

О ЗАВИСИМОСТИ ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ ОТ СКОРОСТИ ПРИЛОЖЕНИЯ НАГРУЗКИ

Р. Я. Иванова, Н. И. Мамнин

(Новосибирск)

Дан обзор гипотез временной зависимости прочности материалов. Показано, что молекулярно-кинетическая теория разрыва твердых тел, развитая Г. М. Бартевым, совпадает с третьей гипотезой прочности Алфрея. На основе теории Алфрея предложена аналитическая зависимость скорости внутреннего разрыва образца материала от времени, температуры и величины разрыва. Показано, что временное сопротивление вещества уменьшается со снижением скорости нарастания нагрузки. Этот факт экспериментально подтвержден для коллоидного раствора желатины.

Предел прочности реальных материалов, как показали исследования ряда авторов, представляет собой не просто численную величину, но зависит от времени. Временная зависимость длительной прочности наблюдалась для металлов [1], пластмасс [2, 3], древесины [4]. Зависимость прочности от времени действия нагрузки для одной дисперсной системы (торф пониженной влажности) наблюдалась в работе [5].

Г. М. Бартевым [6] была предложена молекулярно-кинетическая теория одномерного разрыва твердых тел. Теория Бартева исходит из положения о том, что разрыв образца при одноосном нагружении происходит путем прорастания трещины на поверхности вследствие флуктуаций тепловых движений атомов и молекул при разрыве межатомных (межмолекулярных) связей с переходом через энергетический барьер.

Теория Г. М. Бартева, как, впрочем, отмечал и сам автор в работе [6], пригодна для описания процессов разрушения образцов не только твердых тел, но и дисперсных систем, не только при простом растяжении, но и при сдвиге и при сложном напряженном состоянии.

В работе [6] рассмотрен случай сопротивления твердых тел постоянной растягивающей силе. Представляет интерес влияние меняющейся с течением времени силы на продолжительность существования образца до разрушения. Для описания такого рода сложного временного поведения материала Т. Алфрей [2] вводит гипотезу о так называемом внутреннем разрыве B . При этом считается, что действующая на тело сила вызывает некоторое внутреннее разрушение образца, протекающее с конечной скоростью. Скорость внутреннего разрыва dB/dt увеличивается с ростом напряжения σ . Когда B достигает некоторой критической величины B_* , происходит разрушение образца.

Алфреем были высказаны три гипотезы, описывающие механизм внутреннего разрыва.

1. Скорость внутреннего разрыва dB/dt есть функция только напряжения σ , а B_* — константа материала, т. е.

$$dB/dt = B'(\sigma), \quad B_* = \text{const} \quad (1)$$

Алфрей отмечает, что физически эта гипотеза совершенно невероятна.

2. При любом напряжении разрыв наступает со скоростью $B'(\sigma)$, являющейся функцией только σ . Критическое значение B , при котором происходит разрыв, является также функцией σ . Математически эти положения записываются в виде:

$$dB/dt = B'(\sigma), \quad B_* = B_*(\sigma) \quad (2)$$

3. Скорость нарастания разрыва dB/dt зависит не только от напряжения, но также от степени уже имеющегося разрыва, т. е.

$$dB/dt = B'(B\sigma) \quad (3)$$

Здесь следует отметить также гипотезу временного поведения материалов, высказанную Гавардом [7]. По Гаварду начальный образец обладает сопротивлением разрыву P_0 , которое исчезает со скоростью, выраженной уравнением:

$$dP/dt = -\frac{1}{K} \sigma \quad (4)$$

Общая слабость всех изложенных гипотез состоит в том, что внутренний разрыв B обычно нельзя наблюдать непосредственно.

Следует отметить, что третья гипотеза Алфрея согласуется с молекулярно-кинетической теорией разрушения твердых тел, развитой Г. М. Бартевым. По Бартеву [6], скорость прорастания трещины в случае, когда можно пренебрегать обратным процессом, определяется уравнением

$$v = \lambda \nu \exp(\omega \sigma / kT), \quad \nu = \nu_0 \exp(-U_1 / kT) \quad (5)$$

где λ — путь, пройденный вершиной трещины за одну флуктуацию теплового движения, ν — частота флуктуаций теплового движения, приводящая к разрыву межчастичных связей в случае отсутствия нагрузки, ν_0 — частота колебаний частиц при теп-

ловом движении, U_1 — энергия активации, k — постоянная Больцмана, T — абс. температура, ω — объем, охваченный флуктуацией, σ — действительное напряжение на краях трещины. Примем за величину скорости внутреннего разрыва

$$dB/dt = v/L$$

где L , по Бартеневу, — ширина образца. В более общем случае за величину L удобнее принять некоторую постоянную, выражающую собой средний путь, пройденный одной трещиной. За величину B таким образом принимается отношение площади трещин к общему поперечному сечению образца. Образец разрушается, когда величина $B = 1$. Напряжение на краях трещины, таким образом, определится уравнением

$$\sigma = \frac{\bar{\sigma}\beta}{1-B} \quad (6)$$

где $\bar{\sigma}$ — напряжение, рассчитанное на полное сечение образца, β — коэффициент концентрации напряжений. Отсюда:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\lambda v}{L} \exp \frac{\omega\beta\bar{\sigma}}{kT(1-B)} = A \exp \frac{\omega\beta\sigma}{kT(1-B)} \quad \left(\frac{\lambda v}{L} = A\right) \quad (7)$$

Анализируя уравнение (7), мы видим, что оно по своей форме совпадает с третьей гипотезой Алфрея (уравнение (3)), причем здесь дается совершенно определенная зависимость величины B' от σ и B . Следует отметить, что для случая постоянной силы из уравнений (5) и (7) вытекает, как это показано в работе [6], уравнение температурно-временной зависимости в виде

$$t^* = t_0 \exp \frac{u_1 - \gamma\sigma}{kT} \quad (8)$$

Здесь t^* — время существования образца до разрыва, t_0 и γ — постоянные. Уравнение (8) подтверждено для широкого класса материалов работами С. Н. Журкова с сотрудниками [2,3].

С помощью уравнения (7) можно вести расчет продолжительности существования образца материала до разрушения в случае нагрузки $\bar{\sigma}(t)$, зависимой от времени.

Рассмотрим случай, когда напряжение $\bar{\sigma}(t)$ линейно растет со временем, т. е. $\bar{\sigma} = at$. Уравнение (7) при этом преобразуется к виду

$$\frac{dB}{dt} = A \exp \frac{\omega\beta at}{kT(1-B)} = A \exp \frac{a_1 t}{1-B} \quad \left(a_1 = \frac{\omega\beta a}{kT}\right) \quad (9)$$

Положим

$$\frac{a_1 t}{1-B} = x(t) \quad (10)$$

Заметим, что $x(t)$ пропорционально величине напряжения у вершины трещины σ . Из уравнения (10) имеем:

$$B = 1 - \frac{a_1 t}{x}, \quad \frac{dB}{dt} = -\frac{a_1}{x} + \frac{a_1 t}{x^2} \frac{dx}{dt} \quad (11)$$

Подставляя уравнение (11) в (9), получаем:

$$a_1 \frac{dx}{a_1 x + Ax^2 e^x} = \frac{dt}{t} \quad (12)$$

Левая часть дифференциального уравнения (12) интегрируется, если ее разложить в ряд по уравнению:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_1 x + Ax^2 e^x} &= \frac{1}{Ax^2 e^x} - \frac{a_1 x}{(Ax^2 e^x)^2} + \frac{(a_1 x)^2}{(Ax^2 e^x)^3} - \dots = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(a_1 x)^n}{(Ax^2 e^x)^{n+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{a_1^n}{A^{n+1} x^{2n+2} e^{(n+1)x}} = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(a_1 x)^{2m}}{(Ax^2 e^x)^{2m+1}} \left(1 - \frac{a_1 x}{Ax^2 e^x}\right) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a_1^{2m}}{Ax^{2m+2} e^{(2m+1)x}} \left(1 - \frac{a_1 x}{Ax^2 e^x}\right) \end{aligned}$$

Этот ряд сходится при $(a_1/Ax) e^{-2x} < 1$. Однако при малых x величиной $Ax^2 e^x$ можно пренебрегать по сравнению с $a_1 x$ и при этом уравнение (12) значительно упро-

щается. Интегрирование уравнения (12) приводит к выражению:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{a_1^{n+1}}{A^{n+1}} \int \frac{e^{-(n+1)x} dx}{x^{n+2}} = \ln t + C$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{a_1^{n+1}}{A^{n+1}} \left\{ e^{-(n+1)x} \sum_{k=1}^{n+1} \frac{(n+1)^{k-1}}{(n-1)(n-2)\dots(n-k+2)x^{n-k+2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{a_1^{n+1}}{(n+1)!} \text{Ei}[-(n+1)x] \right\} = f(x) = \ln t + C \quad (13)$$

где $\text{Ei}(x)$ — интегральная показательная функция, C — постоянная интегрирования. Для вычисления постоянной C нельзя использовать условие, что при $t=0$ $x=0$, так как при этом как левая, так и правая части уравнения обращаются в бесконечность. Поэтому для определения величины C можно воспользоваться условием, что при малых x , когда $a_1 x \ll A x^2 e^x$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t \rightarrow 0} = a_1 = \text{const} \quad (14)$$

так как при $t=0$ и $x=0$. Вычислив для какого-то достаточно малого значения времени величину x по уравнению (14) и подставляя значения t и x в уравнение (13), мы можем определить постоянную интегрирования C . Величина $x(t)$ связана с действительным напряжением на краю трещины σ соотношением $x(t) = (\omega/kT)\sigma$. Величина σ не может расти беспредельно. Как только σ достигает значения теоретической прочности σ^* , дальнейший разрыв, как отмечает Г. М. Бартевев [6], происходит по механизму Гриффитса со скоростью, близкой к скорости звука. Продолжительность второго периода разрушения, протекающего по механизму Гриффитса, весьма мала и ею обычно можно пренебречь. Таким образом, из уравнения (13) имеем:

$$t^* = C_1 e^{f(x^*)} \quad \left(C_1 = e^{-C}, \quad x^* = \frac{\omega}{kT} \sigma^* \right) \quad (15)$$

где t^* — время до разрушения

На фиг. 1 приведены кривые зависимости

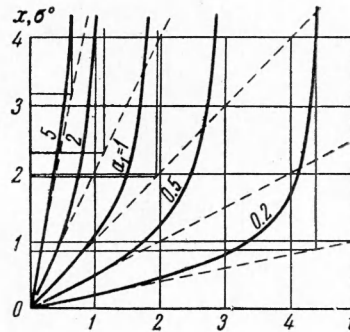
$$x = \sigma \frac{\omega}{kT}, \quad \sigma^{\circ} = \bar{\sigma} \frac{\omega}{kT}$$

от времени t для различных скоростей нарастания нагрузки

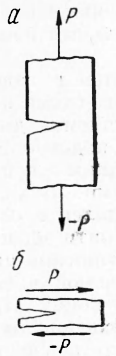
$$a = a_1 \frac{kT}{\omega \bar{\sigma}}, \quad a_1 = 5, \quad a_1 = 2, \quad a_1 = 1, \quad a_1 = 0.5, \quad a_1 = 0.2$$

построенные для $A = 0.1$. Величины σ° линейно возрастают со временем. Разрушение, в силу высказанных выше положений, наступает, когда величина x достигает критического значения x^* . Опуская через точку встречи линий $x(t)$ и $x = x^* = \text{const}$ ординату до пересечения с прямой $\sigma \omega/kT = at$, можно определить напряжение $\bar{\sigma}$, при котором происходит разрушение. Из графиков, приведенных на фиг. 1, видно, что на величину напряжения при разрыве влияет скорость нарастания нагрузки a . Например, при $a_1 = 5$ и $x^* = 4.5$ разрушение наступило при напряжении $\bar{\sigma} = 3.16 kT/\omega$. При $a_1 = 0.2$ и $x^* = 4.5$ напряжение наступило при значении $\bar{\sigma} = 0.9 kT/\omega$. Таким образом, снижение скорости в 25 раз повлекло за собой снижение разрушающего напряжения более чем в 3 раза. Этот эффект может быть выражен и не так резко, в зависимости от соотношения величин A и a_1 .

Уравнение (5) применялось в работе [6] для описания разрыва пленки из твердого материала при действии растягивающей силы. Схема приложения нагрузки P и трещины изображена на фиг. 2, а. Эти представления можно применить и для случая сдвига образца хрупкого тела, представленного на фиг. 2, б, причем не только для твердых тел, но и для моводисперсных систем, обладающих хрупкими свойствами. Для хрупких полидисперсных материалов развитые представления могут рассматриваться лишь как первое приближение к реальной картине. Разрушение хрупких дисперсных систем, как показано в работе [9], происходит путем прорастания трещин до разделения образца на 2 или несколько частей. Вполне возможно, что и пластичные дисперсные системы имеют временную зависимость прочности, аналогичную зависимости, описываемой



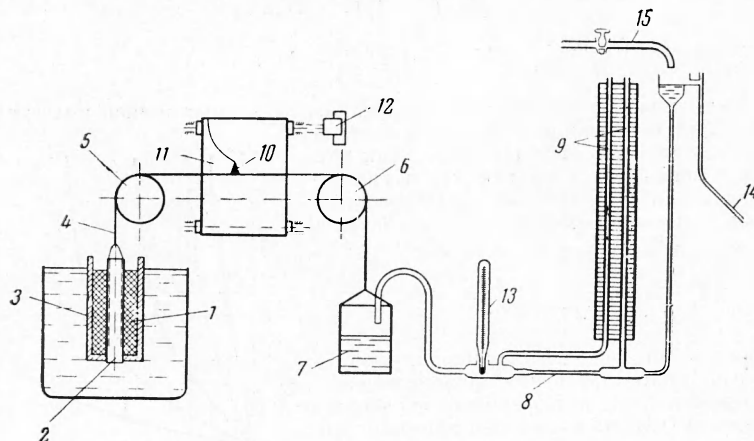
Фиг. 1



Фиг. 2

мой уравнением (8), однако этот факт нуждается в экспериментальной проверке. Развитие молекулярно-кинетической теории разрушения пластических материалов наталкивается на значительные трудности, обусловленные вязким течением.

При экспериментальных определениях прочности материалов, в особенности дисперсных систем, приходится сталкиваться с большими затруднениями структурного и экспериментального характера. Затруднения структурного характера, как отмечает Алфрей [2], обусловлены тем, что предельное сопротивление вещества тесно связано

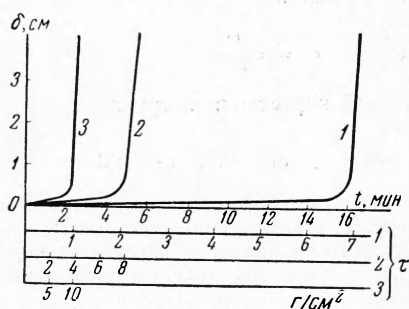


Фиг. 3

с непреобладающей локальной структурой, носящей случайный характер. Экспериментальные затруднения вызваны тем, что структурные особенности вещества (в том числе и дисперсных систем) «полностью определяются случайными и не поддающимися контролю различиями в условиях приготовления образцов» [2]. Все это ведет к разбросу опытных точек. Этот разброс, как отмечает, в частности, Эркер [10], в особенности велик при определениях времени пребывания образцов под нагрузкой, так как небольшие по величине изменения прочности могут повести к весьма значительным изменениям времени длительного сопротивления образца.

Экспериментальные определения предела прочности дисперсных систем в зависимости от скорости нарастания нагрузки проводились нами на установке, схема которой приведена на фиг. 3. Исследуемая дисперсная система, предварительно подогретая, заливалась в зазор между внутренним 2 и

наружным 3 рифлеными цилиндрами. В ходе проведения опыта цилиндр 2 смещался в осевом направлении под действием нити 4, перекинутой через блоки 5 и 6. Натяжение нити создавалось весом воды, заливаемой в сосуд 7, подвешенный к другому концу. Постоянство расхода жидкости обеспечивалось тем, что под действием постоянного перепада давлений вода протекала через капилляр 8, гидравлическое сопротивление которого определялось при тарировке. При изменении температуры протекающей через капилляр воды в расчеты вводилась поправка, связанная с изменением ее вязкости. Перепад давлений жидкости на входе в капилляр и выходе из него определялся с помощью пьезометров 9.



Фиг. 4

Нить 4 была связана с пером 10, которое на диаграммной ленте чертило кривые зависимости абсолютной деформации δ от времени t . Лента наматывалась на барабан, вращаемый с постоянной скоростью синхронным моторчиком 12.

При проведении опытов особое внимание обращалось на температурно-временной режим подготовки образцов к опыту с целью исключения ошибок, связанных с влиянием тиксотропии. Опыты проводились при постоянной температуре, равной 20°C.

На фиг. 4 представлена зависимость $\delta = \delta(t)$ для коллоидного раствора желатинны; кривые 1, 2 и 3 соответствуют скоростям нагружения $P = 27, 105$ и 180 Г/мин . По оси абсцисс отложены также масштабы напряжений τ для каждой из кривых.

Из фиг. 4 видно, что кривая $\delta = \delta(t)$, полученная при $P = \text{const}$, состоит из двух почти прямолинейных отрезков, соединенных между собой криволинейным участком. По внешнему виду кривые $\delta = \delta(t)$ напоминают диаграммы текучести для тела Шведова—Бингама. Предельное напряжение сдвига τ_0 определялось, как обычно [11], путем

экстраполяции конечного участка кривой $\delta = \delta(\tau)$ до оси абсцисс; отсекаемая на оси величина и принималась за τ_0 . Для трех кривых, представленных на фиг. 4, получены значения $\tau_0 = 6.9, 7.8$ и 8.55 Г/см^2 соответственно для $dp/dt = 27, 105$ и 180 Г/мин . Таким образом при возрастании скорости нагружения в 6.7 раз прочность дисперсной системы возросла на 25%.

Полученный результат не вызывается простым разбросом точек, обусловленным погрешностями эксперимента, которые в данной работе не превосходили $\pm 5\%$.

Таким образом предел прочности дисперсных систем на сдвиг является функцией скорости нарастания нагрузки, что является качественным подтверждением развитой выше теории. Количественного подтверждения теории, в частности подтверждения уравнения (15), получено не было в связи с трудностями, упомянутыми выше.

Поступила
14 XII 1959

ЛИТЕРАТУРА

1. Журков С. Н. Проблема прочности твердых тел, Вестник Академии наук СССР, 1957, 27, № 11, 78.
2. Алфрей Т. Механические свойства высокополимеров, М., ИЛ, 1952.
3. Журков С. Н., Нарзуллаев Б. Н. Временная зависимость прочности твердых тел, ЖТФ, 1953, 23, № 10, 1677.
4. Белянкин Ф. П., Яценко В. Ф. Деформативность и сопротивляемость древесины, Киев, Изд-во АН УССР, 1957.
5. Малинин Н. И. Исследования реологических свойств торфа пониженной влажности. II, Труды Калинин. торф. инст., 1959, вып. 10, 161.
6. Бартнев Г. М. О временной и температурной зависимости прочности твердых тел, Известия АН СССР, ОТН, 1955, № 9, 53.
7. H a w a r d R. N. The strength of plastics and glass, London, Cleaver-hume press, 1949.
8. Журков С. Н., Томашевский Э. И. Исследование прочности твердых тел. II. Зависимость долговечности от напряжения, ЖТФ, 1955, 25, № 1, 66.
9. Воларович М. П., Малинин Н. И. Исследование реологических свойств торфов пониженной влажности, Коллоидн. журн., 1958, 20, № 3, 311.
10. E r k e r A. Sicherheit und Bruchwahrscheinlichkeit, MAN Forschungsheft, 1958, No 8, 49—62.
11. Воларович М. П. Применение методов исследования вязкости и пластичности в прикладной минералогии, Труды Инст. прикл. минералогии, 1934, вып. 66.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ФАКТОРА НА ДОЗВУКОВОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ГАЗА

С. С. Кутателадзе

(Ленинград)

Рассматривается стабилизированное турбулентное неизотермическое течение газа. Показано существование (в рамках полуэмпирической теории турбулентности) предельного решения для случая, когда число Рейнольдса $R \rightarrow \infty$. Это решение правильно отображает влияние температурного фактора ψ на относительное изменение коэффициентов трения и теплоотдачи в широком интервале значений чисел R .

Л. Е. Калихманом и независимо от него автором^[1,2] было показано, что профиль скоростей в неизотермическом, дозвуковом, турбулентном потоке газа хорошо описывается формулой

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{1}{\chi} \sqrt{\psi - (\psi - 1) \varphi_1} \sqrt{\frac{1}{2} c_f \ln \frac{y}{y_1} - \frac{\psi - 1}{4\chi^2} \sqrt{\frac{1}{2} c_f \ln^2 \frac{y}{y_1}}} \left(\psi = \frac{T_{ст}}{T_0} \right) \quad (1)$$

В вязком подслое (точно для многоатомных газов)

$$\varphi = \sqrt{\frac{2}{c_f} \frac{\psi - T/T_0}{\psi - 1}} \quad \left(v^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_0}} \right) \quad (2)$$

Здесь φ — безразмерная скорость, равная отношению скорости течения к скорости касательного напряжения v^* , где τ — касательное напряжение на стенке и ρ_0 — плотность газа; φ_1 — то же на границе вязкого подслоя и турбулентного ядра в двухслойной схеме; c_f — коэффициент трения; y — расстояние от стенки; χ, τ_{10} — константы турбулентности ($\chi \approx 0.4$) в плоском пограничном слое; ψ — температурный фактор, равный отношению абсолютных температур стенки $T_{ст}$ и потока T_0 .

При течении в трубе $c_f = 1/4 \zeta$, где ζ — коэффициент сопротивления в формуле Дарси.