

ного давления на порядок (до 300 МПа) при сохранении длины его волны приведет к увеличению давления вблизи центра кумуляции тоже примерно на порядок, ибо при этих условиях эволюция волны будет происходить подобным образом. Другими словами, уже сейчас вполне реальна система для создания высоких давлений на основе описанной выше схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшулер Л. В., Кормер С. Б. и др. Уравнения состояния алюминия, меди и свинца для области высоких давлений // ЖЭТФ.— 1960.— Т. 38, вып. 3.
2. Альтшулер Л. В., Калиткин Н. Н. и др. Ударные адиабаты при сверхвысоких давлениях // ЖЭТФ.— 1977.— Т. 72, вып. 1.
3. Фортов В. Е. Динамические методы в физике плазмы // УФН.— 1982.— Т. 138, вып. 3.
4. Аврорин Е. Н., Водолага Б. К. и др. Ударная сжимаемость свинца, кварцита, алюминия, воды при давлении ~ 100 Мбар // Письма в ЖЭТФ.— 1980.— Т. 31, вып. 12.
5. Hawke V. S., Duere D. E. et al. Method of isentropically compressing materials to several megabars // J. Appl. Phys.— 1972.— V. 43, N 6.
6. Павловский А. П., Колокольчиков Н. П. и др. Изэнтропическое сжатие кварца давлением сверхсильного магнитного поля // Письма в ЖЭТФ.— 1977.— Т. 27, вып. 5.
7. Alikhanov S. G., Bakhtin V. P. et al. High-pressure generation by means of pulsed magnetic fields // High-Pressure Science and Technology: Proc. 6th AIRAPT Conf.— N. Y.; L.: Plenum-Press, 1979.— V. 2.
8. Прут В. В., Храбров В. А. и др. Метод металлического z-пинча: изэнтропическое сжатие водорода // Письма в ЖЭТФ.— 1979.— Т. 29, № 1.
9. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений— М: Физматгиз, 1963.
10. Alikhanov S. G., Bakhtin V. P. A piezoelectric pressure bar gauge with mechanical sandwiching of the piezoelement // J. Phys. E: Scient. Instr.— 1983.— V. 16.— P. 615.
11. Reynolds C. E., Seay G. E. Two-wave shock structure in the ferroelectric ceramics barium titanate and lead zirconate titanate (PZT) // J. Appl. Phys.— 1962.— V. 33, N 7.
12. Алиханов С. Г., Бахтин В. П. Использование $m = 0$ неустойчивости для трехмерного сжатия плазмы // ДАН СССР.— 1982.— Т. 263, вып. 2.

Поступила 20/1 1986 г.

УДК 532.59

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ КЛАССИЧЕСКОЙ И ОБРАТНОЙ КУМУЛЯЦИИ

К. Ях

(Варшава)

Явление образования кумулятивной струи хорошо известно. Однако процесс этот настолько сложный, что он будет еще долго предметом многих исследований. Данная работа имеет теоретический характер. Результаты, представленные в ней, получены при помощи численного метода, который может быть полезным при изучении кумулятивных явлений.

Впервые теория образования кумулятивной струи предложена М. А. Лаврентьевым [1] и независимо Г. Биргхоффом [2]. Позднее эта теория рассматривалась рядом ученых и была дополнена новыми элементами (учет упругопластических свойств материала, обратная кумуляция и др.) [3—6]. Развитие численных методов выявило новые возможности для исследования кумулятивных процессов. С их помощью можно пытаться решить общую задачу двумерного неустановившегося процесса. Первые двумерные расчеты кумулятивного процесса приведены в [7]. В [8] дан пример расчета, в котором учитывается влияние процесса распространения детонационной волны ВВ на кумулятивную облицовку. В данной работе численные эксперименты выполнены при помощи оригинального метода, построенного в Институте физики плазмы и лазерного микросинтеза.

Физико-математическая постановка задачи. На рис. 1 показана общая схема кумулятивного заряда. Поведение ВВ и облицовки можно

описать следующей системой уравнений [9, 10]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{w} &= 0, \\ \rho \frac{du}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial S_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \frac{S_{rr} - S_{\theta\theta}}{r}, \\ \rho \frac{dv}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial S_{zz}}{\partial z} + \frac{S_{rz}}{r}, \\ \rho \frac{d\varepsilon}{dt} &= -p \operatorname{div} \mathbf{w} + S_{rr} \frac{\partial u}{\partial r} + S_{\theta\theta} \frac{u}{r} + S_{zz} \frac{\partial v}{\partial z} + S_{rz} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right), \\ \frac{dS_{rr}}{dt} &= 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{w} \right) - \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) S_{rz}, \\ \frac{dS_{\theta\theta}}{dt} &= 2\mu \left(\frac{u}{r} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{w} \right), \\ \frac{dS_{zz}}{dt} &= 2\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{w} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) S_{rz}, \\ \frac{dS_{rz}}{dt} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r} \right) (S_{rr} - S_{zz}), \end{aligned}$$

где $\operatorname{div} \mathbf{w} = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{z}$; u, v — проекции вектора скорости на r, z соответственно; ρ — плотность; p — давление; ε — удельная внутренняя энергия; S_{ik} — компоненты девиаторной части тензора напряжений (для ВВ $S_{ik} = 0$). Уравнения состояния для медной облицовки [7]

$$p = \left\{ a + b \left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_n} \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^2 - 1 \right]^{-1} \right\} \rho \varepsilon + A \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) + B \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)^2,$$

для ВВ [11]

$$p = C\rho^3 + D\rho\varepsilon.$$

Для описания пластического течения принято условие Мизеса с приведением к кругу текучести

$$(1) \quad 2I = S_{zz}^2 + S_{rr}^2 + S_{\theta\theta}^2 + 2S_{rz}^2 \leq \frac{2}{3} Y^2$$

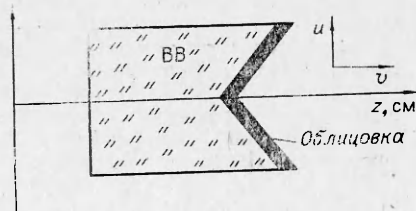
(Y — динамический предел текучести). Если условие (1) нарушается, компоненты S_{ik} умножаются на $\left(\frac{\sqrt{2}}{3} Y \right) / 2I$. Описание разрушения материала облицовки проводилось в соответствии с условиями [12]

$$\delta = \rho/\rho_0,$$

$$F(\delta) = \begin{cases} 1 & \text{для } \delta > \delta_1, \\ \frac{\delta - \delta_2}{\delta_1 - \delta_2} & \text{для } \delta_2 < \delta \leq \delta_1, \\ 0 & \text{для } \delta \leq \delta_2, \end{cases}$$

$$p = p(\rho, \varepsilon)F(\delta), \quad Y = Y_0F(\delta), \quad \mu = \mu_0F(\delta).$$

Для меди $\delta_1 = 0,95$, $\delta_2 = 0,9$. Начальные условия для облицовки: $p = 0$, $S_{ik} = 0$, $\varepsilon = 0$, $u = 0$, $v = 0$, $\rho = \rho_0$, либо u, v заданы в примерах без учета ВВ.



Р и с. 1

Детонация ВВ рассчитывалась способом [13], который предполагает, что форма детонационной волны и параметры фронта известны и равны параметрам в точке Жуге. Расчет проведен только для продуктов детонации, между фронтом детонационной волны и поверхностью, ограничивающей раз-

летающиеся продукты детонации. Граничные условия принимались в виде $p = 0$ на всех свободных поверхностях, $S_{ih} = 0$ на свободных поверхностях облицовки, $u_{n1} = u_{n2}$, $\sigma_r = 0$ на поверхности контакта ВВ — облицовка (условие свободного скольжения).

Основные элементы численного метода. В настоящее время известны многие численные методы решения двумерных задач механики. Метод, представленный в настоящей работе, наиболее похож на метод «свободных частиц» [14]. В начальный момент расчета выбираем определенное число элементов жидкости в соответствии с геометрической формой объекта. В каждом элементе (точке) в согласии с начальными условиями задаются величины u , v , p , ρ , ϵ , S_{ih} . Во время расчета следим за движением этих точек и вычисляем в них новые значения давления, скорости и др. Движение и параметры каждого элемента определяем, исходя из состояния соседних точек. Соседние точки образуют местную нерегулярную сетку вокруг данного элемента, которая является переменной в пространстве и во времени. Набор соседних точек должен быть основан на следующих предположениях: 1) соседние точки образуют ближайшую окрестность вокруг данной точки; 2) угловое распределение соседних точек, насколько это возможно, равномерно; 3) число соседних точек больше четырех.

Принцип расчетного алгоритма можно объяснить, принимая во внимание, например, уравнение движения

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r},$$

для которого можно построить следующую разностную схему:

$$(2) \quad u_{L,K}^{n+1/2} = u_{L,K}^n - \frac{1}{2} \Delta t \frac{1}{\rho_{L,K}^n} (pR)_{L,K}^n;$$

$$(3) \quad u_{L,K}^{n+1} = \tilde{u}_{L,K}^n - \Delta t \frac{1}{\rho_{L,K}^{n+1/2}} (pR)_{L,K}^{n+1/2}.$$

Здесь (L, K) — номер элемента; $u_{L,K}^n$ — скорость элемента в момент t^n ; $u_{L,K}^{n+1}$ — скорость элемента в момент t^{n+1} ; $(pR)_{L,K}^n$ — градиент давления в момент t^n . Член $\tilde{u}_{L,K}^n$ обсужден ниже.

Основное значение имеет вычисление градиента $(pR)_{L,K}^n$, для чего предполагаем, что соседние точки по отношению к точке (L, K) имеют координаты (r_i, z_i) и давления p_i . При помощи линейной интерполяции между точкой (L, K) и соседними точками сводим соседние точки на круг относительно точки (L, K) . Интерполяционные точки принимают теперь координаты (r'_i, z'_i) и давления p'_i .

Предполагаем, что давление в окрестности точки (L, K) описано формулой

$$p(r, z) = p_0 + a(r - r_0) + b(z - z_0),$$

где r_0, z_0, p_0 — координаты и давление в точке (L, K) . Величины a и b вычисляем методом наименьших квадратов:

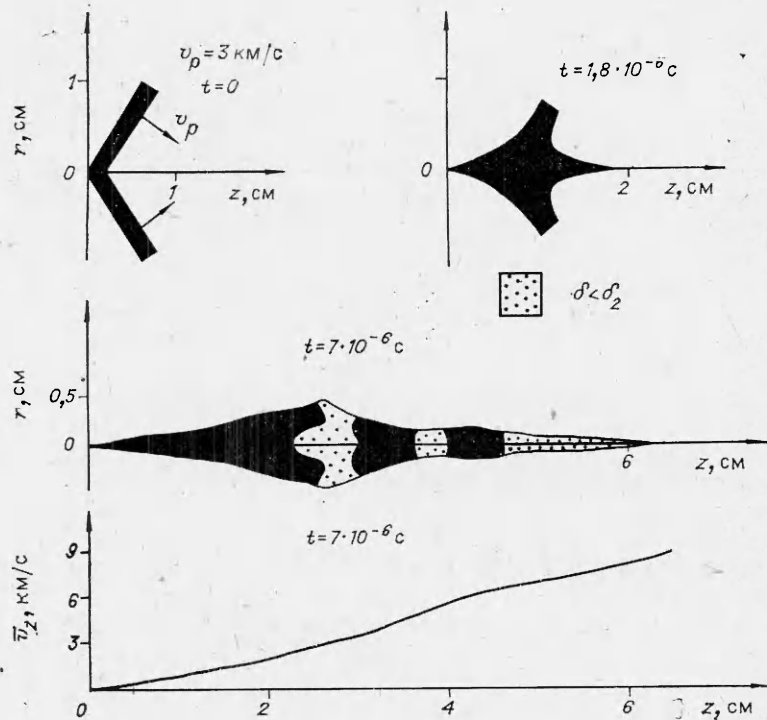
$$(4) \quad \xi(a, b) = \sum_{i=1}^N [p'_i - p(r'_i, z'_i)]^2;$$

$$(5) \quad \frac{\partial \xi}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \xi}{\partial b} = 0.$$

Из уравнений (5) находим значения a и b , затем

$$(pR)_{L,K}^n = a.$$

Аналогично вычисляем все градиенты, а потом $v_{L,K}^{n+1}$, $\rho_{L,K}^{n+1}$ и др. Таким способом получаем новые параметры всех расчетных точек в момент вре-



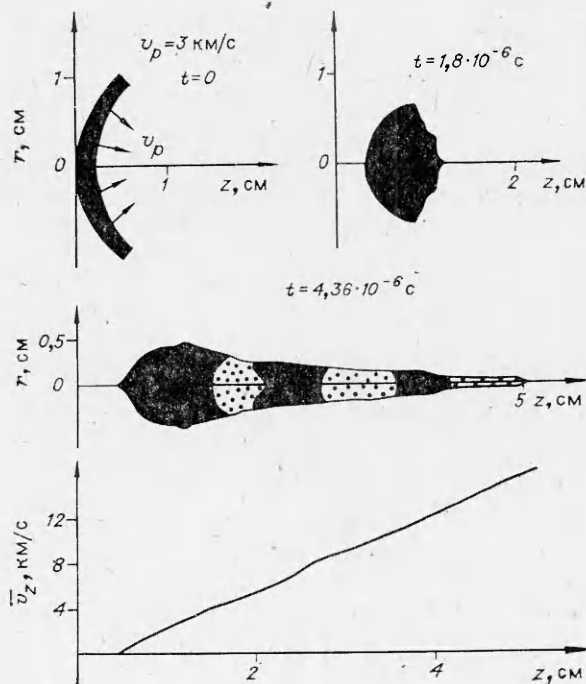
Р и с. 2

мени t^{n+1} . Выражение $\tilde{u}_{L,K}^n$ (3) можно представить в виде

$$\tilde{u}_{L,K}^n = u_{L,K}^n + \alpha (\bar{u}^n - u_{L,K}^n)$$

($\alpha = \text{const } \Delta t$, \bar{u}^n — средняя скорость соседних точек). Введение в схему такого выражения обозначает добавление внешней численной диффузии, которая демпфирует численные колебания.

Примеры расчетов. На рис. 2 дано примерное решение задачи классической кумуляции. Предположено, что кумулятивная облицовка обладает начальной скоростью v_p , направление которой перпендикулярно к поверхности облицовки. Угол раскрытия облицовки 120° . Здесь же представлены пространственные формы облицовки в избранные моменты времени, а также распределение средней скорости движения \bar{v}_z вдоль оси z . Масса и скорость основной части струи согласуются с гидродинамической теорией кумуляции. Большая скорость малой массы, которая образует переднюю часть струи, вытекает из модель-



Р и с. 3

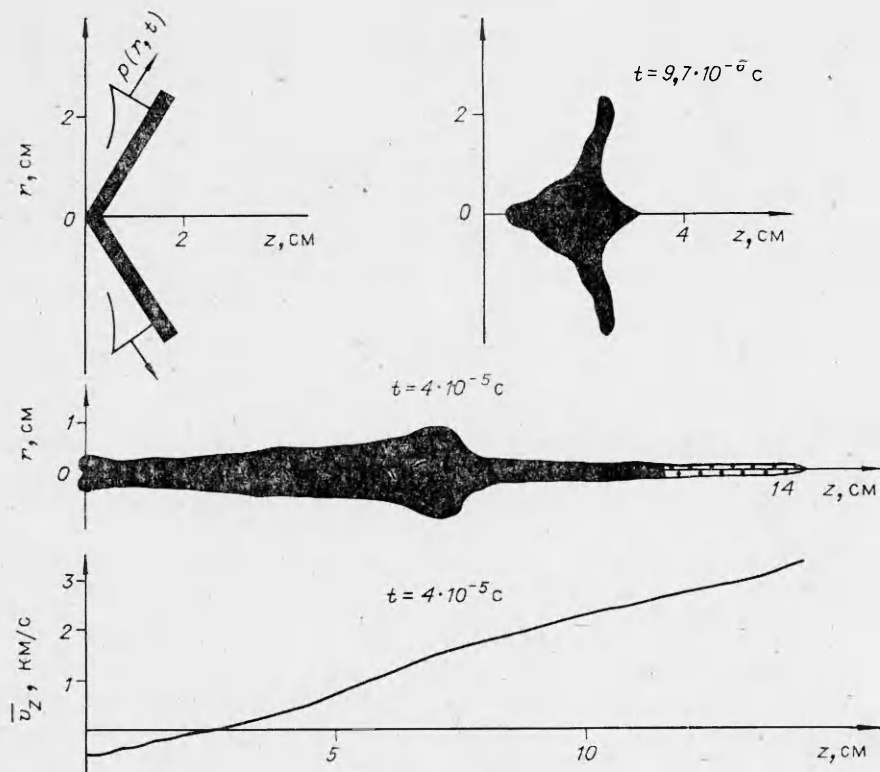


Рис. 4

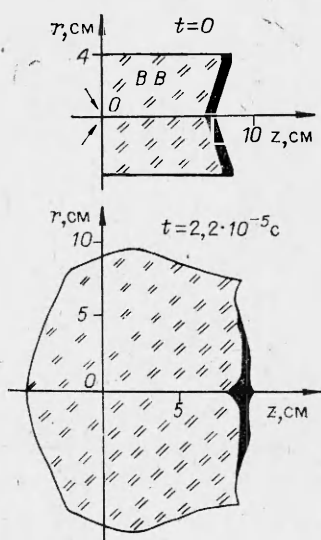
ного предположения, что в начальный момент во всех точках (тоже в приосевых) задана одинаковая скорость вдоль оси r . Это приводит к возникновению в начальный момент сильного импульса давления, который отвечает за выброс малой массы с большой скоростью.

На рис. 3 представлен похожий пример, но для облицовки со сферической формой ($S_{ik} = 0$). Видно, что кумулятивный процесс иного характера, чем в предыдущем примере. Сначала имеет место почти концентрическая компрессия, а потом выброс массы из центра. Скорость струи возрастает монотонно во времени, а в предыдущем примере она достигает своего максимального значения в начале процесса. Расчеты, показанные на рис. 2—4, — основа для построения комплексного численного кода, в котором учтено влияние ВВ на облицовку и упругопластические свойства материала облицовки. Пример такого решения приведен на рис. 5—7. Угол раскрытия облицовки принят равным 150° , чтобы одновременно исследовать возможность применения численного кода для описания явления обратной кумуляции.

Решение задачи с так называемой «скользящей детонацией» показано на рис. 5. Предположено, что облицовку ускоряет импульс давления с заданным пространственно-временным профилем. Давление на фронте импульса принимало максимальное значение ($p_{\max} = 0,5 \cdot 10^{11}$ Па), а фронт детонации двигался со скоростью 8 км/с. Принято также, что давление за фронтом падает согласно формуле

$$p = p_{\max} \left[\frac{l}{l + D\tau} \right]^3, \quad l = 5 - \frac{5}{4} r_0, \quad \tau = t - t_0$$

(t_0 — момент времени, в который фронт достигает элемента с радиусом r_0). Начальная форма облицовки и ВВ приведена на рис. 5, где в момент времени 22 мкс показана форма продуктов детонации и облицовки. Это момент, в котором давление продуктов детонации в любой точке не превосходит 10^9 Па. Таким образом, можно дальше не учитывать влияния продуктов детонации на облицовку. В момент времени 26 мкс (рис. 6)



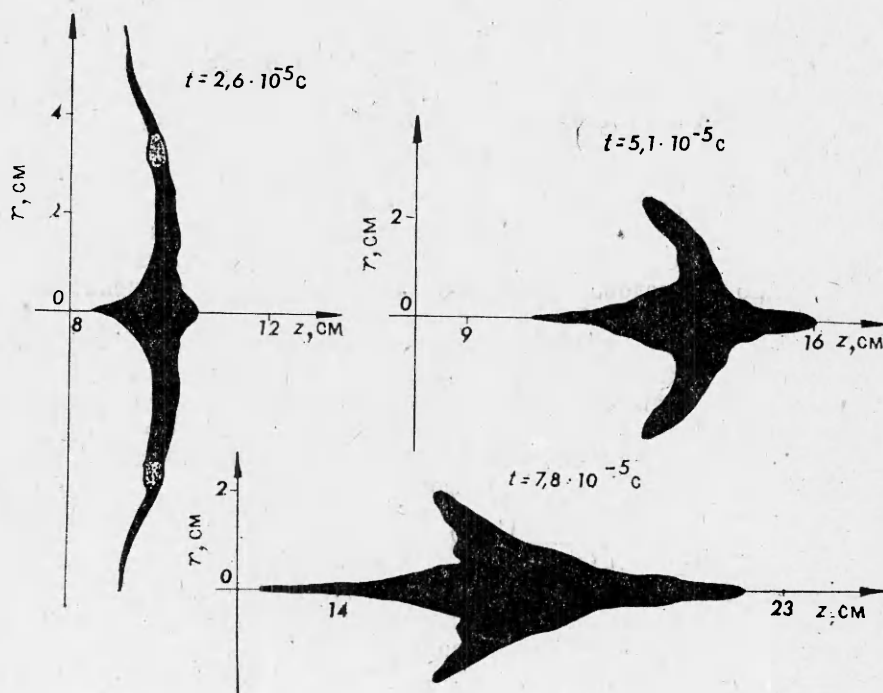
Р и с. 5

сформированного уже снаряда в моменты 770 и 900 мкс. Измеренная скорость снаряда равна 1,8 км/с. Несмотря на то что теоретический расчет представляет собой фазу еще неустановившегося движения, можно сказать, что: 1) получена удовлетворительная сходимость между теоретической и экспериментальной скоростями снаряда; 2) из графика $v_z(z)$ видно, что длина снаряда тоже согласуется с экспериментом; 3) анализ напряжений, скорости и областей разрушения указывает на возможность отрыва малой массы с передней части снаряда (этот эффект виден на первом экспериментальном снимке); 4) диаметр снаряда в эк-

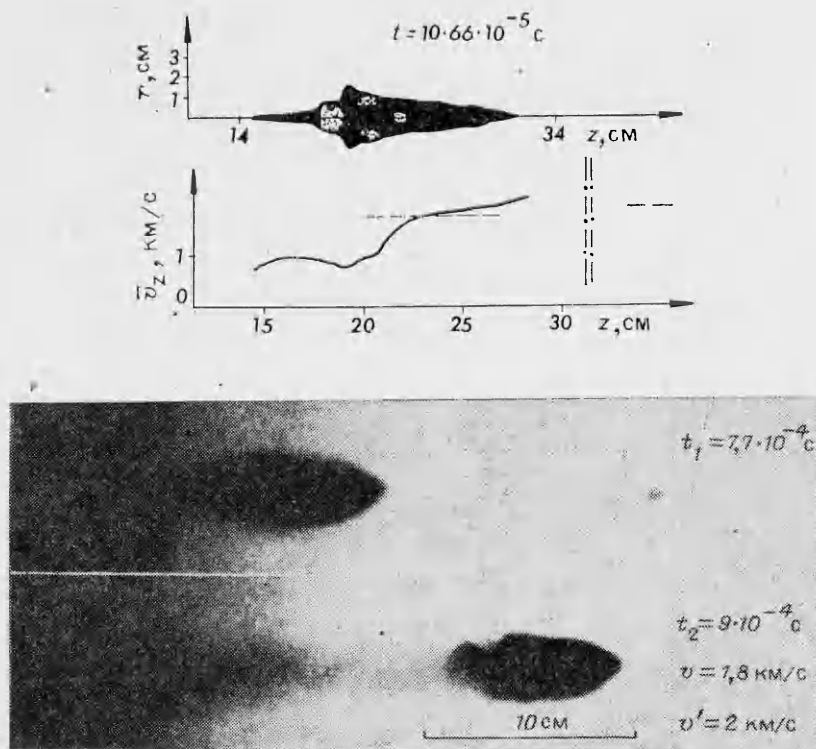
видно уже первое сильное разрушение среды ($\rho/\rho_0 < 0_2$ в целой области, отмеченной точками). Область разрушения отделяет часть массы, движущейся вне оси симметрии, от части, сходящейся к оси. С учетом, что описание области сильного разрушения имеет только модельный характер, сделано разделение решения и в дальнейшем не рассматривались части оболочки, не сходящиеся к оси симметрии.

На рис. 7 представлена заключительная фаза решения, в которой наступает сильное разрушение в центральной части облицовки и образуется кумулятивный снаряд. В настоящее время не удалось еще провести расчета для поздних фаз процесса, так как наблюдается нефизическое поведение среды в разрушенных областях (особенно, когда наступает вторичное сжатие разрушенных областей).

На рис. 7 приведены также результаты эксперимента, выполненного для оценки этого решения теньвым методом (камерой СНЕФ-4). Это теньвые снимки (время экспозиции 40 пс)



Р и с. 6



Р и с. 7

сперименте получается больше, чем в теоретических расчетах. Причиной этого могут быть модельные предположения относительно свойств среды, а также деформация снаряда во время разрушения среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А. Принципы работы кумулятивного заряда // УМН.— 1957.— Т. 12, вып. 4.
2. Birghoff G. et al. Explosives with lined cavities // J. Appl. Phys.— 1948.— V. 19, N 6.
3. Титов В. М. Возможные режимы гидродинамической кумуляции при схлопывании облицовки // ДАН СССР.— 1979.— Т. 247, вып. 5.
4. Горшков Н. Н. Применение гидродинамической теории для описания формирования струи при обратной кумуляции // ФГВ.— 1983.— Т. 19, № 2.
5. Кинеловский С. А., Тришин Ю. А. Физические аспекты кумуляции // ФГВ.— 1980.— Т. 16, № 5.
6. Златин Н. А. О предельных скоростях сплошной конденсированной кумулятивной струи // Проблемы математики и механики.— Новосибирск, 1983.
7. Chou P. C., Carleone J., Karpp R. R. Criteria for jet formation from impinging shells and plates // J. Appl. Phys.— 1976.— V. 47, N 7.
8. Legrand N., Ovidia J. Behaviour of dense media under high dynamics pressures: Symposium HDP.— Paris, 1978.
9. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике.— М., 1967.
10. Гулидов А. И., Фомин В. М., Яненко Н. Н. Численное моделирование проникания тел в упругопластическом приближении // Проблемы математики и механики.— Новосибирск, 1983.
11. Станюкович К. П. Физика взрыва.— М.: Наука, 1975.
12. Luttwak G., Kivity Y., Abetser A. Defect of a hypervelocity jet on a layered target // Intern. J. Engng Sci.— 1982.— V. 20, N 8.
13. Сугак С. Г., Канель Г. И. и др. Численное моделирование действия взрыва на железную плиту // ФГВ.— 1983.— Т. 19, № 2.
14. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике.— М.: Наука, 1982.

Поступила 29/XI 1985 г.