

УДК 621.43

## Численное моделирование динамики нестационарной жидкой струи

П.К. Сеначин<sup>1, 2</sup>, И.И. Кирюшин<sup>3</sup>, А.В. Самарин<sup>1</sup>, А.П. Сеначин<sup>1</sup>, С.А. Ульрих<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, Барнаул

<sup>2</sup>Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup>Барнаульский юридический институт

E-mail: senachinpk@mail.ru

Приведена простая математическая модель динамики нестационарной жидкой струи (НЖС), которая описывает впрыск дизельного топлива в дизеле, подаваемого под давлением в камеру сгорания. Предлагаемая модель описывает динамику НЖС как движение центра масс материальной точки переменной массы на основе законов механики Ньютона. При этом масса материальной точки складывается из массы жидкого топлива и вовлеченного в движение воздуха с учетом неравномерного распределения топлива и воздуха по длине НЖС. Численное моделирование, проведенное с привлечением новых экспериментальных данных, показывает удовлетворительную согласованность теоретических и экспериментальных результатов по динамике развития НЖС. Модель позволяет на основе численного моделирования оптимизировать динамику НЖС и процессов смесеобразования для конкретных размеров камеры сгорания дизеля.

**Ключевые слова:** дизель, форсунка (инжектор), нестационарная жидкая струя, математическая модель, численное моделирование.

### Введение

Работа дизеля тесно связана с процессами самовоспламенения и горения заряда, состоящего из нескольких одиночных нестационарных жидких струй (НЖС) дизельного топлива, впрыснутого под давлением в камеру сгорания. При распыливании этих струй в камере сгорания происходит процесс объемного смесеобразования (рис. 1 и 2). НЖС используются и в других практических приложениях, например, в специальных системах струйного импульсного охлаждения.

Процесс распыливания НЖС и объемного смесеобразования определяет экономические и экологические характеристики двигателя, является важнейшим этапом рабочего процесса, влияющим на задержку воспламенения топлива и последующее горение заряда. С конца прошлого века началось внедрение и широкое распространение систем топливоподачи повышенного давления типа Common Rail (общая магистраль) [1, 2], принцип работы которой основан на подаче топлива к форсункам от общего аккумулятора высокого давления — топливной рампой.

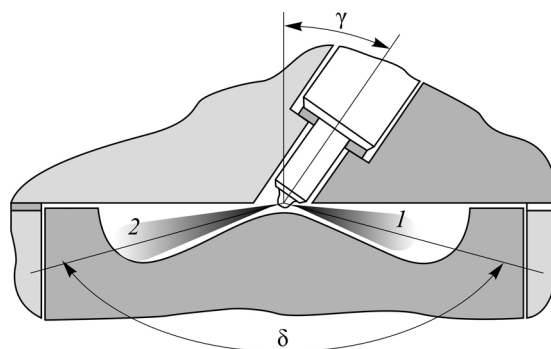


Рис. 1. Расположение топливной форсунки под углом  $\gamma$  в дизельном двигателе.

1 — НЖС во время развития, 2 — НЖС при максимальном размере,  $\delta$  — угол при вершине шатра из одиночных НЖС (взято из [27], рис. 1).

Проблемы смесеобразования в дизелях хорошо известны [3–6], однако они по-прежнему актуальны. При исследовании процессов смесеобразования обычно используются экспериментальные методы скоростной видеосъемки на специальных двигателях и безмоторных экспериментальных стендах [7–15].

Для расчета параметров топливных струй применяются различные эмпирические формулы [3–5, 16, 17]. Для дизелей, работающих с системами впрыска типа Common Rail, существующие в настоящее время эмпирические формулы, описывающие динамику НЖС, дают недостаточную точность или практически непригодны [17]. Численное моделирование по математическим моделям, близким к моделям [6], проводится с применением методов CFD (Computational Fluid Dynamic) [18–21]. Для двухфазных топливно-воздушных смесей эти методы в настоящее время недостаточно хорошо освоены и требуют больших затрат машинного времени.

В настоящей работе предлагается достаточно простая для численного моделирования математическая модель НЖС [22–24], которая адаптирована под новые экспериментальные данные [25–27].

### Описание конструкции камеры сгорания и модели системы смесеобразования

Для эффективной организации рабочего процесса дизеля при объемном смесеобразовании необходимо обеспечить согласование параметров впрыснутой под давлением НЖС с геометрическими параметрами камеры сгорания (рис. 1). Видно, что расположение топливной форсунки может быть как вдоль оси цилиндра, так и под углом  $\gamma$  к оси. При этом все НЖС (в количестве 4–8 штук) должны образовывать правильный шатер с углом при вершине  $\delta$ .

На рис. 2 в качестве примера приведены фотографии динамики впрыска топлива форсункой системы Common Rail в экспериментальную бомбу постоянного объема, сделанные скоростной видеокамерой в лаборатории Южно-Уральского государственного исследовательского университета на установке «Впрыск» [26].

В рассматриваемой работе дизельный факел представляется ансамблем одиночных НЖС. В соответствии с предлагаемой моделью, основанной на динамике материальной точки переменной массы, предполагается описание динамики одиночной НЖС до момента отрыва ее от сопла форсунки (окончания впрыска топлива) и отдельно после отрыва. Геометрически НЖС имеет вид усеченного конуса с неизменным углом при вершине  $2\beta$ , где  $\beta$  — угол раскрытия конуса. Вершина конуса располагается внутри

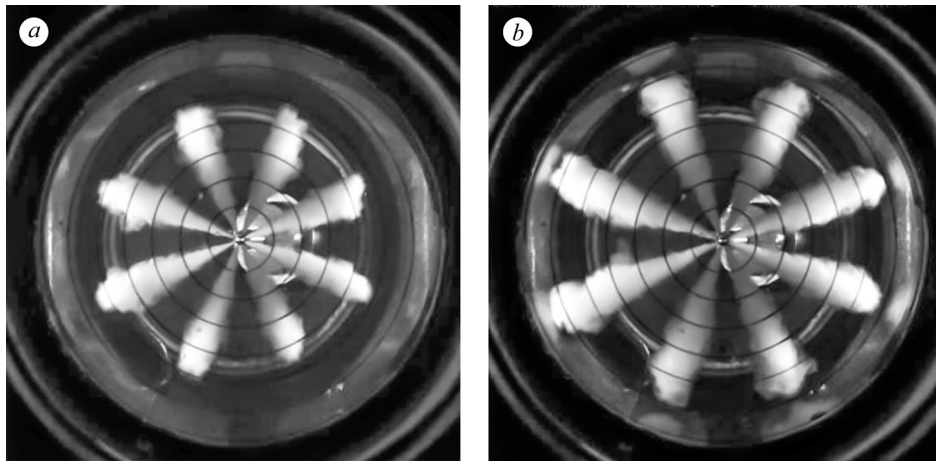


Рис. 2. Фотографии развития НЖС на экспериментальном стенде в различные моменты времени от начала впрыска топлива при продолжительности электрического импульса управления форсункой 1 мс и давлении в топливной рампе 130 МПа.

Моменты времени: 1,3 (а) и 1,8 (б) мс (взято из работы [26], вырезка из рис. 4).

соплового канала на глубине  $h = (d_0/2)/\operatorname{tg} \beta$ , а начало координат — на оси НЖС на срезе сопла (рис. 3). В работе [26] было установлено, что угол  $2\beta$  при вершине топливных струй при увеличении давления впрыска системы Common Rail (в топливной рампе) от 100 до 165 МПа уменьшается от  $20\text{--}22^\circ$  до  $17,5\text{--}18,5^\circ$ . Таким образом, НЖС, впрыснутая в рабочий объем, представляется изотермическим телом переменной массы — материальной точкой с текущей координатой  $Z$  (совпадающей с осью струи), движущейся с переменной скоростью  $W$  в результате импульса  $I_f$ , получаемого с впрыснутым форсункой топливом.

### Динамика НЖС до момента окончания впрыска топлива

Обозначим момент срабатывания электромагнитного клапана как  $t = 0$ , длительность электромагнитного импульса впрыска топлива форсункой (инжектором) —  $\tau_{\text{man.spr}}$ , задержку начала подачи топлива —  $\tau_{\text{del.beg}}$ , задержку окончания впрыска —  $\tau_{\text{del.end}}$ . Тогда реальная подача топлива через сопло форсунки в НЖС начинается при  $t = \tau_{\text{del.beg}}$  и заканчивается при  $t = \tau_{\text{man.spr}} + \tau_{\text{del.end}}$ . Следовательно, время подачи топлива через сопло составляет  $\tau_{\text{spr}} = \tau_{\text{man.spr}} + \tau_{\text{del.end}} - \tau_{\text{del.beg}}$ . Если для системы Common Rail на основании экспериментальных данных [25–27] записать среднее время названных выше периодов, то получим времена событий, приведенные в табл. 1.

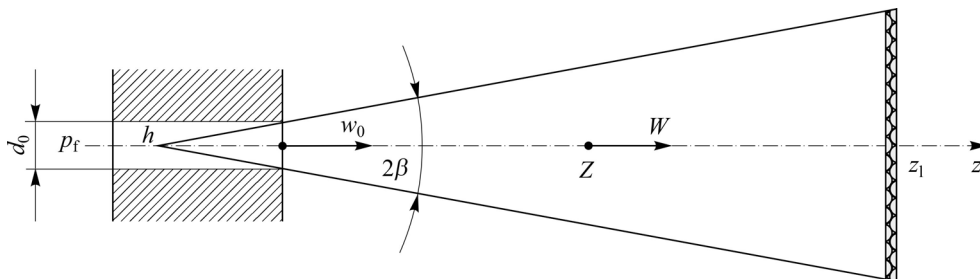


Рис. 3. Геометрическая модель одиночной НЖС дизеля.

Таблица 1

Времена событий подачи топлива через сопло [26]

Обозначение события	Длительность события, мс
$\tau_{\text{man.spr}}$ (длительность импульса)	1–3
$t_{\text{beg}} = \tau_{\text{del.beg}}$ (начало подачи топлива)	0,25–0,3
$\tau_{\text{del.end}}$ (задержка окончания подачи)	1
$\tau_{\text{spr}} = \tau_{\text{man.spr}} + \tau_{\text{del.end}} - \tau_{\text{del.beg}}$ (длительность подачи топлива)	1,7–3,7
$t_{\text{end}} = \tau_{\text{man.spr}} + \tau_{\text{del.end}}$ (окончание подачи топлива)	2–4

Объем  $V_f$  и масса жидкого топлива  $m_f$  в НЖС, а также текущий импульс системы  $I_f$  в моменты времени  $t_{\text{beg}} < t \leq t_{\text{end}}$  (или  $0 < \tau \leq \tau_{\text{spr}}$ ) определяются как

$$V_f = S_0 w_0 \tau, \quad (1)$$

$$m_f = \rho_f V_f = \rho_f S_0 w_0 \tau, \quad (2)$$

$$I_f = m_f w_0 = \rho_f S_0 w_0^2 \tau, \quad (3)$$

здесь  $S_0 = K_s \pi d_0^2 / 4$  — эффективное сечение сопла,  $K_s$  — коэффициент эффективного сечения,  $d_0$  — диаметр сопла,  $\rho_f$  — плотность топлива,  $w_0 = \sqrt{2(p_f - p) / \rho_f}$  — скорость струи на выходе из сопла,  $p_f = K_p p_{\text{ac}}$  и  $p$  — давление в сопле и наружное давление в камере сгорания соответственно,  $p_{\text{ac}}$  — давление в рампе аккумулятора,  $K_p$  — коэффициент эффективного давления.

Известно, что масса капель жидкого топлива распределяется по длине НЖС неравномерно, причем плотность массы на фронте НЖС при  $z = z_1$  максимальна, а при  $z = 0$  минимальна. Для временного интервала  $0 < \tau \leq \tau_{\text{spr}}$  примем следующую функцию плотности распределения массы топлива по длине струи:

$$\left( \frac{dm_f}{dz} \right)_{\tau} = \rho_f S_0 \left[ 1 + (n+1) \left( \frac{z}{z_1} \right)^n \left( \frac{w_0 \tau}{z_1} - 1 \right) \right], \quad (4)$$

здесь степенной параметр  $n$  предположительно заключен в пределах от 0,5 до 2, в настоящей работе полагаем  $n = 1$ . Согласно (2) приведенная функция нормирована [23, 24], то есть

$$m_f = \int_0^{z_1} \left( \frac{dm_f}{dz} \right)_{\tau} dz = \rho_f S_0 w_0 \tau.$$

Запишем уравнение для координаты центра масс  $Z$  НЖС, как общее уравнение механики:

$$mZ = m_f Z_f + m_{\text{air}} Z_{\text{air}}, \quad (5)$$

где  $m = m_f + m_{\text{air}}$  — общая масса НЖС,  $Z_f, Z_{\text{air}}$  — координаты центра масс капель жидкого топлива и вовлеченного в движение воздуха соответственно.

Координата центра масс жидкого топлива  $Z_f$  определяется интегралом

$$m_f Z_f = \int_0^{z_1} \left( \frac{dm_f}{dz} \right)_\tau z dz,$$

тогда для  $n = 1$ , с учетом (2) и (4), получим

$$Z_f = \frac{\rho_f S_0}{m_f} \int_0^{z_1} \left[ 1 + (n+1) \left( \frac{z}{z_1} \right)^n \left( \frac{w_0 \tau}{z_1} - 1 \right) \right] z dz = \frac{2z_1}{3} \left( 1 - \frac{z_1}{4w_0 \tau} \right). \quad (6)$$

Найдем координату центра масс вовлеченного в движение воздуха  $Z_{air}$ . Поскольку объем  $V$  НЖС определяется его геометрией, то объем  $V_{air}$  и масса  $m_{air}$  воздуха, с учетом (1) и (2), будут равны

$$V = \frac{S_0 h}{3} \left[ \left( 1 + \frac{z_1}{h} \right)^3 - 1 \right] = S_0 z_1 \left( 1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2} \right), \quad (7)$$

$$V_{air} = V - V_f, \quad m_{air} = \rho_{air} K_{air} V_{air},$$

$$m_{air} = \rho_{air} K_{air} S_0 \left[ z_1 \left( 1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2} \right) - w_0 \tau \right], \quad (8)$$

где  $K_{air}$  — массовая доля вовлеченного в движение воздуха от всего воздуха в НЖС.

Координата центра масс воздуха  $Z_{air}$  определяется интегралом

$$m_{air} Z_{air} = \int_0^{z_1} \left( \frac{dm_{air}}{dz} \right)_\tau z dz = \rho_{air} K_{air} \int_0^{z_1} \left[ \left( \frac{dV}{dz} \right) - \left( \frac{dV_f}{dz} \right)_\tau \right] z dz,$$

где производная  $(dV/dz)$  может быть найдена из (7). Последнее уравнение, с учетом (4), запишется в виде

$$Z_{air} = \frac{\rho_{air} K_{air} S_0 z_1^2}{m_{air}} \left[ \frac{2z_1}{3h} + \frac{z_1^2}{4h^2} - \frac{2}{3} \left( \frac{w_0 \tau}{z_1} - 1 \right) \right]. \quad (9)$$

Из (5)-(9) получим уравнение центра масс НЖС:

$$Z = \frac{z_1 \left[ \frac{1}{2} + \frac{2z_1}{3h} + \frac{z_1^2}{4h^2} + \frac{R_f - 1}{6} \left( \frac{4w_0 \tau}{z_1} - 1 \right) \right]}{1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2} + (R_f - 1) \frac{w_0 \tau}{z_1}}. \quad (10)$$

Уравнение (10) является трансцендентной функцией, из которой можно найти координату фронта  $z_1$  при известной координате центра масс  $Z$ . Решение обычно осуществляется методами дихотомии, что не очень удобно для численного моделирования, поэтому дифференцируем выражение (10) по времени и представим в виде

$$dz_1/dt = w_1, \quad w_1 = f_{t \leq t_{end}}(Z, W, z_1, t),$$

предварительно записав его как  $Z = A/B$ , то есть  $WB = A' - ZB'$ ,  $W = Z'$ .

В результате получим уравнение распространения НЖС (скорости фронта струи):

$$w_1 = \frac{W \left[ 1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2} + (R_f - 1) \frac{w_0 \tau}{z_1} \right] - w_0 \frac{R_f - 1}{3} \left( 2 - \frac{3Z}{z_1} \right)}{\left( 1 - \frac{Z}{z_1} \right) \left( 1 + \frac{z_1}{h} \right)^2 + \frac{R_f - 1}{3} \left( \frac{2w_0 \tau}{z_1} - 1 \right)}, \quad (11)$$

здесь  $R_f = \rho_f / (K_{\text{air}} \rho_{\text{air}})$  — реальное отношение плотностей,  $W$  — скорость центра масс.

Следует отметить, что уравнение (11) было получено в предположении отсутствия препятствия для развития НЖС (условие объемного смесеобразования). Если все-таки неодолимое препятствие в виде стенки камеры сгорания присутствует, то на подходе к ней НЖС будет резко тормозиться. За отсутствием удовлетворительной модели взаимодействия НЖС с препятствием поступим следующим образом. Будем домножать скорость фронта НЖС  $w_1$  на некоторую «функцию стенки», которая в начале процесса развития струи равна единице, а при подходе фронта струи к стенке достаточно быстро стремится к нулю. То есть искомая функция имеет вид

$$f_{\text{wall}} = 1 - \exp \left[ -K_{\text{wall}} \left( 1 - \frac{z_1}{z_{\text{wall}}} \right)^2 \right], \quad (12)$$

где  $K_{\text{wall}}$  — эмпирический коэффициент стенки,  $z_{\text{wall}}$  — известная координата стенки. Динамика НЖС как материальной точки переменной массы определяется производной текущего импульса (3), обусловленного поступлением жидкого топлива из сопла форсунки (полагаем, что диссипация импульса отсутствует — струя затопленная):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(mW) &= m \frac{dW}{dt} + W \frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho_f S_0 w_0^2 t) = \rho_f S_0 w_0^2, \\ \frac{dW}{dt} &= \frac{1}{m} \left( \rho_f S_0 w_0^2 - W \frac{dm}{dt} \right). \end{aligned}$$

Из последних соотношений с учетом (2) и (7) получим уравнение динамики (ускорения центра масс):

$$\frac{dW}{dt} = \frac{w_0 W \left[ 1 + R_f \left( \frac{w_0}{W} - 1 \right) - \frac{w_1}{w_0} \left( 1 + \frac{z_1}{h} \right)^2 \right]}{(R_f - 1) w_0 (t - t_{\text{beg}}) + z_1 \left( 1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2} \right)}. \quad (13)$$

Таким образом, математическая модель впрыска топлива до момента окончания впрыска ( $t \leq t_{\text{end}}$ ) помимо соотношений (11) и (13) включает уравнения координаты центра масс

$$dZ/dt = W, \quad (14)$$

и координаты фронта струи

$$dz_1/dt = w_1. \quad (15)$$

### Динамика НЖС после окончания впрыска топлива

Определим систему уравнений после момента окончания впрыска топлива ( $t > t_{\text{end}}$ ). Объем  $V_f$  и масса  $m_f$  топлива, а также импульс  $I_f$  НЖС при  $t > t_{\text{end}}$  записываются в виде

$$V_f = S_0 w_0 \tau_{\text{spr}}, \quad (16)$$

$$m_f = \rho_f V_f = \rho_f S_0 w_0 \tau_{\text{spr}}, \quad (17)$$

$$I_f = m_f w_0 = \rho_f S_0 w_0^2 \tau_{\text{spr}}, \quad (18)$$

где  $\tau_{\text{spr}}$  — длительность подачи топлива.

Текущий объем  $V$  НЖС определяется геометрией:

$$\frac{V}{S_0} = \frac{h}{3} \left[ \left(1 + \frac{z_1}{h}\right)^3 - \left(1 + \frac{z_2}{h}\right)^3 \right] = z_1 \left(1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2}\right) - z_2 \left(1 + \frac{z_2}{h} + \frac{z_2^2}{3h^2}\right), \quad (19)$$

где  $z_1, z_2$  — координаты передней и задней границы НЖС соответственно.

С учетом (15) и (18) объем  $V_{\text{air}}$  и масса  $m_{\text{air}}$  воздуха в НЖС запишутся как

$$V_{\text{air}} = V - V_f = V - S_0 w_0 \tau_{\text{spr}}, \quad m_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} K_{\text{air}} V_{\text{air}}, \quad (20)$$

где объем воздуха  $V_{\text{air}}$  находится по формуле

$$V_{\text{air}} = S_0 \left[ z_1 \left(1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2}\right) - z_2 \left(1 + \frac{z_2}{h} + \frac{z_2^2}{3h^2}\right) - w_0 \tau_{\text{spr}} \right], \quad (21)$$

Тогда, с учетом (17), (20) и (21), полную массу НЖС можно записать как

$$m = m_f + m_{\text{air}} = \rho_f S_0 w_0 \tau_{\text{spr}} + \rho_{\text{air}} K_{\text{air}} S_0 \times \\ \times \left[ z_1 \left(1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2}\right) - z_2 \left(1 + \frac{z_2}{h} + \frac{z_2^2}{3h^2}\right) - w_0 \tau_{\text{spr}} \right]. \quad (22)$$

По аналогии с распределением (4) примем следующую функцию плотности распределения массы топлива по длине НЖС:

$$\left( \frac{dm_f}{dz} \right)_{t > t_{\text{end}}} = \rho_f S_0 \left[ 1 + (n+1) \left( \frac{z - z_2}{z_1 - z_2} \right)^n \left( \frac{w_0 \tau_{\text{spr}}}{z_1 - z_2} - 1 \right) \right]. \quad (23)$$

Интеграл от этой функции равен массе топлива в НЖС

$$m_f = \int_0^{z_1} \left( \frac{dm_f}{dz} \right)_t dz = \rho_f S_0 w_0 \tau_{\text{spr}}.$$

Координата центра масс топлива  $Z_f$  определяется интегралом

$$m_f Z_f = \int_{z_2}^{z_1} \left( \frac{dm_f}{dz} \right)_{t > t_{\text{end}}} z dz,$$

тогда, с учетом (17) и (23), интеграл и его решение для  $n = 1$  запишутся в виде

$$Z_f = \frac{\rho_f S_0}{m_f} \int_{z_2}^{z_1} z dz \left[ 1 + (n+1) \left( \frac{z - z_2}{z_1 - z_2} \right)^n \left( \frac{w_0 \tau_{\text{spr}}}{z_1 - z_2} - 1 \right) \right], \\ Z_f = \frac{z_1^2 - z_2^2}{2w_0 \tau_{\text{spr}}} + \frac{2z_1 + z_2}{3} \left( 1 - \frac{z_1 - z_2}{w_0 \tau_{\text{spr}}} \right) = \frac{2z_1 + z_2}{3} - \frac{(z_1 - z_2)^2}{6w_0 \tau_{\text{spr}}}. \quad (24)$$

Координата центра масс воздуха  $Z_{\text{air}}$  определяется интегралом

$$m_{\text{air}} Z_{\text{air}} = \int_{z_2}^{z_1} \left( \frac{dm_{\text{air}}}{dz} \right)_{t>t_{\text{end}}} dz,$$

таким образом, с учетом (20), получим

$$m_{\text{air}} Z_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} K_{\text{air}} \int_{z_2}^{z_1} z dz \left[ \left( \frac{dV}{dz} \right) - \left( \frac{dV_f}{dz} \right)_{t>t_{\text{end}}} \right]. \quad (25)$$

В последнем выражении производные объема НЖС и объема впрыскиваемого топлива определены как

$$\left( \frac{dV}{dz} \right) = S_0 \left( 1 + \frac{z}{h} \right)^2, \quad \left( \frac{dV_f}{dz} \right)_{t>t_{\text{end}}} = \frac{1}{\rho_f} \left( \frac{dm_f}{dz} \right)_{t>t_{\text{end}}}.$$

С учетом этого из (25) получим интеграл

$$m_{\text{air}} Z_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} K_{\text{air}} S_0 \int_{z_2}^{z_1} z dz \left[ \left( 1 + \frac{z}{h} \right)^2 - \left( 1 + (n+1) \left( \frac{z-z_2}{z_1-z_2} \right)^n \left( \frac{w_0 \tau_{\text{spr}}}{z_1-z_2} - 1 \right) \right) \right],$$

решение которого для  $n = 1$  запишется в виде

$$Z_{\text{air}} = \frac{\rho_{\text{air}} K_{\text{air}} S_0}{m_{\text{air}}} \left[ \frac{2}{3h} (z_1^3 - z_2^3) + \frac{1}{4h^2} (z_1^4 - z_2^4) - \frac{2z_1 + z_2}{3} (w_0 \tau_{\text{spr}} - z_1 + z_2) \right]. \quad (26)$$

На основании уравнения центра масс (5) и соотношений (17), (20), (21), (24) и (26) для  $n = 1$  запишем формулу для координаты  $Z$  центра масс НЖС:

$$Z = \frac{z_1^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{2z_1}{3h} + \frac{z_1^2}{4h^2} \right) - z_2^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{2z_2}{3h} + \frac{z_2^2}{4h^2} \right)}{z_1 \left( 1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2} \right) - z_2 \left( 1 + \frac{z_2}{h} + \frac{z_2^2}{3h^2} \right) + (R_f - 1) w_0 \tau_{\text{spr}}} + \frac{\frac{R_f - 1}{3} (w_0 \tau_{\text{spr}} (2z_1 + z_2)) - \frac{(z_1 - z_2)^2}{2}}{z_1 \left( 1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2} \right) - z_2 \left( 1 + \frac{z_2}{h} + \frac{z_2^2}{3h^2} \right) + (R_f - 1) w_0 \tau_{\text{spr}}}, \quad (27)$$

где  $R_f = \rho_f / (\rho_{\text{air}} K_{\text{air}})$  — эффективное отношение плотностей.

Трансцендентное уравнение (27) целесообразно представить в форме производной  $dz_1/dt = w_1$ ,  $w_1 = f_{t>\tau}(Z, W, w_2, z_1, z_2, t)$ , записав его в виде  $Z = A/B$ , то есть  $WB = A' - ZB'$ ,  $W = Z'$ ,  $w_2 = z_2'$ . Дополнительно к этому, без большого ущерба для точности модели, положим, что скорость задней границы струи после отрыва от сопла (после прекращения подачи топлива) равна скорости центра масс, то есть  $w_2 = W$ . В результате получим уравнение распространения НЖС (скорости фронта струи) в виде



$$w_1 = \frac{W \left[ z_1 \left( 1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2} \right) - z_2 \left( 1 + \frac{z_2}{h} + \frac{z_2^2}{3h^2} \right) \right]}{(z_1 - Z) \left( 1 + \frac{z_1}{h} \right)^2 + \frac{R_f - 1}{3} (2w_0 \tau_{\text{spr}} - z_1 + z_2)} - \frac{W \left[ (Z - z_2) \left( 1 + \frac{z_2}{h} \right)^2 + \frac{R_f - 1}{3} (2w_0 \tau_{\text{spr}} - z_1 + z_2) \right]}{(z_1 - Z) \left( 1 + \frac{z_1}{h} \right)^2 + \frac{R_f - 1}{3} (2w_0 \tau_{\text{spr}} - z_1 + z_2)}. \quad (28)$$

Динамика НЖС как материальной точки переменной массы определяется производной текущего импульса

$$\frac{d}{dt}(mW) = m \frac{dW}{dt} + W \frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho_f S_0 w_0^2 \tau_{\text{spr}}) = 0,$$

откуда имеем уравнение (диссипация импульса отсутствует, т.к. струя затопленная)

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{m} \left( -W \frac{dm}{dt} \right). \quad (29)$$

Однако следует иметь в виду, что в уравнении (29) не учтен тот факт, что вслед за НЖС в рассматриваемый конус (рис. 3) втягивается шлейф окружающего воздуха, который движется со скоростью порядка средней скорости НЖС. Этот дополнительный воздух необходимо учесть в уравнении динамики центра масс НЖС следующим образом:

$$m^* = m_f + m_{\text{air}}^* = \rho_f S_0 w_0 \tau_{\text{spr}} + \rho_{\text{air}} K_{\text{air}} S_0 \left[ z_1 \left( 1 + \frac{z_1}{h} + \frac{z_1^2}{3h^2} \right) - w_0 \tau_{\text{spr}} \right]. \quad (30)$$

Из уравнения (30) для производной массы НЖС имеем

$$dm/dt = \rho_{\text{air}} K_{\text{air}} S_0 w_1 \left( 1 + z_1/h \right)^2. \quad (31)$$

С учетом (30) и (31) из (29) получим уравнение динамики НЖС (ускорения центра масс)

$$\frac{dW}{dt} = \frac{-W w_1 \left( 1 + z_1/h \right)^2}{(R_f - 1) w_0 \tau_{\text{spr}} + z_1 \left( 1 + z_1/h + z_1^2/(3h^2) \right)}. \quad (32)$$

Таким образом, после момента окончания впрыска жидкого топлива форсункой ( $t > t_{\text{end}}$ ) математическая модель динамики НЖС дизеля помимо (28) и (32) включает следующие уравнения:

— координаты центра масс

$$dZ/dt = W, \quad (33)$$

— координаты фронта НТС

$$dz_1/dt = w_1, \quad (34)$$

— координаты задней границы

$$dz_2/dt = w_2, \quad (35)$$

— скорости задней границы

$$w_2 = W. \quad (36)$$

Предложенная математическая модель НЖС, описываемая до момента окончания впрыска жидкого топлива форсункой ( $t \leq t_{\text{end}}$ ) уравнениями (11)–(15) и после момента

окончания впрыска ( $t > t_{\text{end}}$ ) уравнениями (28), (32)–(36), решается путем численного интегрирования, например, методом Рунге–Кутты 4-го порядка по собственной программе.

### Численное моделирование динамики НЖС

В качестве иллюстрации приведем расчетные динамические характеристики НЖС при ее впрыске в среду с противодавлением при различных значениях параметров процесса. В данной работе численное моделирование проводилось на основе экспериментальных данных, полученных в лаборатории ЮУрГУ (Челябинск) на безмоторном стенде «Впрыск» на основе бомбы постоянного объема (БПО), с установленными штатными форсунками системы топливоподачи «Common Rail» [25–27].

На рис. 4–6 приведены результаты численного моделирования динамики НЖС дизеля применительно к экспериментальным данным [27] с длительностью электрического импульса управления клапаном форсунки (инжектора) 1,5 мс при давлении впрыска (в рампе аккумулятора) 100, 130 и 165 МПа и постоянном противодавлении в БПО, равном 3 МПа.

Экспериментальные данные [27] на рис. 4 для сопла 1 (светлые символы) и сопла 2 (темные символы) соответствуют почти постоянной скорости струи. Эта скорость составляет соответственно 40 и 30 м/с в районе сопла, а на расстоянии 60 мм от сопла средняя скорость струи составляет соответственно 30 и 27 м/с. Численное моделирование НЖС показывает неравномерность продвижения фронта струи (сопло 1, линия 1) и (сопло 2, линия 2). Скорость струи падает с увеличением расстояния от сопла. Мгновенная скорость фронта струи у сопла при моделируемых параметрах струи составляет соответственно 278 м/с (сопло 1, точка 5) и 310 м/с (сопло 2, точка 6), а затем стремительно падает (линия 4), и на расстоянии 60 мм от сопла она составляет соответственно 25 м/с (сопло 1, линия 1) и 23,3 м/с (сопло 2, линия 2).

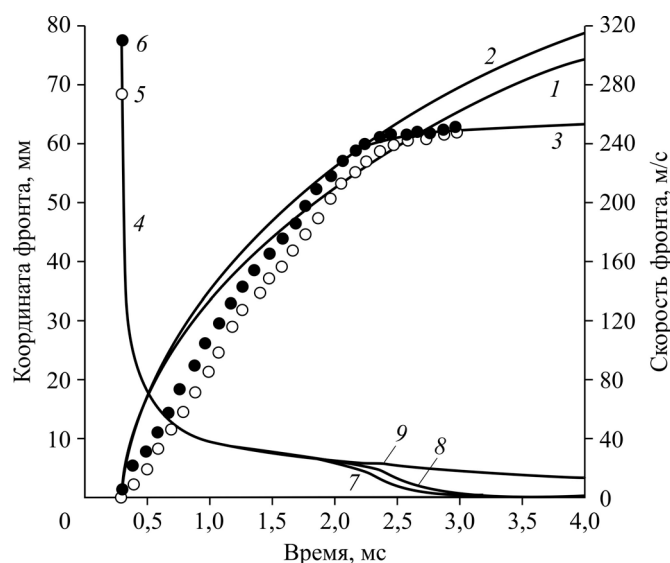


Рис. 4. Результаты численного моделирования динамики НЖС при давлении впрыска 100 МПа по экспериментальным данным [27] для одной форсунки с различными соплами.

- 1 — траектория фронта струи (сопло 1) в свободном пространстве, 2 — траектория фронта струи (сопло 2) в свободном пространстве, 3 — траектории фронта струи у стенки (сопло 1 и 2),  
 4 — линии скорости струи (сопло 1 и 2), 5 — начальная скорость струи (сопло 1),  
 6 — начальная скорость струи (сопло 2), 7 — снижение скорости струи у стенки (сопло 1),  
 8 — снижение скорости струи у стенки (сопло 2),  
 9 — скачок производной скорости струй в момент окончания подачи;  
 светлые и темные символы — экспериментальные траектории для сопел 1 и 2 соответственно,  
 сплошные линии — теоретические результаты.

Данные авторов работы [14] о том, что скорость фронта струи составляет 150–250 м/с после 0,6–0,7 мс от старта струи, не соответствует действительности (рис. 4). Эти скорости, согласно численному моделированию, соответствуют временам в районе старта струи (рис. 4). Утверждение других исследователей о том, что скорость фронта струи составляет 35–50 м/с после 0,5 мс от старта [26], дают более правильную экспериментальную оценку (рис. 4).

На рис. 4 отчетливо видно наличие стенки (камеры сгорания) на расстоянии порядка 63–65 мм от сопла (здесь траектории сливаются в линии). Влияние стенки в модели учтено «функцией стенки» (11). Заметно, что при наличии стенки фронт струи тормозится (рис. 4, линия 3). При этом скорость центра масс НЖС практически не изменяется. Влияние стенки сказывается уже на расстоянии 57 мм, а на расстоянии 59 мм скорость снижается от 21,3 м/с для струи в свободном пространстве (сопло 1, линия 7) до 15,3 м/с и, соответственно, от 24 м/с (сопло 2, линия 8) до 17,5 м/с. Далее у стенки скорость падает практически до нуля. На рис. 4 также виден скачок (в виде излома) производной скорости фронта струй в момент окончания впрыска топлива (точка 9), хотя на линиях траектории струй (1 и 2) этого эффекта не заметно.

Обработка экспериментальных данных, приведенных на рис. 4, проводилась при изменении целого ряда моделируемых параметров НЖС. К этим параметрам относятся три основных коэффициента:  $K_s$  — коэффициент эффективного сечения сопла,  $K_p$  — коэффициент эффективного давления (системы Common Rail),  $K_{air}$  — доля вовлеченного в движение воздуха от всего воздуха в НЖС. В табл. 2 приведены значения моделируемых параметров струи (коэффициентов  $K_s$ ,  $K_p$  и  $K_{air}$ ) и начальной скорости НЖС для вариантов расчетов, приведенных на рис. 4–6.

Численное моделирование динамики НЖС при наличии трех основных варьируемых коэффициентов ( $K_s$ ,  $K_p$  и  $K_{air}$ ) представляется задачей достаточно проблематичной. Однако если учесть, что динамика НЖС как материальной точки переменной массы определяется, согласно (3), текущим импульсом, то можно заметить, что коэффициент  $K_s$  пропорционален коэффициенту  $K_p$ , то есть

$$I_f = m_f w_0 = \rho_f S_0 w_0^2 \tau = \left( \pi d_0^2 \tau / 2 \right) K_s (K_p p_{ac} - p) \cong \left( \pi d_0^2 \tau / 2 \right) K_s K_p p_{ac},$$

Таблица 2

Значения моделируемых параметров (коэффициентов) и начальной скорости НЖС

Номер рисунка	Давление впрыска, МПа	Начальная скорость струи, м/с	Значения параметров		
			$K_s$	$K_p$	$K_{air}$
4 (светлые символы)	100	278	0,7	0,35	0,7
4 (темные символы)	100	310	0,7	0,43	0,7
5а (темные символы — сопло 1)	100	235	1	0,26	1
5а (светлые символы — сопло 2)	100	264	1	0,32	1
5b (символы — усредненные координаты)	130	272	1	0,26	1
5с (символы — усредненные координаты)	165	290	1	0,23	1
6а (общая траектория)	100	282	1	0,36	1
6b (общая траектория)	130	309	1	0,33	1
6с (общая траектория)	165	329	1	0,29	1
6с (вариант 2, теория)	165	313	1	0,265	0,9
6с (вариант 3, теория)	165	293	1	0,235	0,8
6с (вариант 4, теория)	165	276	1	0,21	0,7
6с (вариант 5, теория)	165	253	1	0,18	0,6
Замечание.					
Если в первых строках таблицы положить $K_s = 1$ , то значения параметра эффективного давления $K_p$ будут равны 0,245 и 0,30. Последние четыре строки отображают варианты расчетов при вариации параметра $K_{air}$ .					

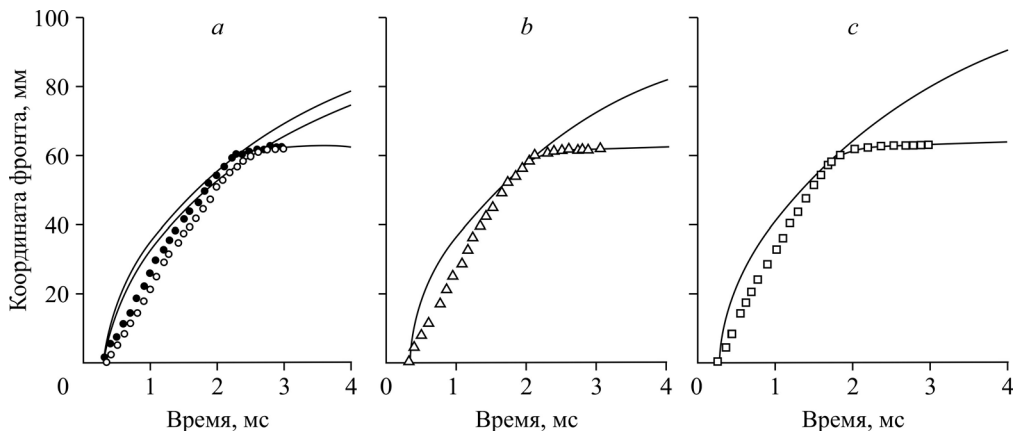


Рис. 5. Результаты численного моделирования динамики НЖС при давлениях впрыска 100 (а), 130 (б) и 165 (с) МПа по экспериментальным данным [27]. Символы — экспериментальные данные [27], сплошные линии — теоретические результаты, горизонтальные линии — траектории у стенки.

где  $K_p p_{ac} = p_f$ ,  $p$  — давление в сопле и наружное давление в камере сгорания,  $p_{ac}$  — давление в рампе аккумулятора. Здесь учтено, что  $K_p p_{ac} \gg p$ .

Теперь коэффициент  $K_{p\Sigma} = K_s K_p$  учитывает все потери давления впрыска (включая потери на уменьшение сечения соплового канала из-за наличия турбулентной вязкости топлива). Что касается коэффициента  $K_{air}$ , то по предварительным оценкам его численные значения лежат в пределах от 0,6 до 1. Таким образом, при наличии двух варьируемых коэффициентов — одного основного ( $K_{p\Sigma}$ , который, по-прежнему, с учетом  $K_s = 1$ , будем обозначать как  $K_p$ ) и одного вспомогательного ( $K_{air}$ ) — численное моделирование динамики НЖС является задачей вполне решаемой. Остается только оценить влияние коэффициента  $K_{air}$  на численные значения коэффициента  $K_p$ .

На рис. 5 приведены результаты численного моделирования динамики НЖС применительно к экспериментальным данным [27]. Эти данные авторы полагают весьма достоверными и помещают в конце указанной статьи. Обращает на себя внимание, что авторы работы [27], может быть непроизвольно, стремятся к линеаризации траектории струи на начальном участке (рис. 5а–5с). Согласно численным расчетам, это не соответствует действительности. Теоретические данные, изображенные сплошными линиями на рис. 5, демонстрируют выпуклый характер траектории координаты фронта струи от времени, примерно соответствующий параболе степени  $a$  (где  $a < 1$ ).

На рис. 5а экспериментальные данные, которым соответствуют светлые и темные символы, относятся к разным соплам одной форсунки (инжектора) при давлении впрыска 100 МПа. Видно, что расчетные траектории показывают близкую динамику НЖС для различных сопловых каналов.

На рис. 5б экспериментальные точки, соответствующие давлению впрыска 130 МПа от двух сопел одной форсунки (инжектора), в виду их близости попарно объединены и показаны светлыми треугольниками. Также видно, что расчетная траектория совпадает с экспериментальной только на узком участке в районе подхода струи к стенке камеры сгорания. Здесь же показана траектория струи в свободном пространстве (на рис. 4 — это траектории 1 и 2).

На рис. 5с экспериментальные символы, соответствующие давлению впрыска 165 МПа от двух сопел одной форсунки (инжектора), ввиду их близости также попарно объединены и показаны светлыми квадратами. Также видно, что расчетная траектория

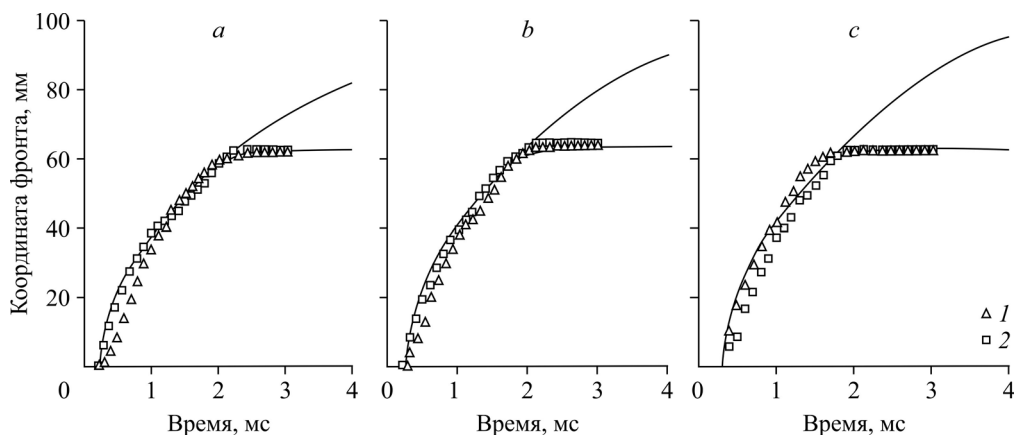


Рис. 6. Результаты численного моделирования динамики НЖС при давлениях впрыска 100 (а), 130 (b) и 165 (с) МПа по экспериментальным данным [27].

1, 2 — экспериментальные данные [27] для сопел 1 и 2 соответственно, сплошные линии — общие теоретические траектории (для сопла 1 и сопла 2), горизонтальные линии — траектории у стенки (для сопла 1 и сопла 2).

совпадает с экспериментальной только на узком участке в районе подхода струи к стенке камеры сгорания. Здесь же приведена траектория струи в свободном пространстве.

Следует еще раз отметить, что особенность показанных на рис. 5 экспериментальных данных состоит в том, что начальные траектории струи представляют линейную зависимость координаты фронта от времени. Отнесем это на несовершенство экспериментальной методики определения координат на начальном участке. В то же время часть приведенных в работе [27] экспериментальных данных гораздо лучше соответствуют теоретическим результатам. Эти экспериментальные данные приведены на рис. 6а для давления впрыска 100 МПа, на рис. 6b — для давления впрыска 130 МПа и на рис. 6с — для давления впрыска 165 МПа. Видно, что экспериментальные и теоретические результаты вполне удовлетворительно согласуются на всем протяжении траектории фронта струи. Из рис. 6 видно также, что координата фронта НЖС в свободном пространстве для данного момента времени растет с увеличением давления впрыска.

Внизу табл. 2 приведены варианты расчетов динамики НЖС при изменении коэффициента  $K_{\text{air}}$  и влияние последнего на величину коэффициента  $K_p$  (при условии  $K_s = 1$ ) применительно к экспериментальным данным рис. 6с. Обработка пяти последних вариантов расчетов в табл. 2 дает следующую линию тренда:  $K_p = 0,275K_{\text{air}} + 0,016$ .

Если принять коэффициент вовлечения воздуха НЖС в движение, равным  $K_{\text{air}} = 0,8$ , то на интервале  $K_{\text{air}}$  от 0,6 до 1 ошибка вариации коэффициента  $K_p$  оказывается менее 23 %, а на интервале  $K_{\text{air}}$  от 0,7 до 0,9 она будет менее 13 %. Разброс начальной скорости струи  $w_0$  от среднего значения в первом варианте составляет менее 14 %, а во втором — менее 7 %.

Таким образом, моделирование струи одним параметром  $K_p$  при фиксированных значениях параметров  $K_s = 1$  и  $K_{\text{air}} = 0,8$  является вполне приемлемым для предварительных расчетов динамики НЖС и оценок геометрических размеров камеры сгорания дизеля.

### Заключение и выводы

Как показывает сопоставление теоретических и экспериментальных результатов, динамика НЖС дизеля, образованной отдельными соплами форсунки (инжектора) современной аккумуляторной системы топливоподачи высокого давления типа Common

Rail, вполне корректно описывается законами механики Ньютона (уравнениями центра масс и сохранения импульса). Численное моделирование, основанное на теоретической модели движения центра масс НЖС как материальной точки переменной массы, удовлетворительно соответствует достаточно надежным экспериментальным данным. Зависимость координаты фронта НЖС дизеля от времени близка к параболе степени  $a$  (где  $a < 1$ ). Начальная скорость струи при давлениях впрыска от 100 до 165 МПа составляет от 230 до 330 м/с, а при времени впрыска от начала подачи электрического импульса управления форсункой (инжектором) более 2 мс скорость фронта составляет менее 30 м/с.

В рассматриваемую задачу входят три основных варьируемых параметра (коэффициент эффективного сечения  $K_S$  сопла, коэффициент эффективного давления  $K_P$  аккумуляторной системы впрыска и коэффициент вовлечения  $K_{air}$  воздуха НЖС в движение). Сопоставление результатов численного моделирования с надежными экспериментальными данными показывает, что без ущерба для точности моделирование динамики возможно путем вариации только одного параметра  $K_P$  при фиксации параметров  $K_S = 1$  и  $K_{air} = 0,8$ .

Анализ результатов исследования показывает достаточно низкую эффективность системы впрыска топлива типа Common Rail в смысле преобразования энергии сжатого под высоким давлением топлива в энергию НЖС. Коэффициент эффективного давления (как отношение эффективного давления в канале сопла к давлению в рампе аккумулятора) при моделируемых давлениях впрыска от 100 до 165 МПа составляет от 23 до 36 % (при учете полного вовлечения воздуха в струе в движение). А при давлении впрыска 165 МПа он составляет 21–27 % (при коэффициенте вовлечения воздуха от 0,7 до 0,9). Современные аккумуляторные системы впрыска типа Common Rail, работающие с давлением впрыска до 200 МПа, достигли пределов совершенствования. Новых успехов в диспергировании дизельного топлива можно ожидать при давлениях впрыска 300–400 МПа, когда начальная скорость топливной струи превысит скорость звука в объеме камеры сгорания.

Численное моделирование на персональных ЭВМ динамики НЖС дизеля на основе разработанной математической модели отличаются простотой и оперативностью. Данная теоретическая модель НЖС дизеля может быть усовершенствована при наличии дополнительных надежных экспериментальных данных. Представленная в работе математическая модель позволяет на основе численного моделирования оптимизировать динамику НЖС и процессов смесеобразования для дизелей с конкретной геометрией камеры сгорания.

### Список литературы

1. Brücker E. Die Entwicklung des Common-Rail-Einspritzsystems für die Baureihe 4000 // MTZ Sonderausgabe. 1997. S. 44–48.
2. Klingmarm V.R., Brüggermann H. Der neue Vierzylinder-Diesel motor OM611 mit Common-Rail-Einspritzung // MTZ. 1977. No. 12. S. 760–767.
3. Лышевский А.С. Процессы распыливания топлива дизельными форсунками. М.: Машгиз. ГНТИМЛ, 1963. 180 с.
4. Свиридов Ю.В. Смесеобразование и сгорание в дизелях. Ленинград: Машиностроение, 1972. 224 с.
5. Кутовой В.А. Впрыск топлива в дизеля. М.: Машиностроение, 1981. 119 с.
6. Лебедев О.Н., Чирков С.Н. Теоретические основы процесса смесеобразования в дизелях. Новосибирск: Изд-во НГАСУ, 1999. 370 с.
7. Payri R., Bracho G., Marti-Aldaravi P., Viera A. Near field visualization of diesel spray for different nozzle inclination angles in non-vaporizing conditions // Atomization and Sprays. 2017. Vol. 27, No. 3. P. 251–267.
8. Herfatmanesh M.R., Lu P., Attar M.A., Zhao H. Experimental investigation into the effects of two-stage injection on fuel injection quantity, combustion and emissions in a high-speed optical common rail diesel engine // Fuel. 2013. Vol. 109. P. 137–147.
9. Payri R., Salvador F.J., Bracho G., Viera A. Differences between single and double-pass schlieren imaging on diesel vapor spray characteristics // Appl. Therm. Eng. 2017. Vol. 125. P. 220–231.

10. Wang Z., Xu H., Jiang C., Wyszynski M.L.W. Experimental study on microscopic and macroscopic characteristics of diesel spray with split injection // *Fuel*. 2016. Vol. 174. P. 140–152.
11. Payri R., Salvador F.J., Bracho G., Viera A. Vapor phase penetration measurements with both single and double-pass Schlieren for the same injection event // In Proceedings of the ILASS-Europe 2017 28th Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, Valencia, Spain, 6–8 September 2017 / Eds. Payri R., Margot X. Editorial Universitat Politecnica de Valencia: Valencia, Spain, 2017. 8 p.
12. Payri R., Viera J.P., Gopalakrishnan V., Szymkowicz P.G. The effect of nozzle geometry over internal flow and spray formation for three different fuels // *Fuel*. 2016. Vol. 183. P. 20–33.
13. Algayyim S.J.M., Wandel A.P., Yusaf T. The impact of injector hole diameter on spray behaviour for butanol-diesel blends // *Energies*. 2018. Vol. 11, Iss. 5, 1298. 12 p.
14. Eagle E.W., Morris S.B., Wooldridge M.S. High-speed imaging of transient diesel spray behavior during high pressure injection of a multi-hole fuel injector // *Fuel*. 2014. Vol. 116. P. 299–309.
15. Payri R., Gimeno J., Bracho G., Vaquerizo D. Study of liquid and vapor phase behavior on diesel sprays for heavy duty engine nozzles // *Appl. Therm. Eng.* 2016. Vol. 107. P. 365–378.
16. Крупский М.Г., Рудаков В.Ю. Расчет геометрических параметров струи топлива при впрыске в камеру сгорания дизеля // *Двигателестроение*. 2008. № 1. С. 24–25.
17. Кавтарадзе Р.З. Теория поршневых двигателей. Специальные главы: Учебник для вузов. М.: Изд-во МВТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 720 с.
18. Xue F., Luo F., Cui H., Moro A., Zhou L. Numerical analyses of transient flow characteristics within each nozzle hole of an asymmetric diesel injector // *Inter. J. Heat Mass Transf.* 2017. Vol. 104. P. 18–27.
19. Salvador F.J., Jaramillo D., Romero J.-V., Rosello M.-D. Using a homogeneous equilibrium model for the study of the inner nozzle flow and cavitation pattern in convergent-divergent nozzles of diesel injectors. // *J. Comput. Appl. Math.* 2017. Vol. 309. P. 630–641.
20. Hansen H., Jollet S., Niemeyer D., Thimm L., Dinkelacker F. Influence of the spray hole geometries on cavitation formation inside diesel injector nozzles // In Proceedings of the 2nd Conference on Engine Processes, Berlin, Germany, 2–3 July 2015 / Eds. Sens M., Baar R. Universitätsverlag der TU Berlin: Berlin, Germany, 2015. P. 158–168.
21. Salvador F.J., Carreres M., Jaramillo D., Martinez-Lopez J. Analysis of the combined effect of hydrogrinding process and inclination angle on hydraulic performance of diesel injection nozzles // *Energy Convers. Manag.* 2015. Vol. 105. P. 1352–1365.
22. Сеначин П.К., Ульрих С.А., Чертищев В.В. Моделирование геометрических и динамических параметров топливной струи при впрыске в камеру сгорания дизеля на основе эксперимента в бомбе // *Изв. Волгоградского гос.-техн. ун-та: межвуз. сб. науч. ст. № 12 (115). Сер. Процессы преобразования энергии и энергетические установки. Волгоград, ВолгГТУ. 2013, вып. 5. С. 64–67.*
23. Самарин А.В., Ульрих С.А., Яковлев С.В., Сеначин П.К. Моделирование динамики нестационарной распыленной струи в ограниченном объеме // *Ползуновский вестник*. 2016. Т. 2, № 4. С. 143–148.
24. Самарин А.В., Кулманаков С.П., Яковлев С.В., Сеначин П.К. Динамика распыленной струи дизеля // *Ползуновский альманах*. 2017. Т. 1, № 3. С. 18–23.
25. Kamaltdinov V.G., Rozhdestvensky Y.V., Lysov I.O., Popov A.Y., Nikiforov S.S. Experimental investigations of the effects of electric control impulse on injection characteristics of common rail type injector // *Indian J. Science and Technology*. 2016. Vol. 9, Iss. 42. P. 1–7.
26. Камалтдинов В.Г., Марков В.А., Лысов И.О., Попов А.Е., Смолий А.Е. Исследование впрыска топлива в системе Common Rail на уникальной научной установке «Впрыск» // *Изв. МГТУ «МАМИ»*. 2018. № 1. С. 16–23.
27. Kamaltdinov V.G., Markov V.A., Lysov I.O., Zherdev A.A., Furman V.V. Experimental studies of fuel injection in a diesel engine with an inclined injector // *Energies*. 2019. Vol. 12, No. 14. 18 p.

*Статья поступила в редакцию 27 декабря 2019 г.,  
после доработки — 31 июля 2020 г.,  
принята к публикации 5 августа 2020 г.*