систем управления активными силовыми фильтрами для электрических сетей переменного тока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Francis B., Wonham W.** The internal model principle of control theory // Automatica. 1976. **12**, N 5. P. 457–465.
2. **Franklin G. F., Powell J. D., Emami-Naeini A.** Feedback Control of Dynamic Systems. 5th Ed. Prentice-Hall Inc., 2006. 910 p.

3. **The Control** Handbook /Ed. by W. S. Levine. Boca Raton: CRC Press LLC, 1996. 1548 p.
4. **Meerov M. V.** Structural Synthesis of High-Accuracy Automatic Control Systems // Pergamon Press International Series of Monographs on Automation and Automatic Control. Vol. 6. Oxford, New York: Pergamon Press, 1965. 341 p.
5. **Уткин В. И.** Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981. 368 с.
6. **Pavlov A., van de Wouw N., Nijmeijer N.** Uniform Output Regulation of Nonlinear Systems: A Convergent Dynamics Approach. Boston, MA: Birkhäuser, 2006. 172 p.
7. **Halim D., Moheimani S. O. R.** Spatial resonant control of flexible structures — Application to a piezoelectric laminate beam // IEEE Trans. Control Syst. Technol. 2001. **9**, N 1. P. 37–53.
8. **Nos O. V., Shtein D. A., Leus G. S. et al.** The simplified control technique for PMSM torque ripple reduction // Proc. of the 21st Int. Conf. of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM). Chemal, Russia, 29 June–03 July 2020. P. 475–481.
9. **Teodorescu R., Blaabjerg F., Liserre M., Loh P. C.** Proportional resonant controllers and filters for grid-connected voltage-source converters // IEE Proc. Electr. Power Appl. 2006. **153**, N 5. P. 750–762.
10. **Citro C., Siano P., Cecati C.** Designing inverters' current controllers with resonance frequencies cancellation // IEEE Trans. Industrial Electronics. 2016. **63**, N 5. P. 3072–3090.
11. **Pereira L. F. A., Bazanella A. S.** Tuning rules for proportional resonant controllers // IEEE Trans. Control Systems Technol. 2015. **23**, N 5. P. 2010–2017.
12. **Pan Z., Dong F., Zhao J. et al.** Combined resonant controller and two-degree-of-freedom PID controller for PMSLM current harmonics suppression // IEEE Trans. Industrial Electronics. 2018. **65**, N 9. P. 7558–7568.
13. **Kwakernaak H., Sivan R.** Linear Optimal Control Systems. Chichester: Wiley-lnterscience, 1972. 575 p.
14. **Ziegler J. G., Nichols N. B.** Optimum settings for automatic controllers // Trans. ASME. 1942. **64**, N 11. P. 759–768.
15. **Hans F., Schumacher W., Chou S. F., Wang X.** Design of multifrequency proportional-resonant current controllers for voltage-source converters // IEEE Trans. Power Electronics. 2020. **35**, N 12. P. 13573–13589.
16. **De Heredia A., Gaztanaga H., Etxeberria-Otadui I. et al.** Analysis of multi-resonant current control structures and tuning methods // Proc. of the 32nd IEEE Annual Conference on Industrial Electronics (IECON 2006). Paris, France, 7–10 Nov., 2006. P. 2156–2161.
17. **Юркевич В. Д.** Расчёт и настройка регуляторов для нелинейных систем с разнотемповыми процессами // Автометрия. 2012. **48**, № 5. С. 24–31.
18. **Yurkevich V. D., Naidu D. S.** Educational issues of PI-PID controllers // IFAC Proceedings Volumes. 2012. **45**, N 11. P. 448–453.

Поступила в редакцию 02.06.2021
После доработки 10.06.2021
Принята к публикации 11.06.2021