

А. М. Бубенчиков, С. Н. Харламов

ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛОБМЕН ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩЕЙ СМЕСИ ГАЗОВ В КАНАЛЕ ЗА УСКОРЯЮЩИМСЯ ПОРШНЕМ

Рассматривается неустановившееся турбулентное движение рекомбинирующего газа в камере за ускоряющимся поршнем. Камера представляет собой участок цилиндрической трубы, ограниченной слева неподвижной стенкой, справа — поршнем, способным перемещаться. Справа от поршня вакуумированный участок канала. До начала движения частично диссоциированный, имеющий достаточно высокое давление, газ равномерно распределен по всему объему камеры, а положение поршня фиксировано. В определенный момент времени, принимаемый за начальный, поршень освобождается и под действием давления высокотемпературных газов начинает ускоренное движение к свободному концу трубы. Расширение области, занятой газом, а также обмен теплом с относительно холодной стенкой канала приводят к интенсивной рекомбинации в потоке.

Цель исследования — построение математической модели данного процесса, изучение его газодинамических особенностей и критериальных зависимостей для определения параметров динамического и теплового воздействия потока на стенку канала.

Для описания течения газа в данном случае целесообразно пользоваться уравнениями Рейнольдса в приближении «узкого канала» [1], которые совместно с уравнениями энергии для двухкомпонентной химически активной смеси и теплопроводности для стенки имеют вид

$$(1) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(v r) = 0;$$

$$(2) \quad \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{\Sigma} \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0;$$

$$(3) \quad \rho \left(\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{dp}{dt} + \mu_{\Sigma} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \rho a_{\Sigma} \frac{\partial h}{\partial r} + \right. \\ \left. + r \rho a (Le - 1) \Delta h \frac{\partial c}{\partial r} \right], \quad p = \rho \bar{R} T (1 + c)/(2M);$$

$$(4) \quad \rho c c_c \frac{\partial \bar{T}_c}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial r} \right), \quad \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \mu_{\Sigma} = \mu + \mu_t, \quad a_{\Sigma} = a + a_t,$$

где t — время; x , r — цилиндрические координаты; u , v — компоненты вектора скорости; ρ , h , p — плотность, удельная энтальпия и давление; μ , a — коэффициенты молекулярной вязкости и теплопроводности; μ_t , a_t — турбулентные аналоги коэффициентов переноса; M , c — молекулярный вес и массовая концентрация диссоциированного компонента; Δh — тепловой эффект реакции; \bar{R} — универсальная газовая постоянная; Le — молекулярное число Льюиса; ρ_c , c_c , λ_c — плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала стенки; T_c — температура стенки. Все величины в системе (1) — (3) осредненные (осреднение турбулентных пульсаций). Распространение тепла в стенке канала анализируется на основе одномерного уравнения теплопроводности (4), решение которого дает хорошее приближение поля температуры ввиду кратковременности газодинамического процесса.

При расчете свойств среды рациональным является использование молекулярной теории неоднородных газов. Эмпиризм в нахождении коэффициентов переноса присутствует здесь лишь на уровне определения сил межмолекулярного взаимодействия, необходимых для вычисления интегралов столкновений. Поведение взаимодействующих частиц описывается потенциалом Леннарда — Джонса при численных значениях «силовых постоянных», выбранных согласно [2]. Интегралы столкновений аппроксимированы формулами [3], коэффициент вязкости двухкомпонентного газа — известными соотношениями [4]. Коэффициент теплопроводности смеси вычисляется по формуле Мейсона, Саксены [2] с учетом поправоч-

ного множителя Эйнена на многоатомность газов. Для нахождения коэффициента бинарной диффузии, входящего в молекулярное число Льюиса, применяется формула, отвечающая первому приближению в теории Чепмена — Энскога [5].

Принимается, что химические реакции равновесны по отношению к газодинамической перестройке течения и к турбулентным флуктуациям. Определение концентраций компонентов в случае быстрых реакций проводят с использованием условия равновесия $\dot{\omega} = 0$ ($\dot{\omega}$ — массовая скорость образования диссоциированного компонента, черта обозначает осреднение пульсирующих величин). Следуя подходу [6], позволяющему учесть влияние пульсаций температуры на скорость образования компонента, условие равновесия представим в виде

$$(5) \quad \dot{\omega} = [\dot{\omega}(T^+) + \dot{\omega}(T^-)]/2 = 0, \quad T^+ = T + \sqrt{T'^2}, \quad T^- = T - \sqrt{T'^2}.$$

Величина среднеквадратичных значений пульсаций температуры будет рассчитана с использованием уравнения для автокорреляций пульсаций энтальпии и соотношения $T'^2 = \bar{h}'^2/c_{p\text{eff}}^2$, справедливого для быстрых реакций.

Для диссоциации двухатомных газов имеем [7]

$$(6) \quad \dot{\omega} = [K_f(1 - c) + 2K_b\rho c^2/M]$$

(K_f , K_b — константы скоростей прямой и обратной реакций). Соотношение (5) с учетом (6) запишем как

$$(7) \quad (1 - c)(1 + s)/2 = c^2 [1/(K_n^+ T^+) + s/(K_n^- T^-)] p/(MR),$$

где $s = \exp[E^*/(\tilde{R}T^+) - E^*/(\tilde{R}T^-)]$; $K_n^+ = K_n(T^+)$; $K_n^- = K_n(T^-)$; $K_n = K_f/K_b$; E^* — энергия активации; R — газовая постоянная смеси. При $T' = 0$ соотношение (7) переходит в известную зависимость Гульдберта — Вааге. Расчет константы равновесия K_n производится согласно данным [8].

При определении коэффициентов молярного переноса импульса и тепла применяется дифференциальная модель турбулентности, базирующаяся на уравнениях для кинетической энергии турбулентных флуктуаций в форме, предложенной в [9], масштаба турбулентности [10], а также уравнениях для среднеквадратичных значений пульсаций поперечной компоненты скорости и энтальпии [11]:

$$(8) \quad \rho \left(\frac{\partial E}{\partial t} + u \frac{\partial E}{\partial x} + v \frac{\partial E}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (\mu + b_1 \mu_t) \frac{\partial E}{\partial r} \right] + \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - b_2 (\mu + b_1 \mu_t) \frac{E}{L^2};$$

$$(9) \quad \rho \left(\frac{\partial L}{\partial t} + u \frac{\partial L}{\partial x} + v \frac{\partial L}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (\mu + b_3 \mu_t) \frac{\partial L}{\partial r} \right] - b_4 \frac{L}{E} \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + B b_6 \sqrt{E} \rho \left(1 - \frac{L^2}{(R-r)^2} \right);$$

$$(10) \quad \rho \left(\frac{\partial \bar{h}'^2}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{h}'^2}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{h}'^2}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \rho (a + b_7 a_t) \frac{\partial \bar{h}'^2}{\partial r} \right] + b_8 \rho \sqrt{v'^2} \sqrt{\bar{h}'^2} \frac{\partial \bar{h}'^2}{\partial r} - b_9 \rho a \frac{\bar{h}'^2}{L_h^2} - b_{10} \rho \frac{\sqrt{E}}{L_h} \bar{h}'^2;$$

$$(11) \quad \rho \left(\frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (\mu + b_1 \mu_t) \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial r} \right] + b_{11} \rho \frac{E^{3/2}}{L} \bar{v}'^2 - b_{12} \mu \frac{\bar{v}'^2}{L^2} - 2 \rho \bar{v}'^2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial \mu}{\partial r} \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial r}.$$

Здесь значения констант b_i ($i = 1, 12$) выбраны согласно данным [9, 10], а также в результате оптимизации вычислений при анализе автомоделных распределений для осредненных характеристик турбулентности. При этом коэффициент турбулентного переноса импульса μ_t определяется зависимостью [9, 12]

$$(12) \quad \mu_t/\mu = \alpha \text{Re}_t [1 - \exp(-\sigma_2 \text{Re}_t^2) + \sigma_3 \text{Re}_t^{1/2} \exp(-\sigma_1 \text{Re}_t^2)],$$

$$\text{Re}_t = \rho \sqrt{\varphi E} L/\mu,$$

где φ — доля энергии турбулентных молей, ответственных за обменные процессы, которые находим следующим образом:

$$\varphi = 1 - \exp\left(-\frac{K}{K_0} \frac{t}{t_t}\right).$$

Здесь $K = \text{const}$, определенная как результат согласования с опытными данными [13]; $t_t = L/\sqrt{E}$ — время турбулентных пульсаций, рассчитанное по локальным значениям характеристик турбулентности; $K_0 = \frac{1}{2} \frac{q_w^0}{l_k^0}$ — параметр нестационарности; l_k^0 — начальная длина камеры. Турбулентный поток тепла представим в виде [11]

$$\overline{v'h'} = b \sqrt{\overline{v'^2}} \sqrt{\overline{h'^2}}, \quad b = \text{const}.$$

Тогда в случае течения двухкомпонентной среды и «глубоко» равновесных реакций (приближенно с учетом допущения $\frac{\partial c}{\partial T} \bar{T} \gg \frac{\partial c}{\partial p} p$) имеем

$$(14) \quad a_t = \left(b \sqrt{\overline{v'^2}} \sqrt{\overline{h'^2}} + \frac{a}{2} (\text{Le} - 1) \Delta c_p \frac{\partial \overline{c'^2}}{\partial r} \left| \frac{\partial c}{\partial T} \right| \right) \frac{\partial h}{\partial r},$$

$$\overline{c'^2} = \left(\frac{\partial c}{\partial T} \right)^2 \overline{h'^2} / c_{p,\text{eff}}^2, \quad c_{p,\text{eff}} = c_p + \frac{\partial c}{\partial T} \Delta h.$$

Заметим, что градиентное представление для турбулентного потока тепла, использованное в записи уравнения (3), не является обязательным при решении тепловой задачи с применением соотношения (13).

Интегрирование выписанной системы уравнений проводилось при начальных распределениях, отвечающих состоянию покоя, и граничных условиях: симметрии на оси течения, прилипания для осредненных и пульсационных скоростей и сопряжения для температурных полей на непроницаемых границах. Численное решение задачи строится на основе экономичных неявных конечно-разностных схем. Способ построения решения подробно описан в [14, 15]. Предварительно проводилось тестирование алгоритма в тривиальных и автомоделных случаях течения и теплообмена. Некоторые результаты тестирования решений уравнений (10), (11) представлены на рис. 1, 2.

Данные, приведенные на рис. 1, соответствуют расчетам течения при $\text{Re} = 4,235 \cdot 10^5$, $\text{Tu}_0 = 5\%$, $L_0 = 0,125 D$, линии 1—4 — $x/D = 10, 100, 170, 200$, кружки — измерения Лауфера [16]. На рис. 2 показаны распределения безразмерных значений среднеквадратичных пульсаций энthalпии $\sigma_h = \sqrt{\overline{h'^2}} / (q_w / (\rho u_*))$ в зависимости от универсальной поперечной координаты $y^+ = \rho y u_* / \mu$, кружки — результаты [17], линии 1, 2 — $x/D = 10, 200$ ($\text{Tu}_0 = 5\%$, $L_0 = 0,125 D$). Из графиков видно, что имеется хорошее согласование расчетных профилей с автомоделными распределениями, полученными в экспериментах [16, 17].

Расчеты течений газа за ускоряющимся поршнем выполнены при следующих значениях исходных параметров: $l_k^0 = 0,3$ м, $R = 3,95 \cdot 10^{-3}$ м, $R_c = 8 \cdot 10^{-3}$ м, $\text{Pr} = 0,674$, $T^0 = 5700$ К, $T_c^0 = 300$ К, $\lambda_c^0 = 46$ Вт/(м·К),

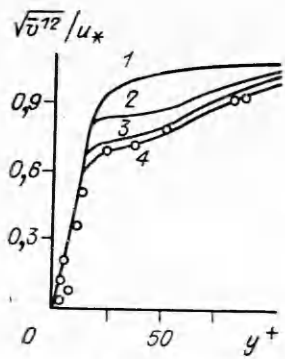


Рис. 1

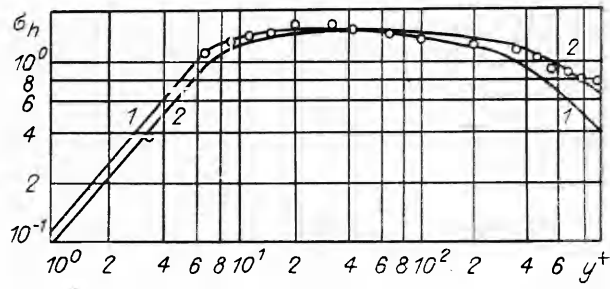


Рис. 2

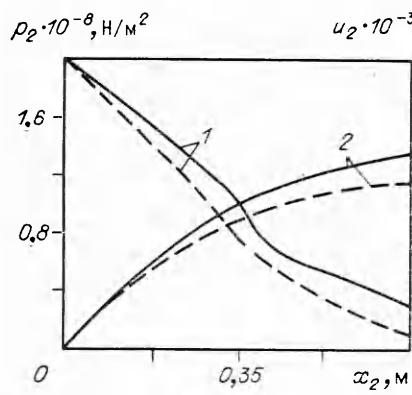


Рис. 3

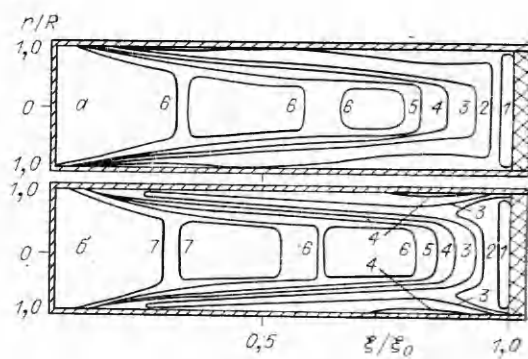


Рис. 4

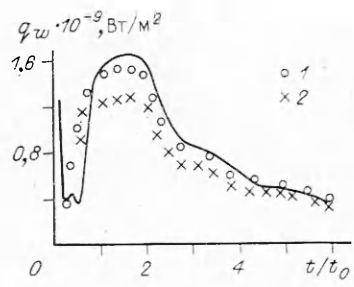


Рис. 5

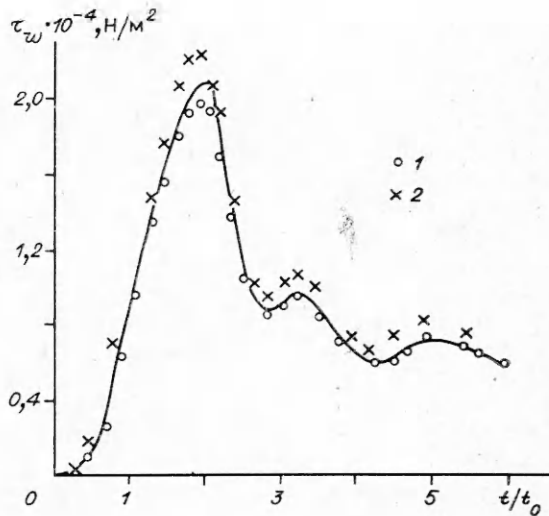


Рис. 6

$\gamma = 1,333$, $p^0 = 2 \cdot 10^8$ Н/м², $\sigma = m_1/m_2 = 0,918$, $m_2 = 10^{-3}$ кг, $Tu^0 = 10^{-4}$, $L^0 = 0,01 \cdot R$. Здесь R_c , R — внешний и внутренний радиусы канала; σ — отношение массы газа к массе поршня; γ — показатель адиабаты; Tu — интенсивность турбулентности; нуль сверху относится к начальному моменту времени. В качестве теплоносителя использовался водород. На рис. 3 представлены распределения интегральных характеристик потока: давление на левую границу поршня p_2 и скорость поршня u_2 (кривые 1, 2) в зависимости от его положения, характеризуемого координатой $x_2 = x_2(t)$. Сплошные линии — рекомбинирующий газ, штриховые — «замороженное» течение. Видно, что химические превращения спо-

собны оказывать заметное воздействие на газодинамическую картину течения. Так, рекомбинирующий газ имеет большее давление и создает условия для увеличения скорости поршня. Приращение скорости на участке $l = 0,7$ м за счет преобразования химической энергии в тепловую составляет 21 %, увеличение же давления на поршень на конечный момент времени — 250 %.

Некоторые результаты расчета осредненных характеристик турбулентности представлены на рис. 4, где a — среднеквадратичные пульсации поперечной компоненты скорости $\sqrt{\overline{v'^2}}/u_*$ на момент времени $t/t_0 = 3$, кривые 1–6 соответствуют $\sqrt{\overline{v'^2}}/u_* = 10; 2; 1; 0,6; 0,25; 0,05$; b — среднеквадратичные пульсации энтальпии $\sqrt{\overline{h'^2}}/h_*$ на момент времени $t/t_0 = 3$, линии 1–7 отвечают $\sqrt{\overline{h'^2}}/h_* = 8,5; 4; 3; 2; 1; 0,2; 0,048$. Видно (рис. 4, a), что зоны высоких значений $\sqrt{\overline{v'^2}}/u_*$ сосредоточены в запоршневой области и у боковой поверхности канала. Определяющим в механизме образования турбулентности в области стенок является наличие высоких градиентов осредненной скорости в этих зонах. Вклад диффузии в перенос турбулентности от стенок в ядро потока ввиду кратковременности процесса ограничен, а высокие значения ускорений частиц газа и отсутствие сдвига в приосевой части канала не способствуют образованию турбулентности в этой области. Результаты расчетов показывают, что максимум величины $\sqrt{\overline{v'^2}}/u_*$ (в зоне повышения интенсивности турбулентных пульсаций) в сечении канала $\xi/\xi_0 = 0,5$ на момент времени $t/t_0 = 3$ приблизительно в 3,5 раза больше соответствующего значения при стационарном движении газа на участке стабилизированного течения. Нижним индексом нуль здесь и ниже отмечаются характерные значения параметров ($t_0 = l_0^0/\sqrt{\gamma RT^0}$ — время процесса, ξ_0 — общая масса газа). Характер распределения интенсивности пульсаций энтальпии $\sigma_h = \sqrt{\overline{h'^2}}/h_*$ (рис. 4, b) является относительно более сложным. Последнее обусловлено взаимодействием теплового и гидродинамического полей. Однако зоны повышенной интенсивности пульсаций энтальпии, как и скорости, локализованы у поршня и у боковой поверхности канала.

На рис. 5, 6 линиями представлены результаты расчетов параметров теплового и динамического воздействия химически реагирующего потока на стенку канала по описанной выше модели. На рис. 5 приведена зависимость теплового потока q_w от безразмерного времени t/t_0 в сечении канала $x = -0,05$ м. Заметим, что при $t = 0$ движение поршня начинается из положения $x = 0$. Здесь и на рис. 6 точки 1 — расчет по соотношениям (15)–(18), 2 — по тем же соотношениям, но с $\tilde{c}_{p\text{eff}}/c_p = 1$. Видно, что распределение q_w в химически реагирующем течении существенно отличается от движения инертной среды [15] наличием характерных «ступенек». Последнее объясняется обострением в реагирующем потоке волновых эффектов из-за возможности преобразования тепловой энергии не только в механическую, но и в химическую, а также ввиду относительного снижения скорости звука.

Несмотря на свою консервативность, коэффициент сопротивления трения в настоящих условиях (рис. 6) оказывается более чувствительным к химическим превращениям. Однако можно добиться удовлетворительного согласия результатов вычислений, полученных на основе описанной модели и с использованием критериальных зависимостей для чисел Нуссельта и коэффициента сопротивления трения. Для этого в соотношения, справедливые для течения инертной среды [15], добавляются комплексы, содержащие $\tilde{c}_{p\text{eff}}/c_p$. Здесь под $\tilde{c}_{p\text{eff}}$ понимается средняя в интервале от T_w до \bar{T} эффективная теплоемкость, c_p — «замороженная» теплоемкость смеси газов. Как показывают вычисления, в случае течения диссоциирующей среды за ускоряющимся поршнем хорошим приближе-

нием являются аппроксимации

$$(15) \quad \zeta = 0,131 \operatorname{Re}^{-0,18} \left(\frac{\Theta}{T_w} \right)^{0,215} \left(\frac{\tilde{c}_{p \text{ eff}}}{c_p} \right)^{-0,35};$$

$$(16) \quad \operatorname{Nu} = 0,0162 \operatorname{Re}^{0,82} \operatorname{Pr}^{0,4} \left(\frac{\Theta}{T_w} \right)^{0,215} \left(\frac{\tilde{c}_{p \text{ eff}}}{c_p} \right)^{0,45};$$

$$(17) \quad \operatorname{Re} = D \bar{\rho} \bar{u} / \mu(\bar{T}), \quad \operatorname{Pr} = c_p \mu(\bar{T}) / \lambda(\bar{T}), \quad \Theta = \bar{T} + r_w \bar{u}^2 / (2c_p), \quad r_w = \sqrt[3]{\operatorname{Pr}};$$

$$(18) \quad \tau_w = (\zeta/8) \bar{\rho} \bar{u}^2, \quad q_w = \operatorname{Nu}(\Theta - T_w) \lambda(\bar{T}) / D.$$

Здесь ζ — коэффициент сопротивления трения; Nu , Pr — числа Нуссельта и Прандтля; Θ — температура торможения потока; r_w — коэффициент восстановления; $\bar{\rho}$, \bar{T} — средняя по сечению канала плотность газа и среднemasсовая температура потока; T_w — температура внутренней поверхности канала.

Таким образом, соотношения (15)–(18) могут с успехом применяться для расчета трения и теплоотдачи как при течении химически инертных, так и реагирующих газов за ускоряющимся поршнем в канале.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вильямс Ш. Течение вязкого сжимаемого и несжимаемого газа в узких каналах // РТК.— 1963.— № 1.
2. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа.— М.: Мир, 1966.
3. Анфимов Н. А. О некоторых эффектах, связанных с многокомпонентным характером газовой смеси // Изв. АН СССР. Сер. техн. наук. Механика и машиностроение.— 1963.— № 5.
4. Wilke G. R. A viscosity equation for gas mixtures // J. Chem. Phys.— 1950.— V. 18, N 4.
5. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Ф. Молекулярная теория газов и жидкостей.— М.: ИЛ, 1961.
6. Вилонов В. Н., Дик И. Г. О влиянии турбулентности на теплообмен, структуру и химическое реагирование в пламени // ФГВ.— 1977.— № 3.
7. Алексеев Б. В., Гришин А. М. Физическая газодинамика реагирующих сред.— М.: Высш. шк., 1986.
8. Щетников Е. С. Физика горения газов.— М.: Наука, 1965.
9. Васильев О. Ф., Квон В. И. Неустановившееся турбулентное течение в трубе // ПМТФ.— 1971.— № 6.
10. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. В., Секундов А. Н. Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтономности.— М.: Машиностроение, 1975.
11. Макени П. П., Петухов Б. С., Поляков А. Ф. Расчет турбулентного переноса импульса и тепла при течении в трубах несжимаемой жидкости и газа с переменными физическими свойствами // Вопросы конвективного и радиационно-кондуктивного теплообмена.— М.: Наука, 1980.
12. Бубенчиков А. М., Харламов С. Н. Теплообмен и трение при ускоренном движении жидкости в термическом начальном участке канала // Изв. АН БССР. Сер. физико-энергетических наук.— 1988.— № 1.
13. Ohmi M., Usui T., Tanaka O., Toyama M. Pressure and velocity distributions in pulsating turbulent pipe flow. 2 Experimental investigation // Bull. JSME.— 1976.— V. 19, N 134.
14. Бубенчиков А. М. Трение и теплообмен при неустановившемся турбулентном течении газа в канале // ЧМСС.— 1986.— Т. 17, № 5.
15. Бубенчиков А. М., Харламов С. Н. Трение и теплообмен при турбулентном течении газа за ускоряющимся поршнем // ПМТФ.— 1989.— № 5.
16. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow.— Wash., 1954.— (Rept/NACA; N 1175).
17. Tanimoto S., Hanratty T. I. Fluid temperature fluctuations accompanying turbulent heat transfer in a pipe // Chem. Eng. Sci.— 1963.— V. 18, N 5.

г. Томск

Поступила 26/II 1990 г.,
в окончательном варианте — 8/X 1990 г.