

трудно проверить, учитывая, что $s_{1k} = \overline{s_{2k}}$. Соответствующие члены ряда содержат осциллирующие компоненты с затуханием вида

$$\exp(-t/2\tau)(a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t), \quad \omega_k = \frac{\sqrt{|1 - 4\alpha_k \tau|}}{2\tau}.$$

Рассмотрим теперь случай малых τ . Разлагая найденные результаты в ряды Тейлора, получим

$$s_{1k} = -\alpha_k - \alpha_k^2 \tau + O(\tau^2), \quad s_{2k} = -\tau^{-1} + \alpha_k + O(\tau),$$

$$A_k = \frac{-2\Delta p a^2}{\mu l \lambda_k^3 J_1(\lambda_k)} [1 + O(\tau^2)], \quad B_k = \frac{2\Delta p \alpha_k \tau^2}{\rho l \lambda_k^3 J_1(\lambda_k)} [1 + O(\tau)].$$

Подставляя эти оценки в (3.1), (3.4), находим, что с точностью $O(\tau^2)$

$$w(r, t) = \frac{a^2 \Delta p}{4\mu l} \left\{ 1 - \frac{r^2}{a^2} - 8 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\lambda_k \frac{r}{a}\right)}{\lambda_k^3 J_1(\lambda_k)} \exp[-\alpha_k t(1 + \alpha_k \tau)] \right\}.$$

Полагая здесь $\tau = 0$, имеем навье-стоксовское решение задачи [7]:

$$w(r, t) = \frac{a^2 \Delta p}{4\mu l} \left[1 - \frac{r^2}{a^2} - 8 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\lambda_k \frac{r}{a}\right)}{\lambda_k^3 J_1(\lambda_k)} \exp(-\nu \lambda_k^2 t/a^2) \right].$$

Таким образом, при малых τ отличие полученного нами решения от навье-стоксовского содержится в основном (по крайней мере, в членах порядка ниже τ^2) в экспоненте, разложение которой по малости τ дало бы секулярный член типа τt .

ЛИТЕРАТУРА

1. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов.— М.: ИЛ, 1960.
2. Хонькин А. Д. Об уравнениях гидродинамики быстрых процессов // ДАН СССР.— 1973.— Т. 240, № 5.
3. Хонькин А. Д. О парадоксе бесконечной скорости распространения возмущений в гидродинамике вязкой теплопроводной среды и уравнениях гидродинамики быстрых процессов // Аэромеханика.— М.: Наука, 1976.
4. Хонькин А. Д. Асимптотические методы в теории уравнения Больцмана и уравнения гидродинамики // Тр. ЦАГИ.— 1977.— Вып. 1894.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.— М.: Наука, 1970.
6. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции.— М.: Наука, 1974.— Т. 2.
7. Слезкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости.— М.: ГИТТЛ, 1955.

г. Жуковский

Поступила 30/V 1990 г.

УДК 533.6.011

В. А. Гудков

ВЛИЯНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ НА ОТРЫВ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

При обтекании тела потоком жидкости или газа вблизи его поверхности образуется тонкий пограничный слой, поведение которого определяет гидродинамическое сопротивление. При отрыве пограничного слоя от поверхности обтекаемого тела резко увеличивается сопротивление [1, 2]; чтобы его уменьшить, необходимо затянуть отрыв, т. е. сместить линию отрыва пограничного слоя как можно дальше к задней критической точке, благодаря чему удастся сузить область застойного течения позади тела (след за телом) и уменьшить гидродинамическое сопротивление. В этой связи актуальны исследования нестационарного обтекания тела потоком жидкости. В [2] рассмотрено разгонное движение тела цилиндрической формы, когда оно ускоряется в покоящейся жидкости. В первые моменты после начала разгонного движения наблюдается безотрывное обтекание тела, затем, когда цилиндр пройдет путь $s = 0,351 R$

(R — радиус цилиндра), вблизи его задней критической точки возникает отрыв пограничного слоя, который далее постепенно поднимается вверх по потоку, увеличивая ширину следа за телом. Через определенное время за телом появляется пара вихрей, которые растут и поочередно отрываются от него, образуя вихревой след. Как показывают измерения [3], в случае безотрывного обтекания коэффициент гидродинамического сопротивления имеет минимальное значение. Отсюда вытекает важность исследования нестационарного обтекания тел.

В настоящее время недостаточно изучена динамика поведения пограничного слоя для тел, движущихся с ускорением в потоке жидкости или газа. При этом надо иметь в виду, что разгонное движение в покоящейся жидкости иное, чем в потоке, ибо в последнем случае, как правило, уже есть отрыв пограничного слоя, и необходимо проследить его поведение в процессе ускорения тела.

В [1, 4] показано, что для нестационарного пограничного слоя профили скорости внутри него определяются параметром

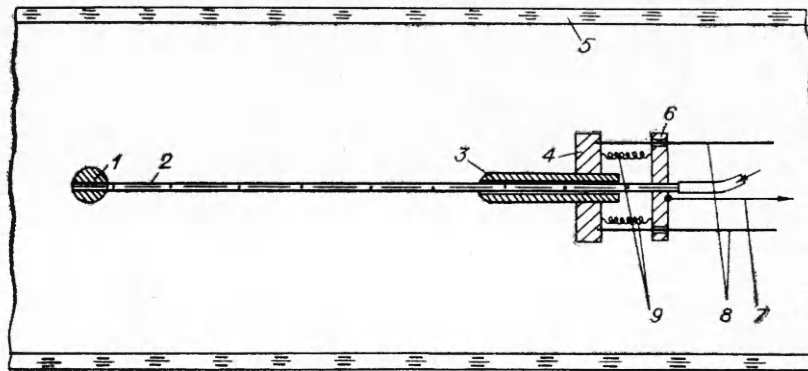
$$\lambda = (\delta^2/\nu)(U' + \dot{U}/U),$$

где δ — толщина пограничного слоя; ν — кинематическая вязкость; U — скорость внешнего потока на границе с пограничным слоем; $U' = \partial U/\partial x$ — градиент скорости (x — координата вдоль дуги меридионального сечения обтекаемого тела); $\dot{U} = \partial U/\partial t$ — производная скорости по времени (ускорение). Из приведенного уравнения следует, что интенсивность нарастания пограничного слоя, его структура и положение линии отрыва будут зависеть от величины и знака относительного ускорения \dot{U}/U , которое в нестационарном пограничном слое играет такую же роль, как U' .

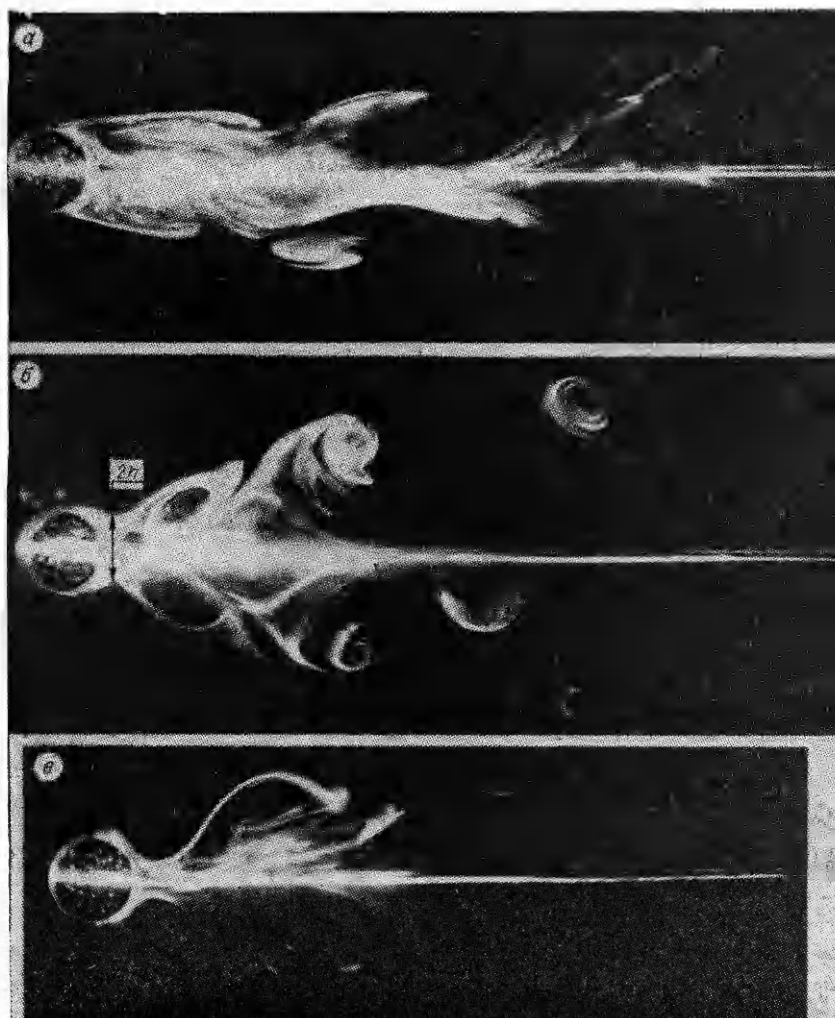
Цель данной работы — экспериментальное изучение поведения пограничного слоя при ускоренном движении цилиндра в потоке жидкости.

Исследования проводились в гидродинамической установке. Ее рабочая часть представляет собой канал квадратного сечения 40×40 мм, изготовленный из прозрачного материала. В рабочей части канала смонтировано устройство (рис. 1), с помощью которого обтекаемому потоком телу в определенный момент времени можно сообщить ускорение. Устройство имеет следующую конструкцию. Обтекаемое тело (цилиндр) 1 закрепляется на конце стальной трубки 2, проходящей через него к передней точке цилиндра. С помощью трубки к передней точке цилиндра для визуализации пограничного слоя подается вода с растворенными в ней флуоресцентными примесями. Трубка 2 в свою очередь проходит через направляющую трубку 3, жестко зафиксированную в стойке 4, с двух противоположных сторон закрепленной на стенках канала 5. Крепежный узел 6 жестко связан с трубкой 2 и с помощью нити управления 7 вместе с обтекаемым цилиндром отводится назад по направляющим стержням 8, не дающим обтекаемому телу вращаться вокруг оси, при этом пружины 9 растягиваются. В заданный момент времени нить обрывается и обтекаемое тело движется под действием сжимающихся пружин навстречу потоку с ускорением.

Визуализация пограничного слоя и следа за телом осуществлялась с помощью флуоресцирующих примесей, которые предварительно в небольших количествах растворялись в воде и по трубке 2 подавались в область, прилегающую к передней кромке обтекаемого тела. Флуоресцирующие молекулы возбуждались под действием синего лазера, излучая



Р и с. 1

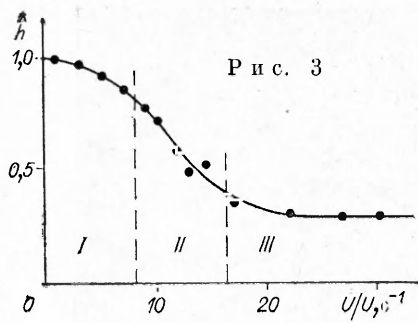


Р и с. 2

яркое желто-зеленое свечение. Такая методика обеспечивала хорошую контрастность и яркость картин обтекания тела, что дало возможность изучать динамические процессы отрыва пограничного слоя. К достоинствам используемого метода визуализации следует отнести также и то, что концентрация примеси в воде незначительна ($< 0,01\%$) и практически не меняет плотность и вязкость воды, т. е. не вносит возмущений в исследуемый гидродинамический поток. Оптическое возбуждение флуоресцентных примесей для визуализации течений происходило с помощью синего лазера, луч которого, проходя через цилиндрическую линзу, преобразовывался в «оптический нож». Получаемый плоский луч высвечивал заданную плоскость обтекаемого тела и прилегающих к нему областей, в том числе и след за ним. Регистрация картин обтекания проводилась фото- и киносъемкой. Благодаря применяемой методике визуализации время экспозиции при фотосъемке достигало $1/500$ с.

Эксперименты проходили при различных скоростях потока (скорость достигала 5 м/с) с применением цилиндров различных диаметров (от $0,5$ до $1,0$ см). Интервал значений чисел Рейнольдса по диаметру цилиндра находился в пределах $0,1—5 \cdot 10^4$, т. е. исследовался ламинарный пограничный слой, хотя внешний поток был как ламинарным, так и турбулентным.

На рис. 2 приведены фотографии обтекания цилиндра потоком воды, когда цилиндр покоится (а) и движется навстречу потоку с ускорением (б, в). На снимке б зафиксирован момент, когда цилиндру дан небольшой



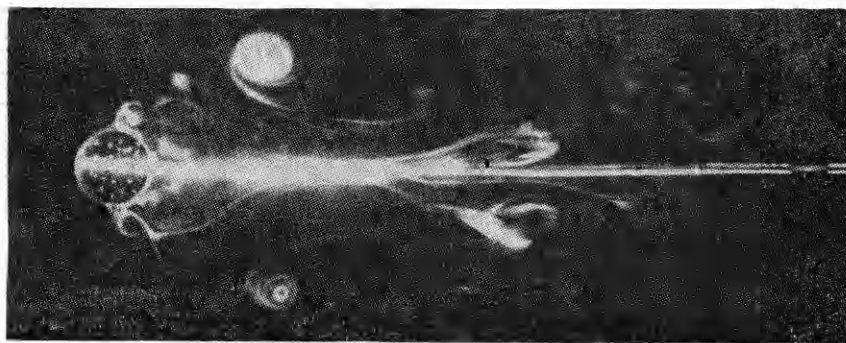
Р и с. 3

толчок навстречу потоку. В этом случае наблюдается стряхивание пары вихрей, которые сносятся вниз по потоку, после чего точка отрыва пограничного слоя смещается назад к задней критической точке, толщина следа $2h$ уменьшается на $\sim 30\%$. На снимке *в* показан момент, когда цилиндр движется с ускорением $\dot{U} = 6,2 \text{ м/с}^2$ и со скоростью $U = 0,3 \text{ м/с}$ (с учетом скорости набегающего потока), здесь $\dot{U}/U = 20,6 \text{ с}^{-1}$,

что по порядку величины совпадает со средним значением U' . При этих значениях \dot{U}/U след за цилиндром существенно сужается, безразмерная ширина следа $\hat{h} = h/R$ в данном режиме обтекания составляет $\sim 0,3$.

Сравнивая фотографии *а* — *в*, можно видеть, что при ускоренном движении цилиндра в потоке жидкости линия отрыва пограничного слоя смещается на значительную величину к задней критической точке и след за телом, обтекаемым с ускорением, становится более узким, чем за телом, обтекаемым стационарным потоком (*а*). В тех случаях, когда по мере набирания скорости значение \dot{U}/U уменьшается и становится ниже U' , линия отрыва пограничного слоя вновь постепенно смещается вверх к своему стационарному положению, при этом след за цилиндром также постепенно расширяется.

В результате анализа кинограмм обтекания цилиндра, движущегося в потоке с ускорением, построен график зависимости положения точки отрыва пограничного слоя от относительного ускорения (рис. 3). Положение точки отрыва характеризуется ее удалением h от горизонтальной оси (см. рис. 2), на графике эта величина безразмерная $\hat{h} = h/R$. На рис. 3 выделим три характерных участка. Участок *I* характеризуется малыми величинами относительного ускорения, при этом ширина следа имеет наибольшее значение, близкое к стационарному обтеканию цилиндра. Это происходит, когда ускорение мало (близко к нулю) или когда оно хоть и большое, но и значение U достаточно большое, чтобы сделать \dot{U}/U малой величиной (много меньшей U'). Участку *II* соответствуют средние значения \dot{U}/U . Для него характерно усиление роли относительного ускорения в процессе обтекания цилиндра. Линия отрыва пограничного слоя постепенно смещается к задней критической точке. В этом случае след за телом постепенно сужается. Участок *III* отвечает большим значениям \dot{U}/U , для него выявлены минимальные значения \hat{h} , при этом обтекание цилиндра можно считать практически безотрывным, поскольку линия отрыва пограничного слоя смещена далеко назад, к задней критической



Р и с. 4

точке, и след за телом становится очень узким. Этот режим присущ большим значениям \dot{U}/U . Наиболее отчетливо эффект смещения линии отрыва пограничного слоя назад наблюдается при малых U , когда даже небольшое ускорение \dot{U} дает большую величину \dot{U}/U , сравнимую с градиентом скорости U' . Такой режим может быть достигнут и при больших скоростях, тогда ускорение должно быть также большим, чтобы относительное ускорение было сравнимым или превзошло U' . Описываемые закономерности существуют как при ламинарном, так и при турбулентном режиме течения потока. Эффект смещения линии отрыва пограничного слоя к задней критической точке цилиндра наблюдается во всем указанном диапазоне скоростей потока.

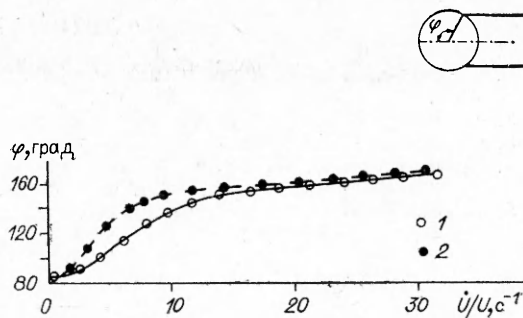


Рис. 5

Проведено также исследование нестационарного пограничного слоя в случаях, когда цилиндр тормозился в потоке. При этом наблюдалось смещение линии отрыва пограничного слоя вперед к передней кромке обтекаемого тела, а след за цилиндром становился шире (рис. 4). С помощью тензорезисторных датчиков, размещенных в устройстве, позволяющем придать обтекаемому телу ускорение (см. рис. 1), удалось измерить сопротивление тела. Сила гидродинамического сопротивления цилиндра передавалась посредством трубки 2 на тензорезисторный датчик, работающий на изгиб. Экспериментально установлено, что коэффициент гидродинамического сопротивления уменьшался при положительном ускорении на $\sim 30\%$ по сравнению со случаем стационарного обтекания при тех же скоростях.

В [5] представлены результаты исследования нестационарного пограничного слоя шара. Для шара также характерен эффект смещения линии отрыва пограничного слоя при ускорении. Данные экспериментального исследования цилиндра и шара (точки 1 и 2 соответственно) в обобщенном виде представлены на рис. 5, на котором положение линии отрыва пограничного слоя описывается угловой координатой φ . Сравнивая графики для цилиндра и шара, можно видеть, что у шара эффект смещения линии отрыва пограничного слоя выражен более четко, чем у цилиндра, и происходит при меньших величинах относительного ускорения \dot{U}/U . Это объясняется тем, что шар имеет меньшую величину градиента скорости U' по сравнению с цилиндром, и скомпенсировать его значительно легче, на это требуется меньшая величина относительного ускорения \dot{U}/U .

Результаты данной работы могут быть применены при разработке различных технологических аппаратов с нестационарным обтеканием потоком различных тел. Так, в химической технологии используются каталитические процессы, в которых гранулы катализаторов обтекаются компонентами реакционной смеси. Вблизи гранул образуется тонкий пограничный слой, определяющий интенсивность и даже направленность химических реакций. Делая поток нестационарным (с помощью акустических волн или вибраций в реакторе), можно обеспечить такие условия, когда обтекание гранул будет более полным (пограничный слой на них не будет отрываться), что увеличит скорость протекания химической реакции. При этом должно уменьшиться и гидродинамическое сопротивление, поскольку каждая гранула катализатора дает вклад в общее сопротивление потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Струминский В. В. Аэродинамика и молекулярная газовая динамика. — М.: Наука, 1985.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1969.
3. Сарпкаяя Т. Обтекание тел цилиндрической формы // РТК. — 1966. — № 3.
4. Струминский В. В. Теория нестационарного пограничного слоя // Теоретические работы по аэродинамике. — М.: Оборонгиз, 1957.
5. Гудков В. А. Экспериментальное исследование нестационарного пограничного слоя // ИФЖ. — 1991. — № 1.

г. Москва

Поступила 3/V 1990 г.

УДК 532.526.2

Н. Н. Пилюгин, Р. Ф. Талипов

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАВНОМЕРНОГО ОБТЕКАНИЯ СФЕРЫ В РАМКАХ МОДЕЛИ ВЯЗКОГО УДАРНОГО СЛОЯ

Численное решение полных уравнений Навье — Стокса в настоящее время значительно затруднено из-за отсутствия эффективного вычислительного алгоритма (особенно в области больших чисел Рейнольдса). В связи с этим широкое распространение получили различные упрощенные модели уравнений Навье — Стокса [1—3]. Практический интерес представляет расчет поля течения и теплообмена около затупленного тела при наличии существенной неравномерности набегающего потока, приводящей в ряде случаев к развитию локальных отрывных зон на наветренной части тела. В [4] излагаются данные экспериментальных и теоретических исследований сопротивления, теплообмена и газодинамической картины течения около пары тел, одно из которых находится в сверхзвуковом потоке за другим телом. Проведено обобщение численных расчетов вязкого обтекания затупленных тел неравномерным сверхзвуковым потоком в рамках теории гиперзвукового вязкого ударного слоя (ГВУС) как при наличии, так и при отсутствии подачи вещества с поверхности. В [5] приведено асимптотическое решение задачи неравномерного обтекания затупленного тела при умеренных числах Рейнольдса ($Re_\infty \leq 10^3$), даны выражения для коэффициентов теплообмена, трения и предложен критерий безотрывного обтекания.

Уравнения полного вязкого ударного слоя (ПВУС), полученные впервые в [6], описывают течение в ударном слое до величин второго порядка малости по обратной величине квадратного корня из характерного Re_∞ . Впервые идея использования многократной маршевой процедуры в решении краевой задачи ПВУС реализована в [7]. В [8] подробно изложен численный метод глобальных итераций для решения полных стационарных уравнений вязкого ударного слоя, который сводится к многократной маршевой процедуре с уточнением формы ударной волны (УВ) и поля давления на каждой глобальной итерации.

Система уравнений ГВУС [9] имеет параболический тип. Однако задача сохраняет краевой характер из-за неизвестной формы УВ. Если же форма скачка считается известной, например совпадающей с формой тела, то краевая задача может решаться с заданными начальными условиями однократной маршевой процедурой. В настоящей работе рассматривается именно такой подход к уравнениям ГВУС. Другая возможность с уточнением формы УВ для уравнений тонкого вязкого ударного слоя в случае равномерного набегающего потока реализована в [10].

В данной работе метод глобальных итераций [8] используется для расчета сверхзвукового обтекания осесимметричного затупленного тела неравномерным потоком вязкого совершенного газа. Исследуется пригодность упрощенных уравнений Навье — Стокса [1—3] для описания течения неравномерного потока около затупленного тела, уточняются критические значения параметров неравномерности, при которых происходит переход к отрывному режиму течения.

Результаты, найденные численно в рамках уравнений ПВУС, сравниваются с полученными ранее решениями полных уравнений Навье — Стокса и ГВУС. Расчеты выполнены для сферы при числах Маха $M_\infty \geq 6$ и $Re_\infty = 10^2, 10^3$ с учетом эффектов скольжения как на скачке, так и на поверхности тела.

1. Постановка задачи и описание численного метода решения. Рассмотрим стационарное сверхзвуковое обтекание гладкого затупленного тела неравномерным потоком вязкого совершенного газа. Профили параметров в набегающем потоке записываются в безразмерном виде [4, 11]

$$V_1(r) = 1 - a \exp(-br^2), \quad p_1(r) = (\gamma M_\infty^2)^{-1}, \\ \rho_1(r) = B / (1 + C \{1 + V_1^2(1 - a)^{-2}\}), \quad B = 1 + C \{1 + (1 - a)^{-2}\}.$$