

5. Kolpakov A.G. On the dependence of the velocity of elastic waves in composite media on initial stresses // Computers and Structures. — 1992. — V. 44, N 1/2.
6. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. — М.: Мир, 1987.
7. Bensoussan A., Lions J.-L., Papanicolaou G. Asymptotic analysis for periodic structures. — Amsterdam: North-Holland, 1978.
8. Санчес-Паленсия Э. Неоднородные среды и теория колебаний. — М.: Мир, 1984.
9. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. — М.: Наука, 1984.
10. Олейник О.А., Иосифьян Г.А., Шамаев А.С. Математические задачи теории сильнонеоднородных упругих сред. — М.: Наука, 1990.
11. Колпаков А.Г., Колпакова I.G. Convex combinations problem and its application for problem of design of laminated composite materials // IMAC'S 91: 13th World Congress on Comput. and Applied Mathematics, Dublin, Ireland, 1991. — V. 4.
12. Колпаков А.Г. К определению усредненных характеристик упругих каркасов // ПММ. — 1985. — Т. 49, вып. 6.
13. Колпаков А.Г. Усредненные характеристики термоупругих каркасов // Изв. АН СССР. МТТ. — 1987. — № 6.
14. Marcelline P. Su una convergenza di funzioni convesse // Boll. Unione Mat. Ital. — 1973. — V. 8, N 1.
15. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. — М.: Наука, 1979.
16. Колпаков А.Г. К вычислению характеристик тонких упругих стержней периодического строения // ПММ. — 1991. — Т. 55, вып. 3.
17. Колпаков А.Г. Расчет и проектирование слоистых пластинок // ПМТФ. — 1989. — № 4.
18. Bendse M.Ph., Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method // Comp. Meth. in Appl. Mech. and Engng. — 1988. — V. 71. — P. 197—224.
19. Хог Э., Чой К., Комков В. Анализ чувствительности при проектировании конструкций. — М.: Мир, 1988.
20. Като Т. Теория возмущения линейных операторов. — М.: Мир, 1972.
21. Колпаков А.Г. Эффективные жесткости композиционных пластинок // ПММ. — 1982. — Т. 46, вып. 4.
22. Колпаков А.Г. Усреднение в задаче изгиба и колебаний напряженных неоднородных пластинок // ПММ. — 1987. — Т. 51, вып. 1.
23. Колпаков А.Г. Устойчивость неоднородной пластинки при односторонних ограничениях // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР, Сиб. отд.-ние, Ин-т гидродинамики. — 1981. — Вып. 53.
24. Колпаков А.Г. Усредненные характеристики в задаче устойчивости неоднородных пластинок // II Всесоюз. конф. по теории упругости: Тез. докл. — Тбилиси: Менциереба, 1984.
25. Колпаков А.Г. К задаче теории балок с начальными напряжениями // ПМТФ. — 1992. — № 6.
26. Аннин Б.Д., Каламкаров А.Л., Колпаков А.Г., Партон В.З. Расчет и проектирование композиционных материалов и элементов конструкций. — Новосибирск: Наука, 1993.

г. Новосибирск

Поступила 17/II 1993 г.,
в окончательном варианте — 29/III 1993 г.

УДК 620.178.7

А.Г. Федоренко, А.Г. Шимаров, М.А. Сырунин

РАЗРАБОТКА И ИСПЫТАНИЯ КРЫШКИ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

Крышки сосудов высокого давления в основном работают на квазистатическое давление, хотя могут быть случаи и импульсного нагружения (в защитных устройствах и физических установках с взрывным или иным выделением энергии). Здесь ограничимся расчетной оценкой оптимальной

© А.Г. Федоренко, А.Г. Шимаров, М.А. Сырунин, 1994

формы крышки для круглого отверстия при квазистатическом нагружении равномерным давлением.

Используем принцип равнопрочности [1], при котором в каждой точке деформируемого линейно-упругого тела максимальные эквивалентные напряжения σ_i достигают предела текучести σ_s . Например, применение этого принципа к оптимизации заземленной круглой пластинки под равномерным давлением позволило за счет профилирования толщины снизить массу на 20 % [1]. За расчетную схему крышки принимаем тонкую оболочку вращения и учитываем только мембранные составляющие напряжений, пренебрегая краевыми эффектами.

Рассмотрим простейшие (в технологическом отношении) формы крышек.

Сферический сегмент радиуса a у основания (a — радиус перекрываемого отверстия) и с искомым радиусом сферичности R . Здесь равнопрочность обеспечивается постоянством толщины оболочки δ . Определяя необходимую массу m крышки по критерию текучести Мизеса, с учетом того, что главные напряжения $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pR}{2\delta} = \sigma_s$, получим для нее при давлении p выражение

$$m = \frac{\pi p \rho a^3}{\sigma_s} \frac{1}{\xi^3} (1 - \sqrt{1 - \xi^2}),$$

где $\xi = \frac{a}{R}$ ($0 < \xi < 1$); ρ — плотность. Минимум массы достигается при $\xi = 0,8660$, т.е. при $R_{\text{опт}} = 1,155a$:

$$\min(m) = \frac{\pi p \rho a^3}{\sigma_s} 0,7698.$$

Высота крышки составляет $h_{\text{опт}} = 0,5775a$.

Коническая крышка с углом полураствора φ и искомой зависимостью толщины δ от текущего радиуса r ($0 \leq r \leq a$). Мембранные меридиональные σ_φ и кольцевые σ_θ напряжения, согласно [2], имеют вид

$$\sigma_\varphi = \frac{pr}{2\delta(r) \cos \varphi}, \quad \sigma_\theta = \frac{pr}{\delta(r) \cos \varphi} = 2\sigma_\varphi.$$

Найдем зависимость $\delta(r)$, обеспечивающую условие текучести по всему объему материала конической оболочки:

$$\sigma_s = \sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_\varphi - \sigma_\theta)^2 + \sigma_\varphi^2 + \sigma_\theta^2} = \frac{\sqrt{3}pr}{2\delta(r)} f_1(\varphi) \quad \left(f_1(\varphi) = \frac{1}{\cos \varphi} \right).$$

Отсюда $\delta(r) = \frac{\sqrt{3}pr}{2\sigma_s} f_1(\varphi) = \text{const } r$ при фиксированном φ , т.е. δ пропорциональна r^* . Для массы крышки после интегрирования получим

$$m = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\pi p \rho a^3}{\sigma_s} f_2(\varphi) \quad \left(f_2(\varphi) = \frac{1}{\sin \varphi \cos \varphi} \right).$$

Минимизируя f_2 по φ , имеем $\min(f_2) = 2,0$ при $\varphi_{\text{опт}} = 45^\circ$. Оптимальная масса $\min(m) = 1,1547 \frac{\pi p \rho a^3}{\sigma_s}$, что на ≈ 50 % больше массы оптимальной крышки в виде сферического сегмента. При этом высота крышки $h_{\text{опт}} = a$, что на 73,2 % больше, чем в предыдущем случае. Необходимая толщина конуса

* Хотя при $r \rightarrow 0 \delta \rightarrow 0$ физически нереализуемо, всегда возможно выполнить требуемое утолщение в окрестности полюса, несущественно влияющее на суммарную массу крышки.

$$\delta(r) = \frac{pr}{\sigma_s} 1,2247.$$

Рассмотренные формы (сфера и конус) крышки при обеспечении соответствующих краевых условий являются строго безмоментными, так как 1) в случае сферы выполняется условие безмоментности [2] $v = -w'$, где $v = 0$ — смещение по касательной к меридиану, $w' = 0$ — производная по меридианному углу смещения w по нормали к оболочке, 2) в случае конуса радиус кривизны сечения срединной поверхности вдоль меридиана (r_1 в обозначениях [2]) равен бесконечности и из уравнений (3) и (4) работы [2] следует, что изгибные моменты $M_\varphi = M_\theta = 0$. Поэтому найденные решения действительно оптимальны (с точностью мембранного приближения).

Представляет интерес вопрос: нет ли других форм равнопрочных крышек* (рис. 1) меньшей минимальной массы? Рассмотрим задачу — найти форму крышки $r(x)$, минимизирующую ее массу при заданных $p = \text{const}$, a и при удовлетворении условия равнопрочности. В этом случае угол φ переменный и $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+r_x^2}} = \frac{1}{f_3(r_x)}$ ($r_x = \frac{dr}{dx}$). Аналогично получим

$$\sigma_\varphi = \frac{pr}{2\delta(r)} f_3(r_x), \quad \sigma_\theta = 2\sigma_\varphi \left[1 + \frac{r r_{xx}}{2(1+r_x^2)} \right] \left(r_{xx} = \frac{d^2r}{dx^2} \right).$$

Условие текучести дает $\sigma_s = \frac{pr}{\sqrt{2}\delta(r)} f_4(r, r_x, r_{xx})$, откуда $\delta(r) = \frac{pr f_4(r, r_x, r_{xx})}{\sqrt{2}\sigma_s}$. Вид $f_4(r, r_x, r_{xx})$ зависит от выбранного критерия текучести. Элемент массы

$$dm = 2\pi r \rho ds = \frac{\sqrt{2}\pi p \rho r^2}{\sigma_s} f_4(r, r_x, r_{xx}) \sqrt{1+r_x^2} dx.$$

Полная масса оболочки

$$m = \sqrt{2}\pi \frac{p\rho}{\sigma_s} \int_0^h r^2 f_4(r, r_x, r_{xx}) \sqrt{1+r_x^2} dx.$$

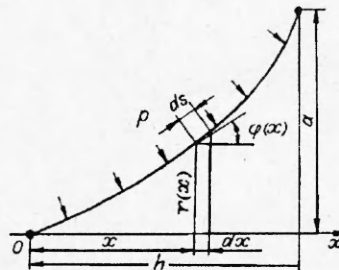
После преобразований (в случае критерия Мизеса)

$$(1) \quad m = \pi \frac{p\rho}{\sigma_s} \int_0^h r^2 \sqrt{3(1+r_x^2)^2 + 3r r_{xx}(1+r_x^2) + r^2 r_{xx}^2} dx = \frac{\pi p\rho}{\sigma_s} J.$$

Таким образом, для минимизации m необходимо решить вариационную задачу для интеграла J с переменной границей h по отношению к функции $r(x)$. Эта функция должна быть гладкой, положительно определенной и удовлетворять граничным условиям:

при $x = 0$ $r(0) = 0$, при $x = h = \beta a$ $r(h) = a$.

Здесь с целью оценки пренебрегали дополнительными ограничениями на зависимость $r(x)$ для обеспечения строгой безмоментности формы. Это дает оценку минимальной массы «в запас», так как рассматривается более ши-



Р и с. 1

* Задача поиска формы купола равного сопротивления под собственным весом решена ранее [3].

рокая совокупность форм, чем для указанного ограничения. Для найденных $r(x)$, минимизирующих m , в случае их нестрогой безмоментности потребуются увеличить m для компенсации неполной однородности напряженного состояния. Решение искалось численно минимизацией функционала при аппроксимации искомой функции $r(x)$ полиномиальным выражением

$$r(x) = \frac{1}{\beta} x + \sum_{i=1}^N \alpha_i (x^i - \beta^i a^i) x$$

(1-й вариант) и степенной функцией $r(x) = a \left(\frac{x}{h}\right)^\gamma$ (2-й вариант), удовлетворяющими граничным условиям.

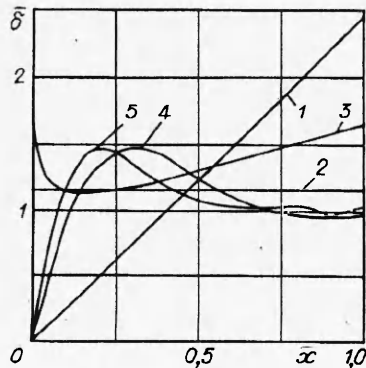
Определены параметры $\hat{\beta} = \frac{h}{a}$, $\alpha_1, \alpha_2 (N = 2)$ и γ , минимизирующие интеграл J в (1). Найдены следующие локальные минимумы:

а) $\beta = 0,6465, \alpha_1 = -3,4073, \alpha_2 = 1,3783, J = 0,7736a^3;$

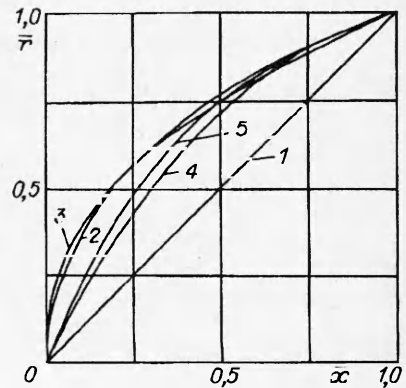
б) $\beta = 0,4904, \gamma = 0,4197, J = 0,8547a^3.$

Решение а на 1 % превышает решение для оптимальной сферы, решение б по величине оптимальной массы на 11 % превышает решение для сферы при меньшей на 15 % относительной высоте β . Следует отметить, что увеличение числа N суммируемых членов в полиномиальном выражении для $r(x)$ от 2 до 3 позволяет уменьшить J от $0,7736 a^3$ до $0,7588 a^3$, что на $\approx 1,4$ % меньше, чем для случая сферы. Это достигается при $\beta = 0,6116, \alpha_1 = -7,7565, \alpha_2 = 8,2749, \alpha_3 = -3,7832$. Несмотря на возможность увеличивать число членов ряда, отсутствие гарантии нахождения глобального минимума [1], а также возможность выбора других выражений для аппроксимации $r(x)$, проведенная оценка все же, по-видимому, свидетельствует о том, что существенного преимущества по сравнению с оптимальной сферической за счет варьирования формы ожидать не следует. Найденные профили крышек и их толщины показаны на рис. 2 и 3, где для рассмотренных случаев построены зависимости $\bar{r}(\bar{x})$ в координатах

$$\bar{r} = r/a, \bar{x} = x/a \text{ и зависимости } \bar{\delta}(\bar{x})^* \left(\bar{\delta} = \frac{2\sigma_s \delta}{p} \right).$$



Р и с. 2. Профили толщины крышек: 1 — конус; 2 — сфера; 3 — решение б; 4 — решение а, $N = 2$; 5 — решение а, $N = 3$



Р и с. 3. Профили радиуса крышек: 1 — конус; 2 — сфера; 3 — решение б; 4 — решение а, $N = 2$; 5 — решение а, $N = 3$

* Для крышки 2-го варианта (степенная форма) при $r \rightarrow 0 \delta \rightarrow \infty$, что так же, как и для конуса с $\delta \rightarrow 0$, физически нереализуемо.

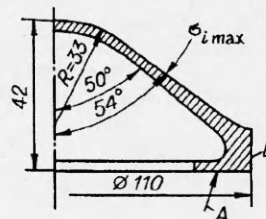
Таким образом, исходя из проведенных оценок и конструктивно-технических ограничений для практической реализации был принят вариант прочной крышки в виде конуса с углом полураствора 52° , переходящий без излома по внешнему обводу в сферический сегмент той же толщины (рис. 4). Такая форма более предпочтительна для динамической нагрузки на крышке при близком взрыве заряда взрывчатого вещества. Из анализа следует, что сферический сегмент, сопрягаемый с конусом по касательной к наружной образующей без изменения толщины, на 41 % прочнее конуса. По внутренней образующей линия сопряжения сферы и конуса имеет излом. Скачок кривизны и излом образующей не позволяют достичь безмоментности в зоне сопряжения. Безмоментность нарушается также вблизи опорного кольца. В связи с этим потребовался двумерный анализ влияния краевых эффектов на напряженно-деформированное состояние и несущую способность реальной конструкции. Расчет проведен по программе SINTEZ, реализующей метод конечных элементов для осесимметричного тела при упругих и пластических деформациях [4]. Получено, что начало текучести наступает в точке $\sigma_{i\max}$ (рис. 4) для реальной конструкции при нагрузке, составляющей 77,2 % от предельной согласно оценкам по мембранной схеме. Текучесть охватывает всю толщину крышки при давлении, составляющем $\approx 148\%$ от предельного для конуса по оценкам. Эти результаты не зависят от условий опирания крышки по поверхностям A и B (рассмотрены шарнирное опирание узлов конечных элементов по A и B , по наружной части A и по B , а также шарнирное опирание только по A). По-видимому, в этом результате сказывается подкрепляющий эффект сферического сегмента.

Для проверки полученных результатов проведены гидроиспытания крышки, изготовленной из стали с параметрами: предел текучести $\sigma_s = 1,14 - 1,2$ ГПа, предел прочности $\sigma_b = 1,32 - 1,34$ ГПа, относительное удлинение $\delta_s = 10 - 12,5\%$ (по данным испытаний 4 образцов-свидетелей цикла термообработки). Согласно двумерному расчету, началу текучести такой крышки соответствует давление $p_s = 65,7$ МПа (по оценкам для конуса $p_s = 85,1$ МПа). Из этих расчетов следует, что крышка рассмотренной формы обладает несущей способностью, более чем в 14,5 раз большей по сравнению с оптимизированной крышкой такой же массы, материала и диаметра в виде круглой заземленной пластинки с профилированной толщиной [1]. Результаты тензоизмерений в 3 точках внутренней поверхности подтвердили правильность двумерного расчета упругих деформаций. Реализованы следующие этапы нагружения:

- 1) 0—50 МПа, сброс до нуля, длительность этапов 3 ± 1 мин;
- 2) 0—110 МПа, сброс до нуля;
- 3) 0—240 МПа, прорыв уплотнения и отслоение датчиков;
- 4) 0—190 МПа, превысить это давление не удалось.

В результате осмотра после 4-го этапа на крышке в зоне точки $\sigma_{i\max}$ (см. рис. 4) обнаружена вмятина диаметром ≈ 30 мм, глубиной ≈ 6 мм.

На 1-м этапе тензоизмерениями подтверждено отсутствие остаточных деформаций, после 2-го этапа некоторые датчики зарегистрировали остаточные деформации $\leq 0,06\%$. После 3-го этапа, несмотря на достигнутое давление 240 МПа, потери устойчивости на начальном этапе в процессе текучести не наблюдалось (судя по внешнему виду крышки). Таким образом, несмотря на переход материала крышки в текучее состояние, она оказалась способной выдержать давление на 20—50 % больше расчетного (для текучести по всему объему) без потери устойчивости. Количественно полученное увеличение несущей способности по имеющимся данным о диаграмме растяжения $\sigma - \epsilon$ и с учетом утолщения оболочки при двухосном сжатии полностью объяснить не удается. Качественно данный



Р и с. 4

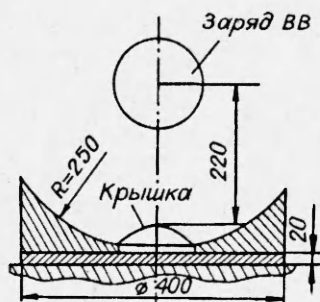


Рис. 5

эффект мог быть вызван деформационным упрочнением при сложном нагружении (двухосное упругопластическое сжатие с неравными компонентами напряжений и с реализацией нескольких циклов нагрузки — разгрузки) [5]. Проведено также два испытания данной крышки на взрывное нагружение по схеме рис. 5. Использован заряд ВВ из сплава тротила с гексогеном в пропорции 50 : 50, инициируемый из центра. Масса ВВ составила 2,2 кг.

В первом испытании крышка устанавливалась на круглую плоскую стальную плиту, лежащую на фундаментной плите, во втором добавлен элемент, имитирующий сферическую полость с радиусом 250 мм в окрестности крышки диаметром 400 мм. Крышки после нагружения не потеряли устойчивости, причем в первом случае максимальная остаточная кольцевая деформация сжатия составила 0,25 % при максимальном значении в динамике 0,9 %. Во втором испытании получена деформация соответственно 0,8 и 1,4 %. Результат испытаний свидетельствует о сравнительно высокой сопротивляемости потере устойчивости процесса пластического течения при динамическом нагружении крышки. Следует отметить, что величина давления отражения ударной волны взрыва в полость крышки оценивается значением ≈ 380 МПа согласно расчетным данным [6], что более чем в 2 раза превышает предельное квазистатическое давление.

Выбор направления выпуклости крышки в сторону действующего давления, т.е. работа материала при двухосном сжатии, по-видимому, предпочтительнее обратного случая с точки зрения повышения прочности и механики разрушения, так как начальные дефекты типа трещин отрыва не могут в этом случае расти. Влияние начальных дефектов на возможность разрушения материала продвижением трещин сдвига при пластическом течении в условиях двухосного сжатия и на устойчивость этого процесса должно изучаться дополнительно.

Таким образом, проведены оценки близкой к оптимальной по массе формы крышки для перекрытия круглого отверстия в сосудах высокого давления. Проведенными гидроиспытаниями и взрывным нагружением показано удовлетворительное соответствие расчета и эксперимента для реализованной формы крышки, а также многократное увеличение несущей способности предложенной конструкции крышки по сравнению с плоской круглой пластинкой с оптимизированной толщиной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малков В.П., Угодчиков А.Г. Оптимизация упругих систем. — М.: Наука, 1981.
2. Чикерел Р., Ву Ю. Безмоментные формы оболочки // Прикладная механика. Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Е. — 1970. — Т. 37, № 1. — С. 211—214.
3. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. — М.: Физматгиз, 1963.
4. Адясова Н.М., Капустин С.А. Исследование упругопластичных составных конструкций методом конечных элементов // Прикладные проблемы прочности и пластичности. — Горький, 1975. — Вып. 2. — С. 124—135.
5. Жигалкин В.М., Усова О.М. О резервах прочности при пластическом деформировании. Сообщение 1 // Пробл. прочности. — 1991. — № 11. — С. 3—8.
6. Цыпкин В.И., Чеверикин А.М., Иванов А.Г. и др. Исследование поведения замкнутых стальных сферических оболочек при однократном внутреннем взрывном нагружении // Пробл. прочности. — 1982. — № 10. — С. 59—64.

г. Арзамас

Поступила 12/X 1992 г.,
в окончательном варианте — 24/IV 1993 г.