

ОБ ОХЛАЖДЕНИИ ИЗЛУЧЕНИЕМ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО
ОБЪЕМА ГАЗА

А. Т. Онуфриев

(Новосибирск)

1. Исследуется охлаждение излучением газа, занимающего полубесконечное пространство и нагретого вначале однородно до высокой температуры. Интервал температур и плотностей газа предполагается таким, что плотностью излучения по сравнению с внутренней энергией вещества можно пренебречь; это позволяет упростить уравнение энергии. Предполагается, что перенос энергии осуществляется только излучением. Учитывается поглощение и испускание излучения веществом, при этом предполагается существование локального термодинамического равновесия.

Процесс излучения будем описывать уравнениями переноса в диффузионном приближении, которые получаются после усреднения уравнения переноса по углам; проведено также усреднение по частотам [1, 2, 3, 4]

$$\begin{aligned} \frac{l}{c} \frac{\partial cu}{\partial t} + \frac{4l}{3} \operatorname{div} \mathbf{q} &= cu_1 - cu & (u_1 = \frac{4\sigma T^4}{c}) \\ \frac{l}{c} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{l}{3} \operatorname{grad} cu &= -\mathbf{q} \end{aligned}$$

Здесь l — длина пробега излучения, q — поток энергии, u — плотность излучения, u_1 — равновесная плотность излучения.

Вначале рассмотрим случай постоянной плотности. Уравнение энергии имеет вид

$$\rho_0 \frac{\partial c_v T}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{q}$$

Рассматриваемую задачу можно сформулировать следующим образом. Полубесконечное пространство при $x > 0$ занято горячим газом, нагретым в начальный момент времени однородно до температуры T_0 . Газ граничит со средой, в которой коэффициент поглощения равен нулю. При $t = 0$ начинается процесс охлаждения газа путем лучеиспускания, температура газа понижается, соответственно уменьшается и выходящий из объема с горячим газом поток энергии, который в начальный момент в плоскости $x = 0$ равен σT_0^4 . Процесс охлаждения газа описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{l}{c} \frac{\partial cu}{\partial t} + \frac{4l}{3} \frac{\partial q}{\partial x} &= cu_1 - cu, & \rho_0 \frac{\partial c_v T}{\partial t} &= -\frac{\partial q}{\partial x} \\ \frac{l}{c} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{l}{3} \frac{\partial cu}{\partial x} &= -q, & p &= \frac{\rho RT}{\mu} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Начальные условия

$$\begin{aligned} T &= T_0, & cu(0, x) &= 4\sigma T_0^4 \left(1 - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{3x}{2l}\right)\right) \\ cu_1(0, x) &= 4\sigma T_0^4, & q &= -\sigma T_0^4 \exp\left(-\frac{3x}{2l}\right) \quad \text{при } t = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Граничные условия ($t \geq 0$)

$$q(t, 0) = -\frac{1}{2}cu(t, 0) \quad \text{при } x = 0 \quad (1.3)$$

$$cu(t, \infty) = cu_1(t, \infty) = 4\sigma T_0^4, \quad T(t, \infty) = T_0, \quad q(t, \infty) = 0$$

при $x = \infty$

Существенным является сильное отличие величины плотности излучения в начальный момент от равновесной.

2. Вначале рассмотрим некоторые частные случаи, когда уравнения сводятся к линейным и можно получить точное решение задачи.

Примем, что

$$l = \text{const}, \quad c_v = c_{v_0} \left(\frac{T}{T_0}\right)^3 \quad (2.1)$$

Запишем уравнения в безразмерном виде

$$T' = \frac{T}{T_0}, \quad q' = \frac{q}{\sigma T_0^4}, \quad cu' = \frac{cu}{4\sigma T_0^4}, \quad \tau = \frac{3x}{2l}, \quad t' = \frac{t}{t_1}$$

Величины

$$t_1 = \frac{2\rho_0 c_{v_0} T_0 l}{3\sigma T_0^4}, \quad t_2 = \frac{l_0}{c}$$

характеризуют соответственно скорость протекания процесса охлаждения и скорость распространения области влияния возмущения.

Уравнения запишутся в виде

$$cu_1' - cu' = \frac{1}{2} \frac{\partial q'}{\partial \tau} + \varepsilon \frac{\partial cu'}{\partial t}, \quad -\frac{1}{2} q' = \frac{\partial cu'}{\partial \tau} + \frac{\varepsilon}{2} \frac{\partial q'}{\partial t'} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial cu_1'}{\partial t'} = -\frac{\partial q'}{\partial \tau} \quad (2.3)$$

Если величина $\varepsilon = t_2 / t_1$ мала, то процесс переноса излучения можно рассматривать как квазистационарный.

Решение линейной задачи получаем, применяя преобразование Лапласа

$$f^*(x, s) = \int_0^{\infty} f(x, t) e^{-st} dt, \quad f(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} f^*(x, s) e^{st} ds$$

Система уравнений (2.2) и (2.3) сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для изображений

$$cu_1^* - cu^* = \frac{1}{2} \frac{dq^*}{d\tau} + \varepsilon (-cu'(0, \tau) + scu^*)$$

$$-\frac{1}{2} q^* = \frac{dcu^*}{d\tau} + \frac{1}{2} \varepsilon (-q'(0, \tau) + sq^*) \quad (2.4)$$

$$(-cu_1'(0, \tau) + scu_1^*) = -\frac{dq^*}{d\tau}$$

Граничные условия записываются в виде

$$q^* = -2cu^* \quad \text{при } \tau = 0$$

$$q^* = 0, \quad cu^* = cu_1^* = 1/s \quad \text{при } \tau = \infty$$

В результате решения системы уравнений (2.4) получаем выражения для изображений

$$q^*(0, s) = -\frac{t_1(2 + \varepsilon s)}{\sqrt{s} [\sqrt{2 + s} + \sqrt{s}(1 + \varepsilon s)]}$$

$$cu_1^*(0, s) = \frac{t_1}{s} - \frac{t_1(2 + \varepsilon s)}{s \sqrt{2 + s} [\sqrt{2 + s} + \sqrt{s}(1 + \varepsilon s)]} \quad \text{и т. д.}$$

Рассмотрим поведение величин $q(0, t)$, $cu_1(0, t)$ и $cu(0, t)$ при больших значениях времени. Асимптотические выражения этих величин можно получить, разлагая изображения в степенные ряды по s и переходя к оригиналам [5]

$$q'(0, t') = -\sqrt{\frac{2}{\pi t'}} \left[1 - \frac{1+2\varepsilon}{8t'} \right]$$

$$cu_1'(0, t') = T_1'^4(0, t') = \frac{1}{\sqrt{2\pi t'}} \left[1 + \frac{3(1-2\varepsilon)}{8} \right]$$

$$cu'(0, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t'}} \left[1 - \frac{(3-2\varepsilon)}{24t'} \right]$$

Можно также получить

$$\frac{\partial cu'}{\partial t'} = \frac{1}{16\sqrt{2\pi t'^{3/2}}}, \quad \frac{\partial q'}{\partial t'} = -\frac{1}{16\sqrt{2\pi t'^{3/2}}}, \quad \frac{\partial cu'}{\partial \tau} = \frac{1}{\sqrt{2\pi t'}} \quad \text{при} \quad \begin{cases} x=0 \\ t=t' \end{cases}$$

Пользуясь асимптотическими зависимостями, проведем оценку порядка членов в уравнениях и граничном условии. В итоге получаем (при $t' \rightarrow \infty$)

$$cu' = cu_1', \quad q' = -2 \frac{\partial cu'}{\partial \tau} = -2 \frac{\partial cu_1'}{\partial \tau} = -2 \frac{\partial T_1'^4}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial cu_1'}{\partial t'} = -\frac{\partial q'}{\partial \tau}$$

т. е. уравнение

$$\frac{\partial T_1'^4}{\partial t'} = 2 \frac{\partial^2 T_1'^4}{\partial \tau^2} \tag{2.5}$$

и граничные условия

$$q' = -2T_1'^4 \quad \text{или} \quad \frac{\partial T_1'^4}{\partial \tau} = T_1'^4 \quad \text{при} \quad \tau = 0, \quad T_1' = 1 \quad \text{при} \quad \tau = \infty \tag{2.6}$$

Асимптотический режим наступает с достаточной точностью еще при больших значениях температуры на границе объема

$$T_1' \approx 0.7, \quad \frac{cu_1' - cu'}{cu_1'} = 0.1 \quad \text{при} \quad t' = 3.75$$

В случае, когда можно пренебречь слагаемыми, содержащими ε , решение получается в виде [6]

$$q'(0, t') = -e^{-t'} [I_1(t') + I_0(t')]$$

$$cu_1' = T_1'^4 = e_1^{-2t'} F_1(1/2, 1, 2t') \quad \text{при} \quad \tau = 0$$

$$cu' - cu_1' = 1/2 e^{-t'} [I_0(t') - I_1(t')]$$

В таблице приведены значения этих величин для некоторых значений t'

Таблица

t'	$cu_1' = T_1'^4$	$-q'$	$\frac{cu' - cu_1'}{cu_1'}$	T_1'	T_1'		
					Теплопроводность	Первое приближение	Второе приближение
0	1.0	1.0	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0
0.5	0.670	0.800	0.364	0.903	0.809	0.787	0.903
1.0	0.472	0.674	0.273	0.827	0.760	0.742	0.850
2.0	0.299	0.523	0.155	0.739	0.714	0.695	0.765
4.0	0.206	0.386	0.069	0.673	0.660	0.647	0.690
8.0	0.143	0.277		0.615	0.608	0.600	

При больших значениях аргумента имеют место асимптотические формулы

$$q'(0, t') = -\frac{2}{\sqrt{2\pi t'}}, \quad cu_1' = \frac{1}{\sqrt{2\pi t'}}, \quad cu' - cu_1' = \frac{1}{4\sqrt{2\pi} (t')^{3/2}}$$

Полученное решение позволяет сделать следующий вывод: довольно быстро по времени и при достаточно больших значениях температуры на границе величина плотности излучения становится весьма близкой к равновесной, и процесс дальнейшего охлаждения газа можно описывать в приближении теплопроводности с соответствующим случаем излучения граничным условием третьего рода для температуры.

Если распространить приближение теплопроводности на весь процесс охлаждения с самого начала, то решение задачи сводится к решению уравнения (2.5) с граничными условиями при $t > 0$ (2.6) и с начальным условием $T' = 1$ при $x > 0$. Решение этой задачи приведено, например, в книге [7]

$$cu_1'(\tau, t') = \operatorname{erf}\left(\frac{\tau}{2\sqrt{2t'}}\right) + e^{\tau+2t'} \operatorname{Erf}\left(\frac{\tau}{2\sqrt{2t'}} + \sqrt{2t'}\right)$$

$$cu_1' = e^{2t'} \operatorname{Erf}(\sqrt{2t'}) \quad \text{при } \tau = 0$$

Асимптотическое значение

$$cu_1'(0, t') = \frac{1}{\sqrt{2\pi t'}} \quad \text{при } t' \rightarrow \infty$$

совпадает с точным решением. Полученное изменение температуры на границе объема по времени приведено в таблице (шестой столбец). Небольшая разница (около 10%) в значениях граничной температуры по точному и приближенному решениям позволяет применить полученное распределение температуры для вычисления потока энергии на границе объема, используя формальное решение уравнения переноса, что будет являться вторым приближением. В первом приближении (приближении теплопроводности) величина потока энергии в начальный момент времени вдвое больше точного значения. В таблице приведены также (седьмой столбец) значения температуры, полученные в приближении теплопроводности при использовании для получения решения метода интегральных соотношений, который будет применен для решения нелинейной задачи.

3. Рассмотрим нелинейный случай. Величины l , μ , c_v в некоторых случаях можно задать в виде

$$l = l_0 T'^n, \quad \mu = \mu_0 T'^r, \quad c_v = c_{v_0} T'^k$$

Величину ε полагаем равной нулю. Этот случай рассмотрим в приближении нелинейной теплопроводности, распространяя это приближение и на область температур, близких к T_0 , где оно заведомо несправедливо. Однако, величина потока энергии на границе объема будет завышена лишь вдвое в начальный момент, а затем будет приближаться к правильному значению. Значения температуры не могут сильно отличаться от правильных, так как ее начальное значение точно, и вскоре решение выходит на асимптотику, которая также верна. Воспользовавшись полученным распределением температуры, построим второе приближение, в котором величина потока энергии на границе объема является формальным решением [1, 3] уравнений переноса

$$q_{\tau=0} = -\frac{3}{2} \int_0^{\infty} \sigma T^4 \exp\left(-\int_0^x \frac{3dx}{2l}\right) \frac{dx}{l}$$

Это выражение имеет такой смысл: каждый элементарный слой газа излучает по направлению к границе количество энергии $\sigma T^4 dx'/2l$, которое частично поглощается в слоях газа, отделяющих рассматриваемый слой от границы; величина поглощения учитывается экспоненциальным множителем. Выходящий поток представляет собой суммарный эффект всех слоев.

Величина потока при этом определяется распределением температуры на расстоянии нескольких оптических длин от границы, так как поток энергии, выходящий из более глубоких слоев, полностью экранируется [1]. Величина потока, вычисленная по этой формуле, может служить в то же время показателем того, насколько быстро наступает асимптотический режим.

Приближенная постановка задачи приводит к нелинейному уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial T'^{k+1}}{\partial t'} = 2 \frac{\partial}{\partial x'} \left(T'^n \frac{\partial T'^4}{\partial x'} \right) \quad (3.1)$$

с начальным условием

$$(x' > 0), \quad T' = 1 \quad \text{при } t' = 0, \quad (3.2)$$

и граничными условиями

$$T' = 1 \quad \text{при } x' = \infty \quad (t' > 0) \quad (3.3)$$

$$T'^n \frac{\partial T'^4}{\partial x'} = T_1'^4 \quad \text{при } x' = 0 \quad (t' > 0) \quad (3.4)$$

Уравнение (3.1) с условиями (3.2) — (3.4) будем решать приближенно методом интегральных соотношений.

Интегральное соотношение составляется при помощи метода моментов [8, 9] и решается при помощи однопараметрического семейства автотомельных решений вспомогательной задачи [8, 10]. Ниже следуем методу, изложенному в работе [8].

Для получения интегрального соотношения умножаем уравнение на x' и интегрируем его от 0 до x_0' , считая вначале область влияния границы конечной, так как область резкого изменения профиля температуры лежит вблизи границы, и ставя на x_0' граничные условия, соответствующие значению $x' = \infty$

$$\int_0^{x_0'} x' \frac{\partial T'^{k+1}}{\partial t'} dx' = \frac{8}{n+4} \left\{ \left[x' \frac{\partial T'^{n+4}}{\partial x'} \right]_0^{x_0'} - [T'^{n+4}(x_0') - T_1'^{n+4}(0)] \right\}$$

Так как

$$\int_0^{x_0'} x' \frac{\partial T'^{k+1}}{\partial t'} dx' = \frac{d}{dt'} \int_0^{x_0'} x' [T'^{k+1}(x', t') - T'^{k+1}(x_0')] dx'$$

то будет

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt'} \int_0^{x_0'} x' [T'^{k+1}(x', t') - T'^{k+1}(x_0')] dx' = \\ = \frac{8}{n+4} \left\{ \left[x' \frac{\partial T'^{n+4}}{\partial x'} \right]_0^{x_0'} - (T'^{n+4}(x_0') - T_1'^{n+4}(0)) \right\} \end{aligned}$$

Используя условия

$$T' = 1, \quad \frac{\partial T'^4}{\partial x'} = 0 \quad \text{на } x_0'$$

и устремляя $x_0' \rightarrow \infty$, получаем (с учетом $\lim x_0' \partial T'^4 / \partial x' = 0$) интегральное соотношение

$$\frac{d}{dt'} \int_0^{\infty} x' [1 - T'^{k+1}(x', t')] dx' = \frac{8}{n+4} [1 - T_1'^{n+4}(0)] \quad (3.5)$$

Профиль температуры в приближенном решении задается в виде

$$T'(x', t') = f(\zeta, T_1'(t')), \quad \zeta = \frac{x'}{\sqrt{8\beta(t')/(n+4)}}$$

Здесь $f(\zeta)$ — известное решение вспомогательной автомодельной задачи; то же уравнение и то же начальное условие, а граничные условия имеют вид

$$T'(0) = T_1' = \text{const} \quad \text{при } x' = 0, \quad T'(\infty) = 1 \quad \text{при } x' = \infty$$

Уравнения и условия допускают группу растяжений по x' и t' , и решение выражается в виде

$$T' = f(\zeta) \quad \left(\zeta = \frac{x'}{\sqrt{8t'/(n+4)}} \right)$$

Функция f удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 f^{n+4}}{d\zeta^2} + \frac{\zeta}{2} \frac{d f^{k+1}}{d\zeta} = 0$$

с граничными условиями

$$f(0) = T_1' = \text{const}, \quad f(\infty) = 1$$

Начальное условие также удовлетворяется. Решение вспомогательной задачи $f(\zeta)$ зависит от параметра T_1' , так что $f = f(\zeta, T_1')$. Интегральное соотношение для автомодельной задачи имеет вид

$$\frac{d}{dt'} \left[\frac{8}{n+4} t' \int_0^{\infty} \zeta [1 - f(\zeta)] d\zeta \right] = \frac{8}{n+4} [1 - T_1'^{n+4}]$$

или

$$\int_0^{\infty} \zeta [1 - f(\zeta, T_1')] d\zeta = 1 - T_1'^{n+4} \quad (3.6)$$

Для определения величин $T_1'(t')$ и $\beta(t')$ имеется два уравнения: интегральное соотношение (3.5) и граничное условие (3.4), которые, используя соотношение для автомодельной задачи (3.6), можно записать так:

$$\frac{d}{dt'} \{ \beta(t') [1 - T_1'^{n+4}(t')] \} = 1 - T_1'^{n+4}(t')$$

$$\frac{4}{(n+4) \sqrt{8\beta(t')/(n+4)}} \left(\frac{d f^{n+4}}{d\zeta} \right)_{\zeta=0} = T_1'^4(t')$$

Исключая величину $\beta(t')$, получаем

$$\frac{dt'}{dT_1'} = \frac{2}{(n+4) [1 - T_1'^{n+4}]} \frac{d}{dT_1'} \left\{ \frac{(1 - T_1'^{n+4})}{T_1'^8} \left(\frac{d f^{n+4}}{d\zeta} \right)_{\zeta=0}^2 \right\}$$

Интегрирование этого уравнения дает связь между T_1' и t'

$$\frac{n+4}{2} t' = \frac{4}{T_1'^8} \left(\frac{d f^{n+4}}{d\zeta} \right)_{\zeta=0}^2 - (n+4) \int_1^{T_1'} \left(\frac{d f^{n+4}}{d\zeta} \right)_{\zeta=0}^2 \frac{T_1'^{n-5}}{1 - T_1'^{n+4}} dT_1' \quad (3.7)$$

В моменты времени, близкие к $t' = 0$, когда величина T_1' близка к 1, оба слагаемых в выражении (3.7) одного порядка. При больших значениях времени, когда $T_1' \rightarrow 0$

$$\lim \left(\frac{df^{n+4}}{d\xi} \right)_{\xi=0} = \text{const}$$

и основную роль играет первое слагаемое. Это позволяет получить асимптотические зависимости от времени для значений температуры и потока энергии на границе

$$T_1' \sim (t')^{-1/2}, \quad q'(0, t') \sim T_1'^4 \sim (t')^{-1/2}$$

От величины n зависит только значение постоянной.

4. Случай постоянного давления рассматривается аналогично предыдущему. Вводим массовую координату m

$$\partial m' = (\rho / \rho_0) \partial x'$$

Уравнение задачи запишется в виде

$$\frac{\partial T'^{k+1}}{\partial t'} = \frac{8}{n+r+3} \frac{\partial^2 T'^{(n+r+3)}}{\partial m'^2}$$

$$t_1 = \frac{2\kappa p_0 l_0}{3(\kappa-1)\sigma T_0^4}$$

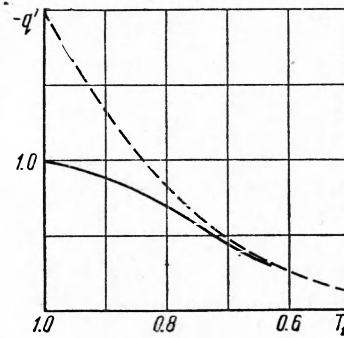
Начальное условие

$$T' = 1 \quad \text{при } t' = 0, m' > 0$$

Граничные условия

$$\frac{4}{(r+n+3)} \frac{\partial T'^{(r+n+3)}}{\partial m'} = T_1'^4$$

при $t' > 0, m' = 0$
 $T' = 1$ при $m' = \infty$



Фиг. 1. Зависимость потока энергии, выходящего из объема газа, от значения температуры на границе: пунктир — первое приближение; сплошная линия — второе приближение

Вместо соотношения (3.7) в этом случае получаем следующую зависимость

$$\frac{n+r+3}{2} t' = \frac{1}{T_1'^8} \left(\frac{df^{n+r+3}}{d\xi} \right)_{\xi=0}^2 - (n+r+3) \int_1^{T_1'} \left(\frac{df^{n+r+3}}{d\xi} \right)_{\xi=0} \frac{T_1'^{n+r-6} dT_1'}{1 - T_1'^{(n+r+3)}} \quad (4.1)$$

На фиг. 1 приведена зависимость величины потока энергии от величины T_1' в первом и втором приближениях ($p = \text{const}, n+r=4$). При $T_1' \leq 0.65$ отличие составляет несколько процентов. Сопоставление второго приближения с первым дает возможность судить о том, как быстро устанавливается режим нелинейной теплопроводности. Для определения температуры во втором приближении воспользуемся уравнением энергии, записанным на границе объема в виде

$$\frac{dT_1'^4}{dt'} = -8 \left(T_1'^4 + \frac{q'(0, t')}{2} \right)$$

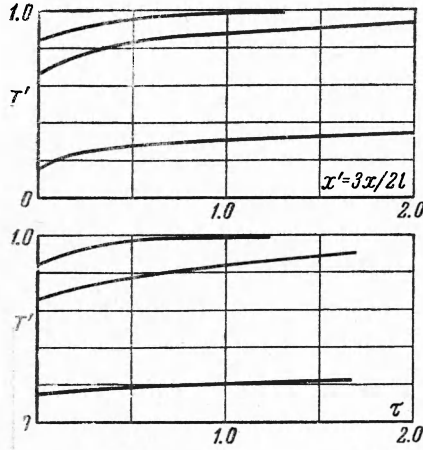
Решение этого уравнения имеет вид

$$T_1'^4 = e^{-8t'} \left[1 - \int_0^{t'} 8q'(0, t) e^{8t} dt \right]$$

Подставляя в эту формулу величину потока во втором приближении, получим исправленные значения температуры. Рассмотрим предельные случаи

$$\lim T_1'^4 = \frac{|q(0, t')|}{2} \quad \text{при } t' \rightarrow \infty$$

$$\frac{dT_1'}{dt'} = -1 \quad \text{при } t' = 0$$



Фиг. 2. Распределение температуры в разные моменты времени по первому приближению ($p = \text{const}$, $n + r = 4$, $x' = 3x/2l_0$)

На фиг. 2 приведены распределения температуры в различные моменты времени (по первому приближению).

5. Полученное решение нестационарной задачи позволяет дать оценку теплового воздействия на пластинку, движущуюся с постоянной скоростью в горячем излучающем газе при режиме обтекания, допускающем приближение типа пограничного слоя: давление поперек слоя постоянно, поперечные потоки тепла больше продольных

$$\frac{\sigma T_0^{48} (\kappa - 1)}{\rho_0 U_0 (n + 3) \kappa} \ll 1$$

Если записать уравнения неразрывности, движения и энергии в массовых координатах, то система разделяется на независимую гидродинамическую систему уравнений, а также уравнение для определения температуры [11]

$$\frac{\partial U'}{\partial x'} + \frac{\partial V'}{\partial m'} = 0 \quad U' \frac{\partial U'}{\partial x'} + V' \frac{\partial U'}{\partial m'} = 0 \quad (5.1)$$

$$\left(V' = U' \frac{\partial m'}{\partial x'} + v' \frac{\rho}{\rho_0} \right)$$

$$\frac{n+3}{8} \frac{\kappa}{(\kappa-1)} \frac{\rho_0 U_0}{\sigma T_0^4} \left(U' \frac{\partial T'}{\partial x'} + V' \frac{\partial T'}{\partial m'} \right) = \frac{\partial^2}{\partial m'^2} (T'^{n+3}) \quad (5.2)$$

Гидродинамическая система уравнений принадлежит к гиперболическому типу, ее характеристики суть линии $x' = \text{const}$ и линии с наклоном $dm' / dx' = V' / U'$. Зададим условия

$$U' = 1 \quad \text{на } x' = 0, \quad V' = 0$$

на $m' = 0$ (условие непротекания)

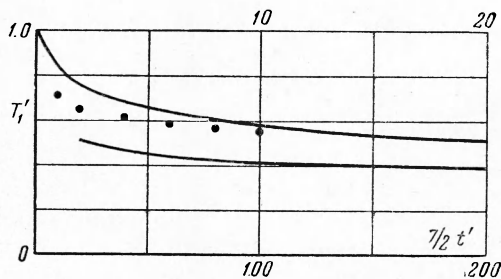
Тогда решением системы будет

$$U' = 1, \quad V' = 0$$

Заменой $x / U_0 = t$ задача об определении потока тепла, идущего к пластинке, сводится к рассмотренной нестационарной задаче. Вдоль пластинки получаем распределение температуры, удовлетворяющее соотношению вида (фиг. 3)

$$\frac{\sigma T_0^4}{\rho_0 l_0} \frac{x}{U_0} = f(T_1') \quad (5.3)$$

При больших значениях координаты вдоль пластинки величина потока изменяется пропорционально $x^{-1/2}$. Около пластинки образуется слой



Фиг. 3. Распределение температуры газа вдоль пластинки: точки — первое приближение, сплошная линия — второе приближение

резкого падения температуры, что приводит к уменьшению величины потока тепла по сравнению с величиной σT_0^4 во много раз. На основании соотношения (5.3) можно сделать заключение об увеличении теплового воздействия на пластинку с увеличением скорости натекания потока или длины пробега излучения при прочих равных условиях, так как это приводит к более медленному уменьшению величины T_1' вдоль пластинки.

Конечно, такая оценка дает завышенную величину потока тепла, если происходит испарение материала пластинки.

Автор выражает благодарность И. В. Немчинову и В. В. Селиванову за полезные обсуждения и Ж. Бурковской за помощь в расчетах.

Поступила 16 III 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Теоретическая астрофизика. Под ред. В. А. Амбарцумяна. ГИТТЛ, 1952.
2. Суринов Ю. А. Лучистый обмен при наличии поглощающей и рассеивающей среды. Изв. АН СССР, ОТН, 1952, № 9 (1331), № 10 (1455).
3. Зельдович Я. Б., Компанец А. С., Райзер Ю. И. Об охлаждении воздуха излучением. (1), ЖЭТФ, 1958, т. 34, вып. 5, 1278—1287; (2), ЖЭТФ, 1958, т. 34, вып. 6, 1447—1454.
4. Немчинов И. В. Некоторые нестационарные задачи переноса тепла излучением. ПМТФ, 1960, № 1, 36—57.
5. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. Физматгиз, 1958.
6. Диткии В. А., Кузнецов П. И. Справочник по операционному исчислению. ГИТТЛ, 1951.
7. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. Физматгиз, 1958.
8. Баренблатт Г. И. О приближенном решении задач одномерной нестационарной фильтрации в пористой среде. ПММ, 1954, т. XVIII, вып. 3, 351—370.
9. Андрианкин Э. И. Распространение неавтономной тепловой волны. ЖЭТФ, 1958, т. 35, вып. 2(8), 428—432.
10. Кочин Н. Е., Лойцянский Л. Г. Об одном приближенном методе расчета ламинарного пограничного слоя. ДАН СССР, 1942, т. 36, № 9.
11. Коган М. Н. О течениях с большой теплопроводностью. ДАН СССР, 1959, т. 128, № 3, 488—490.