7. **Shin H. K.** Vibration-rotation-transition energy transfer in HF — HF and DF — DF.— «Chem. Phys. Lett.», 1971, vol. 10, N 1, p. 81—85.
8. **Anderson P. W.** Pressure broadening in the microwave and infra-red regions.— «Phys. rev.», 1949, vol. 76, N 5, p. 647—661. **Tsao C. J., Curnutte B.** Line-widths of pressure — broadened spectral lines.— «J. Quant. Spectr. and Radiat. Transfer», 1962, vol. 2, p. 41—91.

---

УДК 537.525

# К ВОПРОСУ О НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНОГО РАЗРЯДА, ИНИЦИИРУЕМОГО ИМПУЛЬСНОЙ ИОНИЗАЦИЕЙ

*В. А. Феоктистов*

*(Москва)*

Известно, что в несамостоятельных разрядах как стационарных, так и импульсных развивается неустойчивость, приводящая к искровому пробою. Обсуждению различных механизмов неустойчивости в стационарном разряде посвящены, например, работы [1—5]. В частности, в [2] рассмотрено влияние ступенчатой ионизации на временной рост концентрации электронов в разряде, поддерживаемом стационарным источником ионизации. В значительно меньшей степени рассмотрены вопросы неустойчивости в разряде, инициируемом импульсной ионизацией [6, 7]. Цель данной работы состоит в том, чтобы в рамках работы [2] выяснить возможность неустойчивого роста концентрации электронов после отключения ионизирующего источника.

Исходная система уравнений аналогична описанной в [2] и включает уравнение баланса электронов $n_e$ и возбужденных частиц $n$. Однако в отличие от [2], где уравнение для электронов рассмотрено в квазистационарном приближении, здесь учитывается производная $dn_e/dt$. В балансе возбужденных частиц подобно [2] пренебрегается тушащими столкновениями и «выгоранием» возбужденных частиц за счет ступенчатой ионизации. Таким образом, имеем

$$(1)\qquad \frac{dn_e}{dt} = Q + k_2 n_e n - \beta n_e^2 - \gamma N n_e,$$
$$dn/dt = k_1 N n_e,$$

где $k_1$ и $k_2$ — константы скоростей возбуждения молекул электронным ударом и ионизации возбужденных молекул; $\beta$ и $\gamma$ — коэффициенты рекомбинации и прилипания; $Q$ — число ионов, создаваемых источником ионизации в единице объема газа за единицу времени. Если момент отключения ионизирующего источника принять за начало отсчета времени, то при рассмотрении переходного процесса после отключения источника в (1) следует положить $Q = 0$, при этом $n_e(0) \neq 0$ и $n(0) \neq 0$. В такой постановке решение системы (1) здесь рассмотрено отдельно для прилипательного ($\beta = 0$) и рекомбинационного ($\gamma = 0$) режимов. Поскольку в прилипательном случае условие роста $n_e$ и $n$ зависит от соотношения между начальными значениями $n_e(0)$ и $n(0)$, с целью проверки реализации этого соотношения в процессе действия источника ионизации система (1) для прилипательного режима рассмотрена и при $Q \neq 0$, причем в этом случае $n_e(0) = n(0) = 0$, так как начальный момент времени совпадает с моментом включения источника ионизации.

1. *Рекомбинационный режим.* Разрешая систему (1) относительно $n$ и понижая порядок уравнения, можно получить следующее соотношение, связывающее переменные $n_e$ и $n$ в произвольный момент времени:

$$k_1 N n_e = (k_2/a)(n - 1/a) + C e^{-an}, \tag{2}$$

где $C = (k_1 n_e(0) N - (k_2/a)[n(0) - 1/a])e^{an(0)}$; $a = \beta/k_1 N$. Предполагается, что $k_2 n(0) < \beta n_e(0)$ и в начальный момент концентрация электронов уменьшается (случай $k_2 n(0) > \beta n_e(0)$ приводит к очевидному росту $n_e$ после отключения источника).

Найдем условие того, что в некоторый момент ($t = t_1$) выполняется $dn_e/dt = 0$. Подставляя в (2) $n_e = (k_2/\beta)n$, получим уравнение для определения $n$ в этой точке

$$n(t_1) = \frac{1}{a} \ln \frac{a^2 C}{k_2}. \tag{3}$$

Из условия $n > 0$ получим

$$(\beta n_e(0) - k_2 n(0)) + k_1 k_2 N/\beta > (k_1 k_2 N/\beta) e^{-an(0)}. \tag{4}$$

С учетом условия $k_2 n(0) < \beta n_e(0)$ видно, что неравенство (4) выполняется всегда. Это означает, что в рамках принятой модели после отключения источника ионизации концентрация электронов сначала падает, но затем с необходимостью достигает минимума и далее неограниченно возрастает. Действительно, при достаточно больших $n$ из (2) имеем $k_1 N n_e \simeq$ $\simeq (k_2/a)(n - 1/a)$, при этом $k_2 n > \beta n_e$, так что $dn_e/dt > 0$. Поскольку асимптотически $(k_2 n - \beta n_e) \to k_1 k_2 N/\beta$, из (1) следует, что рост $n_e$ происходит по экспоненциальному закону с постоянной $\beta/k_1 k_2 N$. По порядку величины время развития неустойчивости $t_н$ складывается из времени $t_2$ достижения концентрацией электронов минимума и времени экспоненциального роста. При заданных $n_e(0)$ и $n(0)$ время $t_2$ можно определить путем численного решения уравнения

$$t_2 = \int\limits_{n(0)}^{n(t_1)} \left[\frac{k_2}{a}\left(n - \frac{1}{a}\right) + C\, e^{-an}\right]^{-1} dn.$$

Оценим время $t_н$ в азоте применительно к условиям эксперимента работы [8], в которой для $E/p \sim (20$—$30)$ В/см·мм рт. ст. приведены значения времени запаздывания искрового пробоя $t_3$. Поскольку данное сравнение носит оценочный характер, будем предполагать, что время $t_н$ в модельной задаче, описываемой системой (1), определяется характерным временным параметром $\beta/k_1 k_2 N$, считая при этом, что с наибольшей вероятностью ступенчатая ионизация в азоте происходит с метастабильного уровня $A^3\Sigma_u^+$. Используя данные работы [9] для констант скоростей возбуждения этого уровня и ионизации с него, получим, в частности, при $E/p \simeq 20$ В/см·мм рт. ст. $t_н \sim \beta/k_1 k_2 N \sim 3 \cdot 10^{-7}$ с (здесь положено $\beta =$ $= 2 \cdot 10^{-7}$ см$^3$/с и $N = 2 \cdot 10^{20}$ см$^3$), что по порядку величины совпадает с приведенным в [8] временем запаздывания искрового пробоя, составляющим величину порядка $10^{-7}$ с при том же значении поля. Экспериментально наблюдаемая сильная зависимость времени $t_3$ от поля в рамках данной модели может быть объяснена резкой зависимостью произведения $k_1 k_2$ от $E/p$.

2. *Прилипательный режим.* Решение системы (1) в этом случае рассмотрим также при условии $dn_e(0)/dt < 0$. Характер решения зависит от

знака величины $A$, определяемой следующим выражением:

(5) $$A = (1/2)(k_2 n(0) - \gamma N)^2 - k_1 k_2 N n_e(0).$$

Если $A > 0$, то решение для $n_e$ имеет вид

(6) $$t + B_1 = \varphi(n_e),$$

где $$\varphi(n_e) = -\frac{1}{\sqrt{2A}} \ln \left| \frac{\sqrt{A + k_1 k_2 N n_e} - \sqrt{A}}{\sqrt{A + k_1 k_2 N n_e} + \sqrt{A}} \right|; \quad B_1 = \varphi(n_e(0)).$$

Из (6) видно, что $n_e$ монотонно стремится к нулю при $t \to \infty$. Если $A < 0$, то для $n_e$ и $n$ имеем

(7) $$n_e(t) = \frac{|A|}{k_1 k_2 N} \left[ \mathrm{tg}^2 \left\{ \sqrt{\frac{|A|}{2}} (t - |B_2|) \right\} + 1 \right],$$
$$n(t) = \frac{\gamma N}{k_2} + \frac{\sqrt{2|A|}}{k_2} \mathrm{tg} \left\{ \sqrt{\frac{|A|}{2}} (t - |B_2|) \right\},$$

где $B_2 = \sqrt{\frac{2}{|A|}} \mathrm{arctg} \frac{(k_2 n(0) - \gamma N)}{\sqrt{2|A|}} < 0$. Из (7) следует, что $n_e$ при $t = |B_2|$ достигает минимума, а затем неограниченно возрастает, причем рост носит взрывной характер. Время обращения в бесконечность величин $n_e$ и $n$ равно $t_{\text{н}} = |B_2| + \pi/\sqrt{2|A|}$. Пренебрежение «выгоранием» возбужденных частиц в (1) в момент начала возрастания $n_e(t = |B_2|)$ справедливо, если $k_1 \gg \gamma$. Кроме того, время $t_{\text{н}}$ должно быть много меньше времени тушащих столкновений при соударении возбужденных частиц с молекулами газа.

Для того чтобы рассмотренный механизм действительно мог привести к взрывному развитию электронов после отключения источника ионизации, необходимо убедиться в том, что за время действия источника реализуется условие $A < 0$. С этой целью была решена система (1) при $Q \neq 0$ и $n_e(0) = n(0) = 0$. При $t \leqslant T_1 \equiv \gamma^2 N / 2 k_1 k_2 Q$ решение имеет вид

(8) $$n_e(t) = \frac{2}{k_1 k_2 N} \left[ -\frac{1}{4T_2^2} \left(1 - \frac{t}{T_1}\right) + F^2(t) \right], \quad n(t) = \frac{\gamma N}{k_2} + \frac{2}{k_2} F(t),$$

где $$F(t) = \frac{1}{2T_2} \left(1 - \frac{t}{T_1}\right)^{1/2} \frac{(I_{-2/3}(z) - D I_{2/3}(z))}{(I_{1/3}(z) - D I_{-1/3}(z))}; \quad T_2 = \frac{1}{\gamma N};$$
$$z(t) = \frac{1}{3} \frac{T_1}{T_2} \left(1 - \frac{t}{T_1}\right)^{3/2}; \quad D = \frac{I_{1/3}(z_0) + I_{-2/3}(z_0)}{I_{-1/3}(z_0) + I_{2/3}(z_0)} > 0, \quad z_0 = z(0);$$

$I_\nu(z)$ — цилиндрическая функция мнимого аргумента. Формула (8) обобщает квазистационарное решение работы [2], полученное в предположении $dn_e/dt = 0$ и справедливое в области $T_2 \ll t \ll T_1$ при произвольных соотношениях между $T_1$ и $T_2$. Учитывая положительность функций $I_{\pm 2/3}$ и $I_{\pm 1/3}$ и характер их изменения в области $0 \leqslant z \leqslant z_0$, можно показать, что решение (8) для $n_e$ и $n$ не имеет особенностей. Если $t \geqslant T_1$, то для $n_e$ и $n$ имеем

(9) $$n_e(t) = \frac{2}{k_1 k_2 N} \left[ -\frac{1}{4T_2^2} \left(\frac{t}{T_1} - 1\right) + \Phi^2(t) \right], \quad n(t) = \frac{\gamma N}{k_2} - \frac{2}{k_2} \Phi(t),$$

где $$\Phi(t) = \frac{1}{2T_2} \left(\frac{t}{T_1} - 1\right)^{1/2} \frac{(J_{-2/3}(y) - D J_{2/3}(y))}{(J_{1/3}(y) + D J_{-1/3}(y))},$$

$$y = \frac{1}{3}\frac{T_1}{T_2}\left(\frac{t}{T_1} - 1\right)^{3/2},$$

$J_\nu(y)$ — цилиндрическая функция первого рода. Решение (9) имеет особенность в точке, которая определяется следующим уравнением:

$$J_{1/3}(y) + DJ_{-1/3}(y) = 0, \tag{10}$$

причем константа $D$ заключена в интервале $1 \leqslant D < \infty$ при вариации параметров $T_1$ и $T_2$. Используя табличные значения функций $J_{1/3}$ и $J_{-1/3}$, можно показать, что для любых значений $D$ в указанном интервале наименьший корень $y_1$ уравнения (10) заключен в пределах $1{,}8 \leqslant \leqslant y_1 \leqslant 2{,}4$. Положив приближенно $y_1 \simeq 2$, получим оценку для времени развития неустойчивости $t'_{\text{н}}$ при $Q \neq 0$ $(t'_{\text{н}} - T_1) \simeq 3{,}3\, T_2^{2/3} T_1^{1/3}$. Если $T_2 \ll T_1$, то $t'_{\text{н}} \approx T_1$, что практически совпадает с результатами работы [2]. При $T_2 \gg T_1$ имеем $t'_{\text{н}} \approx 3{,}3\, T_1^{1/3} T_2^{2/3} \gg T_1$.

Воспользуемся решениями (8), (9) для анализа выполнимости условия $A < 0$ на стадии действия источника ионизации. Если ввести функцию $A(t) \equiv (1/2)[nk_2 - \gamma N]^2 - k_1k_2Nn_e$, то из (8), (9) видно, что в произвольный момент времени она определяется выражением

$$A(t) = \frac{1}{2T_2^2}\left(1 - \frac{t}{T_1}\right). \tag{11}$$

Как следует из (11), $A(t) \geqslant 0$ при $t \leqslant T_1$ и $A(t) < 0$ при $t > T_1$. Это означает, что если длительность источника ионизации $T$ меньше характерного времени $T_1$ и величина $A(t = T)$, определяющая константу $A$ в (5), будет положительна, то после отключения источника ионизации концентрация электронов и возбужденных частиц стремится к нулю. Для неограниченного возрастания величин $n_e$ и $n$ после отключения ионизации необходимо, чтобы длительность ионизирующего источника превзошла время $T_1$.

Поскольку время запаздывания неустойчивости $t_{\text{н}}$ после отключения источника порядка $[A(t = T)]^{-1/2}$, то с учетом (11) оно определяется соотношением между временами $T$, $T_1$ и $T_2$. В частности, если $T = T_1 + \Delta T$, где $\Delta T \ll T_1$, то $t_{\text{н}} \sim T_2(T_1/\Delta T)^{1/2} \gg T_2$.

Автор выражает благодарность И. В. Тютину за участие в обсуждении и анализе полученных решений.

*Поступила 12 V 1977*

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Велихов Е. П., Голубев С. А., Ковалев А. С., Перснанцев И. Г., Письменный В. Д., Рахимов А. Т., Рахимова Т. В.** Стационарный несамостоятельный газовый разряд в молекулярных смесях повышенного давления.— «Физика плазмы», 1975, т. 1, вып. 5.
2. **Голубев С. А., Ковалев А. С., Письменный В. Д., Рахимов А. Т., Рахимова Т. В.** Ионизационная неустойчивость несамостоятельного разряда, обусловленная ступенчатой ионизацией.— «Докл. АН СССР», 1976, т. 228, № 1.
3. **Витшас А. Ф., Ульянов К. Н.** Ионизационная неустойчивость несамостоятельного тлеющего разряда в молекулярных газах.— ЖТФ, 1976, т. 46, вып. 4.
4. **Месяц Г. А.** О взрывных процессах на катоде в газовом разряде.— «Письма в ЖТФ», 1975, т. 1, вып. 19.
5. **Велихов Е. П., Новобранцев И. В., Письменный В. Д., Рахимов А. Т., Старостин А. Н.** К вопросу о комбинированной накачке газовых лазеров.— «Докл. АН СССР», 1972, т. 205, № 6.

6. Бычков Ю. И., Генкин С. А., Королев Ю. Д., Крейдель Ю. Е., Месяц Г. А., Филонов А. Г. Характеристики объемного разряда, возбуждаемого пучком электронов длительностью $10^{-5}$ с.— ЖЭТФ, 1974, т. 66, вып. 2.
7. Данцер А. А., Феоктистов В. А. Снижение пробивного напряжения газа при действии импульсного ионизирующего излучения.— ПМТФ, 1973, № 6.
8. Ковальчук Б. М., Кремнев В. В., Месяц Г. А., Поталицын Ю. Ф. Разряд в газе высокого давления, инициируемый пучком быстрых электронов.— ПМТФ, 1971, № 6.
9. Александров Н. Л., Кончаков А. М., Сон Э. Е. Функция распределения электронов и кинетические коэффициенты азотной плазмы.— «Физика плазмы», 1978, т. 4, вып. 1.

---

УДК 533.951

# ВОЗНИКНОВЕНИЕ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО РЕЖИМА (МАГНИТНЫЕ СТРАТЫ) В НЕРАВНОВЕСНОЙ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

*В. М. Зубцов, О. А. Синкевич, В. Т. Чуклова*

*(Иркутск, Москва)*

Приводятся количественные расчеты нелинейного решения задачи о развитии ионизационной неустойчивости в ограниченной области [1], выполненные методом Ляпунова — Шмидта [2]. Рассчитана амплитуда автоколебаний, выделены области жесткого и мягкого режимов потери устойчивости, построено распределение плотности электронов и электрического тока по поперечному сечению канала для мягкого режима потери устойчивости — нелинейных магнитных страт. Обсуждается топология страт в закритической области. Показано, что максимум амплитуды установившейся волны не соответствует той волне, которая первой потеряла устойчивость. Полученные результаты используются для качественного анализа экспериментальных результатов с неравновесной замагниченной плазмой в магнитном поле (существование колебаний на малых длинах волн в режиме полной ионизации присадки).

1. Рассмотрим поведение неравновесной замагниченной плазмы в области, ограниченной двумя непроводящими стенками $x = 0$ и $x = b$, безграничными в направлении $y$. Вектор индукции магнитного поля направлен по оси $z$. Предположим, что параметры тяжелых частиц (атомов и ионов) не зависят от координат и времени, а время установления ионизационного равновесия значительно меньше характерного времени задачи. Магнитное число Рейнольдса будем считать малым, эффектами излучения пренебрегаем. С учетом этих предположений система уравнений, описывающих состояние среды, приводится к безразмерной системе $n$ уравнений в частных производных относительно потенциала $\Phi_n$ и концентрации электронов $\Theta_n$ [1]. Система решается методом разложения в ряд по малому параметру надкритичности $\varepsilon = (\Omega - \Omega^-)/\Omega^-$. В нулевом приближении ($n = 0$) система имеет вид

$$L_{11}^0\Phi_0 + L_{12}^0\Theta_0 = 0,\ L_{21}^0\Phi_0 + L_{22}^0\Theta_0 = 0 \quad (1.1)$$

с граничными условиями (см. [3])

$$\Phi_0(0,\ Y) = \Phi_0(1,\ Y) = 0,\ \Theta_0(0,\ Y) = \Phi_0(1,\ Y) = 0, \quad (1.2)$$

где $L_{11}^0 = \frac{d^2}{dx^2} - k_y^2$; $L_{12}^0 = -a_1\frac{d}{dx} - ik_y\,\Omega^-$;